

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_0 e^{j(\omega t - kx)} \rightarrow \frac{\partial \tau}{\partial x} = -jk\tau & \psi &= \psi_0 e^{j(\omega t - kx)} \rightarrow \frac{\partial \psi}{\partial t} = j\omega\psi \\ (54) \quad \rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial t} &= -\frac{\partial \tau}{\partial x} \text{ devient donc } \rho_0 (j\omega\psi) = + (jk\tau) \rightarrow \tau = \left(\frac{\rho_0 \omega}{k}\right) \psi \end{aligned}$$

- En regardant on rails on obtient: $\boxed{p(x,t) = \rho_0 v(x,t)}$, $p(x,t)$ et $v(x,t)$ sont donc en phase

b) - $P(E)$ = puissance instantanée de la frise $\vec{F} = P(E)\vec{e}$, $S\vec{e}_z$ se déplaçant à la vitesse $\vec{v} = v(E)\vec{e}_x$

Sur la BE(b) on a $v(x,t) = \frac{1}{\rho_0 g} p(x,t)$ donc $P(t) = \frac{S}{\rho_0 g} p^2(x,t)$

$$P(t) = \frac{S I_0^2}{\rho_0 c_0} \cos^2(\omega t - kx) \rightarrow P = \langle P(t) \rangle = \frac{I_0^2}{\rho_0 c_0} \langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle S$$

$$\text{Gr } \left\langle \cos^2(\omega t - \frac{P}{R\omega}) \right\rangle_t = \frac{1}{2} \text{ donc } P = \frac{1_0^2}{2R\omega} \text{ S. soit } P = RS \text{ avec } R = \frac{1_0^2}{2P\omega_0}$$

$\frac{1}{2}$ la courbe est une onde optique d'amplitude inversement proportionnelle à la distance parcourue.

2° - Les ondes provenant des sources secondaires se superposent on M. (elles "interfèrent")

$$p(z) = \int_0^{\infty} dp(z) = \int_0^{\infty} K(p(z)) \frac{e^{-\frac{1}{2}K\sqrt{1+z^2}}}{\sqrt{1+z^2}} \cdot 2z \, dz = 2K \int_0^{\infty} \frac{e^{-\frac{1}{2}K\sqrt{1+z^2}}}{\sqrt{1+z^2}} \, d(\sqrt{1+z^2})$$

$$p(z) = 2\pi K p(c) \left[\frac{e^{-gk\sqrt{a^2+z^2}}}{-gk} \right]_0^a = \frac{2\pi K p(c)}{k} \left(\frac{-gk\sqrt{a^2+z^2}}{e} \Big|_0^a \right)$$

für $x \rightarrow \infty$ gilt

$$p(x) = \frac{1}{k} \left[e^{-jk \sqrt{x^2 + a^2}} - e^{-jkx} \right] \quad \text{mit} \quad \frac{1}{k} = \frac{i \sqrt{2} K(k)}{k}$$

$$3/a) - \frac{j k}{e} \left[\frac{1}{x+a^2} - \frac{j k x}{e} - \frac{j k x}{e} \left(1 + \frac{z^2}{a^2} \right) - \frac{j k x}{e} \left(\frac{a}{x} \ll 1 \right) - \frac{j k x}{e} \left(1 - \frac{a^2}{2x} \right) - \frac{j k x}{e} - \frac{j k x}{e} \left[e^{-j \frac{k a^2}{2x}} - 1 \right] - \frac{j k x}{e} \left[e^{-j \frac{k \pi}{x}} \frac{a^2}{2x} - 1 \right] - \frac{j k x}{e} e^{-j \frac{k \pi}{2x}} - 1 \right] = e^{-j \frac{k \pi}{2x}} \left(e^{-j \frac{k a^2}{2x}} - 1 \right)$$

