

Stage : Théorie des graphes sous python

IMT Atlantique, 10 mai 2021

Effectif : environ 100

Auteur du CR : Guy Barat

/ Contexte

Ce stage organisé par Yannis Haralambous, Professeur à l'IMT Atlantique, s'est déroulé en distanciel.

/ Déroulé du stage

Yannis Haralambous commence traditionnellement par présenter l'Ecole en insistant sur son ouverture à l'international. Il se présente également : mathématicien de formation, ayant évolué vers l'informatique théorique et, en particulier, ses applications en linguistique. Il encadre des stages à destination des enseignants en CPGE depuis près de vingt ans. La vue d'avion de l'école avec perspective sur la rade de Brest fait un peu regretter que le stage ait lieu en distanciel.

Le stage est dédié à la théorie des graphes, ses applications et son implémentation par des bibliothèques disponibles sur python, dont les principales, graph-tool, networkx et igraph, sont rapidement passées en revue et utilisées pour illustrer les exemples.

Un certain nombre de définitions sont données, en commençant par les hypergraphes, puis les graphes, orientés ou non, leur matrice d'adjacence et le lien entre les propriétés algébriques de cette matrice et la topologie du graphe est fait par la présentation du tri topologique. Les propriétés de connexité du graphe sont développées, jusqu'au dénombrement de ses composantes connexes comme multiplicité de la valeur propre nulle du laplacien. On passe ensuite aux diverses représentations informatiques des graphes, avec les listes d'adjacence, les forêts d'adjacence et leur intérêt en matière de complexité de diverses opérations, le cas des graphes peu denses (à matrice d'adjacence creuse). L'exposé est rapide, dense, mais suivable. Yannis Haralambous, s'il n'aime pas beaucoup entrecouper les demi-journées de pauses, sait aussi ménager des temps plus ludiques, comme la discussion de la nouvelle policière de Claude Berge, "Qui a tué le duc de Densmore ?" et de sa solution par la théorie des graphes et le théorème de Haj'os, qui clôt la première partie de l'exposé.

Dans une deuxième partie, Yannis Haralambous traite des algorithmes de base. Parcours en profondeur et en largeur, problèmes de plus court chemin (Dijkstra, Bellman-Ford, A*), arbres couvrants et arbres couvrants minimaux (Kruskal, Prim), flots (Ford-Fulkerson).

Une troisième partie a trait aux différentes mesures de centralité et à leurs applications, notamment à l'étude des réseaux sociaux et aux recommandations (Page Rank). On comprend que toutes ces mesures ont leur intérêt et leurs limites ; en pratique, il est important de comprendre laquelle est la plus à même de s'adapter au problème posé. On aborde la méthode de Louvain (2008), permettant de détecter des sous-communautés. Le début de l'après-midi est consacré à de nouveaux thèmes, plus anciens : la coloration, les graphes eulériens et hamiltoniens et à une excursion autour des graphlets.

Enfin, Yannis Haralambous présente quelques TP réalisés à l'école et utilisant la théorie des graphes, sans que l'énoncé n'en fasse mention. Passer d'un mot à un autre en restant dans un lexique, communiquer de manière optimale une information sous contraintes ou décerner de faux oscars. A la fin de la journée, nous avons parcouru l'ensemble de la théorie des graphes enseignée à l'IMT.

/ Conclusion et remerciements

On sort un peu fatigué de ce stage, riche et stimulant. Il y a beaucoup de choses à reprendre et à approfondir. Yannis Haralambous sait présenter les concepts de manière à la fois formelle et attractive, en n'oubliant pas d'en donner des applications et des illustrations tantôt immédiates pour s'approprier la notion introduite, tantôt plus complexes, ou hors champ, voire un peu décalées, ce qui permet aux neurones de respirer. Merci beaucoup à lui pour ce stage qui, après tant d'autres, enrichit ou précise la culture des enseignants de CPGE et leur ouvre des perspectives.