

Stage : Introduction aux classes de complexité

IPP le 28 avril 2021

Effectif : 20

Auteur du CR : Guy Barat

/ Contexte

Ce stage s'inscrit dans une série dense de stages d'informatique liés aux nouveaux programmes amenés à entrer en vigueur à la rentrée 2021. Comme la plupart des stages organisés ce mois-ci, il a lieu en distanciel sur zoom. Olivier Hudry utilise un tableau blanc virtuel, les échanges se font via le chat ou oralement. Comme à son habitude, Bertrand Meyer, responsable de l'organisation générale, introduit la séance. C'est l'occasion pour les stagiaires, dont un certain nombre ont déjà suivi de nombreux stages ces derniers jours, de le remercier pour la richesse des formations proposées et de faire état de leur vive satisfaction quant à la formule choisie, le distanciel permettant notamment d'assister à davantage de séances et à des collègues résidant loin de Paris de se former sans prendre le train, voire l'avion.

/ Déroulé du stage

Deux sessions de trois heures ne sont pas de trop pour débrouiller les questions de complexité. Olivier Hudry commence par un tour de table pour situer les attentes des participants. Personne ne se présentant, ni comme un complet débutant, ni comme déjà bien avancé sur le sujet, l'exposé s'oriente vers une orientation en mode « vulgarisation musclée », sans considérations de spécialistes, mais avec des définitions précises et des démonstrations ciblées complètes. Des demandes relativement au problème du sac-à-dos et à la conjecture $P = NP$ sont faites, ainsi qu'un désir d'approfondir la notion de complexité d'algorithme telle qu'elle est vue en tronc commun. Ces demandes seront pleinement satisfaites au cours de la journée.

On commence par présenter une typologie des problèmes algorithmiques et à montrer comment se ramener dans une certaine mesure aux problèmes dits de décision, ceux admettant une réponse booléenne. C'est notamment illustré par différentes déclinaisons du problème du sac-à-dos.

Dans un deuxième temps, les machines de Turing sont définies et un exemple simple décrit en détail, cela afin de donner un sens précis et rigoureux à la notion de complexité d'un algorithme et de mettre en évidence que la notion est relative à l'implémentation des données puisqu'elle s'exprime en la taille des instances du problème considéré. Une brève étude des opérations élémentaires est ensuite menée pour justifier les libertés permises dans les calculs usuels de complexité. Des exemples en théorie des graphes, nouvellement au programme d'informatique commune et déjà connue en option, sont donnés. On peut alors aborder sereinement le cœur du sujet, les algorithmes de décision polynomiaux, dont une définition est donnée et des exemples traités. Des questions classiques de satisfiabilité (problème SAT et ses déclinaisons) sont abordées.

La classe NP est ensuite introduite et la question de l'égalité entre P et NP discutée (malheureusement non résolue avant la fin de la séance, faute de temps). La notion de transformation polynomiale, cruciale dans ce contexte, est expliquée et le théorème de Cook commenté. La journée se termine par des considérations sur d'autres classes de complexité, les problèmes NP-complets, NP-difficiles, co-NP-complets, etc et les relations entre ces classes.

/ Conclusion et remerciements

Journée dense et riche, qui a permis d'éclairer des concepts fondamentaux. L'assemblée a exprimé à la fin son enthousiasme pour la présentation, complétée par un polycopié mis à disposition par Olivier Hudry. Les notions et la présentation qui en a été faite, permettront d'aider tant les enseignants de tronc commun que ceux d'option et de MPI, directement pour les derniers, comme enrichissement, source de consolidation du cours et fournisseur d'explications complémentaires à donner aux étudiants curieux pour les premiers.