$$\frac{1}{\text{dom}} p(x) \sim \left(\frac{2\pi K p(c)}{h} \right) \left(-\frac{1}{\sqrt{\frac{h^2}{4x}}} e^{-\frac{1}{2} \frac{h^2}{4x}} \right) = \frac{2\pi K p(c)}{h} e^{-\frac{1}{2} \frac{h^2}{4x}}$$

on en déduit $|p(x)| = \frac{\pi a^2}{x} K(p)$

b) - Japen BZ/a): $p(c) = p_0 \cdot v(c)$ dan $p(c) = p_0 \cdot j \omega \pi(t)$

c) - Après ce qui précède $|p(G)| = p(G) \cdot w \cdot n_0$ qu'on injecte dans l'expression de $|p(x)|$.

$$\text{Don } |p(x)| = \frac{\tau_A K}{x} \quad (p.c.w.m.) \quad \text{for } 1/K_0 = \sqrt{\frac{k}{2\pi}} / c_0 = \frac{A_0}{2\pi} \quad (B2') \quad \frac{w}{qF}$$

Dann $|p(x)| = \frac{\pi a^2}{x} \left(\frac{\omega}{2\pi} \right) \rho_0 v u_0$ mit $|p(x)| = \frac{1}{2} \rho_0 a^2 \frac{\omega^2}{x}$

4/a) - Par définition $T = 10 \log \left[\frac{R}{R_0} \right]$ donc $R = R_0 \cdot 10^{T/10}$

$$\text{James (33\%)} \text{ on a } 20' \quad R = \frac{[f(x)]}{2\rho_0} = (C37) \quad \frac{1}{2\rho_0} \left(\frac{1}{3} \rho_0 \omega_0 \frac{a\omega^2}{2} \right)^2 = \frac{\rho_0 a^2 \omega^4}{8\rho_0 \omega^2}$$

$$\frac{\rho_0 a^4 \omega^4}{8L\pi^2} = R_0 \frac{1}{\Delta\phi} \rightarrow M_0 = \frac{8L\pi^2 R_0}{\rho_0 a^4 \omega^4} \frac{1}{\Delta\phi} \text{ avec } \omega = 2\pi f \quad M_0 = \frac{8L\pi^2 R_0}{\rho_0 a^4 (2\pi f)^4} \frac{1}{\Delta\phi}$$

$$N_o = \frac{\epsilon_o R_o^2}{2 p_o \pi^2 a^4 f} \quad \text{1/10} \quad \text{don} \quad \text{1/10}$$

$$AN = \frac{1}{\pi^2} \left[\frac{343 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 1.25} \cdot \frac{1}{(4 \cdot 10^{-3})^2} \cdot 10^{-95/20} \right] = 41,71 \text{ (5\%)} \quad \text{dow} \quad M_0 = \frac{2 \cdot 71}{f^2} \quad M_0 \text{ cm cm}$$

$f = 2.6 \text{ Hz} \rightarrow \lambda_0 = 106.30^5 \text{ m}$ mit $\lambda_0 = 702 \text{ nm}$
 $f = 100 \text{ Hz} \rightarrow \lambda_0 = 4.770^3 \text{ m}$ mit $\lambda_0 = 4.2 \text{ nm}$

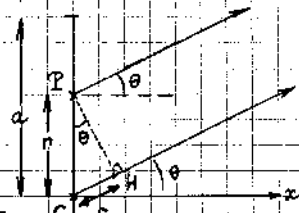
b) - Pour la grosse le périsma f est faible donc le débatement est grand ($\mu \propto 1/f^2$).
Pour éviter d'avoir un débatement trop grand on augmente le rayon a de la membrane ($\mu \propto 1/a$)

Partie III

A2/ - La différence de marche entre les deux rayons diffractés par P et C est $\delta = CH = r \sin \theta$.

