

Fentes d'Young (CCP, PC07):

CCP
PC07
1/5

① Questions préliminaires:

- 1.1/ En optique géométrique, à un point objet est associé un point image.
En diffraction, " " une tâche.

1.2/ Principe d'Huygens-Fresnel:

- * Un objet diffractant peut être décomposé en une infinité de sources secondaires (Huygens)
- * Chacune de ces sources cohérentes émet une onde:
 - de même fréquence que celle de la source.
 - d'amplitude proportionnelle à la surface de la source élémentaire.

1.3/ La diffraction à l'infini (diffraction de Fraunhofer) nécessite que source et écran soient rejetés à l'infini.

1.4/ Pour obtenir des interférences lumineuses à deux ondes, les sources (secondaires) émettant ces ondes doivent être cohérentes, ponctuelles et monochromatiques. Pour être cohérentes, elles doivent émettre de la lumière issue d'une même source ponctuelle, monochromatique.

② Réglage du goniomètre:

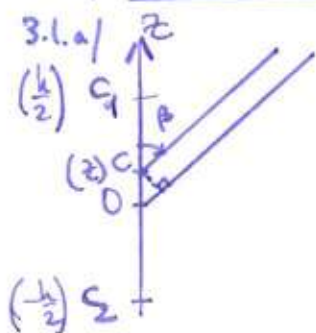
- * On commence par régler la lunette, en deux étapes.

- Premièrement, on règle l'oculaire L3 à sa vue : on regarde le réticule R qu'on doit voir net (il est éclairé par une lampe annexe à la lunette). R est alors dans le plan focal objet de L3.
- Puis on éclaire à nouveau le réticule et par autocollimation (miroir placé en amont de L2), on joue sur la distance L2-R pour observer net R : R est alors placé dans le plan focal image de L2.
- La lunette est alors réglée et est ainsi afocale.

- * On peut alors régler le collimateur : il faut placer la fente F dans le plan focal objet de L1. Ce sera le cas lorsqu'en observant F à travers la lunette on observe une image nette.

③ Observation du faisceau diffracté par une fente très fine:

3.1/ Cas d'un segment de droite:



$$\begin{aligned} \delta_m &= z \cos \theta \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi \delta_m}{\lambda} = \frac{2\pi \cos \theta}{\lambda} z = k z \\ 3.1.b/ \underline{S} &= A_0 \int_{-h/2}^{h/2} e^{j k z} dz = \frac{A_0}{j k} \left[e^{j k \frac{h}{2}} - e^{-j k \frac{h}{2}} \right] \\ &= \frac{2j A_0 \sin(k \frac{h}{2})}{j k} = \boxed{\frac{A_0 \sin(\frac{\pi h \cos \theta}{\lambda})}{\frac{\pi \cos \theta}{\lambda}} = \underline{S}} \end{aligned}$$

3.1.d $\left. \begin{array}{l} \beta = \frac{\pi}{2} : \cos \beta = 0 \\ \sin \mu \approx \mu \end{array} \right\} \Rightarrow S_0 \sim \frac{A_0}{\pi \cos \beta} \times \frac{\pi h \cos \beta}{\lambda} \Rightarrow S_0 = A_0 h$

ccp
PC07
2/5

d'où

$$\boxed{S = S_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi h \cos \beta}{\lambda}\right)}{\frac{\pi h \cos \beta}{\lambda}} = S_0 \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi h \cos \beta}{\lambda}\right)}$$

3.2/ Cas de la limite infinie:

* Si $\cos \beta \neq 0$, $\frac{h}{\lambda} \rightarrow \infty \Rightarrow \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi h \cos \beta}{\lambda}\right) \rightarrow 0 : S \rightarrow 0$

* $\frac{h}{\lambda} \sim 2000$ avec $\lambda = 500 \text{ nm} \Rightarrow h \sim 5 \cdot 10^{-7} \times 2 \cdot 10^3$
 $\underline{h \sim 1 \text{ mm}}$

