

■ Journée ENS-UPS. Les mathématiques de l'information, à l'ENS Paris, 11 mai 2017

Claude Shannon, le magicien des codes, aurait eu cent ans en 2016. De nombreux hommages lui ont été rendus. L'ENS a organisé une remarquable journée de conférences sur ses travaux le 11 mai.

Agnès Desolneux a consacré le premier exposé au théorème d'échantillonnage de Shannon. À quelle condition un signal (une fonction) peut-il être retrouvé à partir de ses échantillons ? Après une synthèse remarquable sur les séries de Fourier, la transformée de Fourier ainsi que le théorème d'inversion, et la transformée de Fourier rapide, à la fois pour des fonctions à valeurs dans \mathbb{R} ou dans \mathbb{R}^2 , elle a établi la preuve du théorème d'échantillonnage. Elle a ensuite illustré ses applications en matière de traitement du signal et de l'image par des exemples concrets.

Gabriel Peyré a développé lors du deuxième exposé les résultats des travaux de Shannon puis Huffman sur la compression des données.

L'immense majorité des données est stockée sous forme numérique. Cela nécessite la conversion de données issues du monde analogique continu vers des représentations numériques discrètes. G. Peyré a défini l'entropie d'une source de signal puis la capacité d'un canal chargé de transmettre les données recueillies. Shannon a établi que la borne inférieure du nombre minimum de bits par symbole pour coder un message est égale à l'entropie de la source. G. Peyré en a donné une preuve claire et élégante. Plus tard Huffman a montré comment calculer efficacement des codes permettant de s'approcher arbitrairement près de cette borne inférieure.

Alain Chenciner a consacré la dernière conférence aux méthodes et moyens pour assurer la transmission fiable d'informations par un canal « bruité », c'est-à-dire faisant des erreurs.

De nombreuses fautes de frappe n'empêchent pas de reconnaître sans ambiguïté un texte pourvu que la forme altérée ressemble plus au texte initial qu'à tout autre texte admissible. Un code correcteur peut très bien être efficace en « laissant tomber » des caractères dont la probabilité d'apparition est quasiment nulle. Comme cité plus haut, Shannon a montré que la capacité d'un canal de transmission est strictement supérieure à l'entropie de la source. Dans un article paru en 1948 dans la revue des laboratoires Bell où il travaillait, il a établi un théorème d'existence : il existe un code permettant de s'approcher arbitrairement près de cette limite. Cinquante ans plus tard les méthodes pour construire un tel code ont été développées. Une courte conférence ne permet pas de développer dans le détail ces méthodes, mais A. Chenciner a réussi à en donner plusieurs idées. Un théorème abstrait d'existence a connu cinquante ans plus tard des applications comme JPEG et Photoshop, utilisées maintenant fréquemment par le grand public, voire quotidiennement dans les médias.

Ajoutons que ces trois exposés passionnants ont été conduits de manière fluide et déliée, permettant même à ceux qui découvraient les théories de Shannon, de s'approprier plusieurs de ces résultats.

Merci aux conférenciers et au département Mathématiques et Informatique de l'ENS d'avoir organisé cette journée.

Marie-Aline Péry