Il n'y aura pas d'extinction dans le demi-espace $x > 0$ si pour tout point P appartenant au disque ($r \in [0, a]$) et pour toute direction ($\theta \in [0, \pi/2]$) on a $\delta < \frac{\lambda}{2} = \frac{c_0}{2f}$.
Il suffit que cette condition soit réalisée pour la valeur maximale de r et θ soit $r = a$ et $\theta = \pi/2$.

Soit la condition $a \sin(\frac{\pi}{2}) < \frac{c_0}{2f}$ soit $a < a_{\max} = \frac{c_0}{2f}$.

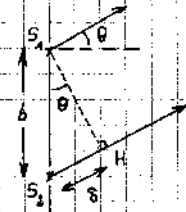


$$2/ - a_{\max} = \frac{170}{f} \quad \begin{matrix} a_{\max} \text{ en m} \\ f \text{ en Hz} \end{matrix} \quad \begin{matrix} f = 100 \text{ Hz} \rightarrow a_{\max} = 1.7 \text{ m} \\ f = 2000 \text{ Hz} \rightarrow a_{\max} = 0.085 \text{ m} = 8.5 \text{ cm} \end{matrix}$$

3/ - La condition $a < a_{\max}$ est plus restrictive pour les aigues. Si la membrane d'un haut-parleur aigue est trop grande elle n'émet pas dans certaines directions: on la choisit donc de faible diamètre.

B 1/a) - $\phi_{1/2} = \frac{\pi \delta}{\lambda}$ avec $\delta = \frac{c_0}{2} \sin \theta$ et $\lambda = \frac{c_0}{f}$ d'où $\phi_{1/2} = \pi \frac{f}{c_0} \sin \theta$

b) - $A_1(m) = A_1(m) e^{-j\phi_{1/2}}$
 $A_2(m) = A_1(m) e^{+j\phi_{1/2}}$ avec $\phi_{1/2} = (k \cdot r) \sin \theta$ donc $A_2(m) = A_1(m) e^{+j(k \cdot r) \sin \theta}$



c) - Les 10 ondes se superposent (elles "interfèrent").

$$A(m) = \sum_{k=0}^{10} A_k(m) = A_1(m) + A_2(m) + \dots + A_{10}(m) = A_1(m) \left[1 + e^{-j\phi_{1/2}} + e^{-j2\phi_{1/2}} + \dots + e^{-j9\phi_{1/2}} \right]$$

donc $A(m) = A_1(m) \cdot \frac{1 - e^{-j10\phi_{1/2}}}{1 - e^{-j\phi_{1/2}}}$ suite géométrique de raison $e^{-j\phi_{1/2}}$

2/a) - $I(\theta) = A(m) A^*(m) = A_1(m) \frac{1 - e^{-j10\phi_{1/2}}}{1 - e^{-j\phi_{1/2}}} \cdot A_1^*(m) \frac{1 + e^{-j10\phi_{1/2}}}{1 + e^{-j\phi_{1/2}}} = A_1(m) A_1^*(m) \frac{1 - e^{-j20\phi_{1/2}}}{1 - e^{-j2\phi_{1/2}}}$

$$I(\theta) = A_1(m) A_1^*(m) \frac{1 - \cos(10\phi_{1/2})}{1 - \cos(\phi_{1/2})} = A_1(m) A_1^*(m) \frac{\sin^2(\frac{10\phi_{1/2}}{2})}{\sin^2(\frac{\phi_{1/2}}{2})} = A_1(m) A_1^*(m) \frac{\sin^2(\frac{10\pi f b \sin \theta}{c_0})}{\sin^2(\frac{\pi f b \sin \theta}{c_0})}$$

quand $\theta \rightarrow 0$ on a $\frac{\sin^2(\frac{10\pi f b \sin \theta}{c_0})}{\sin^2(\frac{\pi f b \sin \theta}{c_0})} \sim \frac{(\frac{10\pi f b \sin \theta}{c_0})^2}{(\frac{\pi f b \sin \theta}{c_0})^2} = 10^2 = 100$ donc $A_1(m) A_1^*(m) = \frac{I_0}{100}$