④ Bifente d'Young:

4.1/ $s = y \sin \theta$

4.2/ $\phi = \frac{2\pi s}{\lambda} = \frac{2\pi y \sin \theta}{\lambda} = cte y$

4.3/ * $\underline{dS} = \underline{ds} + \underline{ds}' = A_0 (e^{i\phi} + e^{-i\phi}) dy = 2A_0 \cos \phi dy$

* $\underline{S} = \int_a^b 2A_0 \cos(ctey) dy = 2A_0 \left[\frac{\sin(ctey)}{cte} \right]_a^b$

$\underline{S} = \frac{2A_0}{\frac{2\pi \sin \theta}{\lambda}} \left(\sin \left[\frac{2\pi b \sin \theta}{\lambda} \right] - \sin \left[\frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda} \right] \right)$

d'où $I = \underline{S} \underline{S}^* = \left(\frac{A_0}{\frac{\pi \sin \theta}{\lambda}} \right)^2 \underbrace{\left[\sin \left(\frac{2\pi b \sin \theta}{\lambda} \right) - \sin \left(\frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda} \right) \right]^2}_{(A)}$

avec (A) = $2 \sin \left[\left(\frac{2\pi b \sin \theta}{\lambda} - \frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda} \right) \times \frac{1}{2} \right] \times \cos \left[\left(\frac{2\pi b \sin \theta}{\lambda} + \frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda} \right) \times \frac{1}{2} \right]$
 $= 2 \sin \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \times \cos \left(\frac{\pi D \sin \theta}{\lambda} \right)$

d'où $\boxed{I = \frac{I_0}{\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right)^2} \times \sin^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \times \cos^2 \left(\frac{\pi D \sin \theta}{\lambda} \right)}$ avec $\begin{cases} d = b - a \\ D = b + a \\ I_0 = 4(A_0 d)^2 \end{cases}$

4.4.a/ $b \rightarrow a^+ : \begin{cases} d \rightarrow 0^+ \\ D \rightarrow 2a \end{cases} \quad I \sim \frac{I_0}{\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right)^2} \times \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right)^2 \times \cos^2 \left(\frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda} \right)$

$I \sim I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi D \sin \theta}{\lambda} \right)$

4.4.b/* en $\theta = \pi/2$, I est maximal $\Rightarrow \cos^2(\frac{\pi D}{\lambda}) = 1 \Rightarrow \frac{D}{\lambda} = 1$ ("valeur simple") ccp PC07 3/5

* zone d'ombre la plus voisine de l'axe (Ox) $\Leftrightarrow \frac{\pi D \sin \theta_1}{\lambda} = \frac{\pi}{2}$
 $\Leftrightarrow \sin \theta_1 = \frac{\lambda}{2D}$

* la suivante en $\theta = \theta_2$ correspond à $\frac{\pi D \sin \theta_2}{\lambda} = \frac{3\pi}{2}$
 $\Leftrightarrow \sin \theta_2 = 3 \sin \theta_1$

* les lobes correspondent à $\frac{\pi D \sin \theta}{\lambda} = p\pi$ avec $p \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \sin \theta_p = p \times \frac{\lambda}{D}$
 à θ_p fixé, $\frac{D}{\lambda} \uparrow \Leftrightarrow p \uparrow$: pour un même domaine de valeurs de θ , on observera davantage de lobes si $\frac{D}{\lambda} \uparrow$.