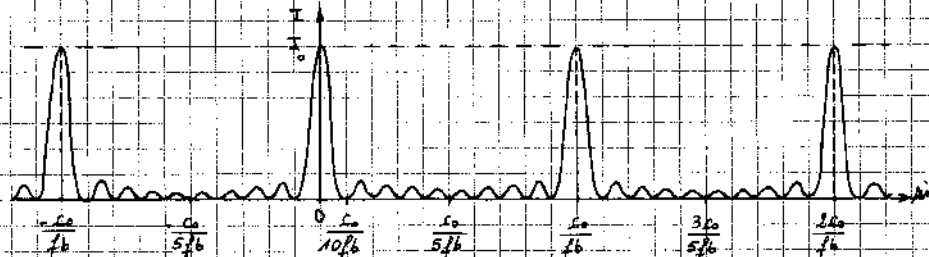
on obtient bien

$$I(\theta) = \frac{I_0}{100} \frac{\sin^2(\frac{10\pi f b \sin \theta}{c_0})}{\sin^2(\frac{\pi f b \sin \theta}{c_0})}$$

b) $I(\theta) = \frac{I_0}{100} \frac{N(\theta)}{D(\theta)}$

$I(\theta) = I_0$ quand $N(\theta) = 0$ et $D(\theta) = 0$
 $I(\theta) = 0$ quand $N(\theta) \neq 0$ et $D(\theta) = 0$

Entre deux accumulations il y a un maximum relatif beaucoup plus petit que I_0 .



3/a) - $I(\theta) = 0$ quand $\begin{cases} \sin^2(\frac{10\pi f b \sin \theta}{c_0}) = 0 \rightarrow \sin \theta = i \frac{c_0}{10fb} = \frac{i}{10} \frac{c_0}{fb} \\ \sin^2(\frac{\pi f b \sin \theta}{c_0}) \neq 0 \rightarrow \sin \theta \neq n \frac{c_0}{fb} \end{cases}$ d'où $\sin \theta_i = i \frac{c_0}{10fb}$ avec $i \in \mathbb{Z}$ et $\frac{i}{10} \notin \mathbb{Z}$

b) - $\theta_1 = \arcsin(\frac{c_0}{10fb} i) = \arcsin(\frac{340}{10 \cdot 10^3 \cdot 93} i) = \arcsin(0.113 i)$

$\theta_1 = 5.52^\circ$ $\theta_2 = 13.10^\circ$ $\theta_3 = 19.88^\circ$

4/ - Pour θ donné, la condition d'extinction ($\sin \theta = \frac{c_0}{10fb} i$) est réalisée pour certaines fréquences du son seulement.

L'auditeur percevra donc un son déformé dans la mesure où certaines fréquences seront absentes.

Rq: Les fréquences pour lesquelles $\sin \theta = \frac{c_0}{fb} n$ seront au contraire très présentes.

5/a) - Le premier angle d'extinction correspond à θ_1 : $\sin \theta_1 = \frac{c_0}{10fb}$

On veut $\theta_1 = 90^\circ$ donc $1 = \frac{c_0}{10fb}$ d'où $f_c = \frac{c_0}{10fb}$

b) Avec $c_0 = 340 \text{ m/s}$ et $b = 0.3 \text{ m}$ on a $f_c = \frac{340}{10 \cdot 0.3} = 113 \text{ Hz}$

- Pour un son très grave ($f < 113 \text{ Hz}$) on a $f < f_c$ donc θ_1 n'existe pas: on peut percevoir le son très grave pour toutes les valeurs de θ .

- Pour un son aigue ($f > 113 \text{ Hz}$) on a $f > f_c$ donc θ_1 existe. Il y a au moins un angle d'extinction. On ne peut pas percevoir le son aigue pour toutes les valeurs de θ .