4.5/* De 4.3, $I = I_0 \underbrace{\text{sinc}^2\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}\right)}_{\text{négligeable si } \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \geq \pi} \cos^2\left(\frac{\pi D \sin \theta}{\lambda}\right)$
 $\Leftrightarrow \sin \theta \geq \frac{\lambda}{d}$

La limite de netteté est donc pour $\theta_{\max} = \arcsin\left(\frac{\lambda}{d}\right)$

* d'où $\Delta\theta = 2\theta_{\max} = 2\arcsin\left(\frac{\lambda}{d}\right)$

* Fentes élargies $\Leftrightarrow d = (b-a) \uparrow \Leftrightarrow \Delta\theta \downarrow$

* AN: $d = \lambda / \sin\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right) = \frac{633 \cdot 10^{-9}}{\sin(0,72)} = 0,1 \text{ mm} = d$

* $\frac{d}{\lambda} \gg 1$: $I \sim \frac{I_0}{\left(\frac{\pi d \theta}{\lambda}\right)^2} \sin^2\left(\frac{\pi d \theta}{\lambda}\right) \times \cos^2\left(\frac{\pi D \theta}{\lambda}\right) \sim \frac{I_0}{2} \text{sinc}^2\left(\frac{\pi \theta d}{\lambda}\right) [1 + \cos\left(\frac{2\pi D \theta}{\lambda}\right)]$
 $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$

$\cos\left(\frac{2\pi D \theta}{\lambda}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{2\pi D \theta}{\lambda} = p \times 2\pi$ avec $p \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow$ interférence angulaire $\theta_i = \theta_{p+1} - \theta_p = \boxed{\frac{\lambda}{D} = \theta_i} = \frac{633 \cdot 10^{-9}}{0,60 \cdot 10^{-3}} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ rad} = \theta_i$

⑤ Mesure de l'indice de l'air:

5.1/* En effectuant le vide dans le tube fermé à l'ouverture (a,b), on diminue le chemin optique le long de ce chemin.

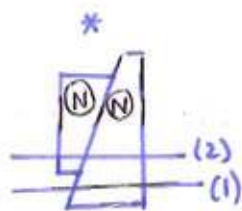
* Le retard le long du chemin passant par (-b, -a) est donc plus faible : $\theta \downarrow$.

* La figure de diffraction tourne donc dans le sens horaire.

5.2/ Etude d'un compensateur. Réglage et mesure:

ccp
PC07
4/5

$$5.2.a) \tan A = \frac{e}{y} \Rightarrow \Delta e = \tan A \Delta y \Leftrightarrow \frac{\Delta e}{A} \approx \Delta y \quad (A \ll 1 \text{ rad})$$



$$\delta_c = N(\phi + \Delta e) - [N(\phi - \Delta e) + N(\phi - \Delta e)] = (2N - n) \Delta e$$

$$\delta_c = (2N - n) A \Delta y \quad \left(\frac{1}{\lambda} A \text{ en radian} \right)$$

$$\text{Avec } \delta_c = (2 \times 1,64 - 1) \times 2796 \cdot 10^{-6} \times \frac{\pi}{180} = 107 \mu\text{m} = \delta_c$$

5.2.b) avant
vidage
après
vidage

$$\delta' = nL = (1 + \epsilon)L$$

$$\delta'' = 1 \times L + \delta_c$$

(indice du vide = 1)

on veut $\delta' = \delta''$ (compensateurs réglés de manière à retrouver la figure de diffraction initiale).

$$\Rightarrow \epsilon L = \delta_c$$

$$\Rightarrow \epsilon = \frac{\delta_c}{L} = \frac{107 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-2}} = 1,07 \cdot 10^{-3} = \epsilon$$

$$5.3.a) \kappa = -\frac{2\pi \delta_c}{\lambda}$$

vide effectif que
dans le tube
face à (a,b)

$$5.3.b) \underline{dS} = \underline{dS''} + \underline{dS'''} = A_0 (e^{j(\phi + \kappa)} + e^{j(-\phi)}) dy = A_0 e^{j\frac{\kappa}{2}} \left[e^{j(\phi + \frac{\kappa}{2})} + e^{-j(\phi + \frac{\kappa}{2})} \right]$$

$$= A_0 e^{j\frac{\kappa}{2}} \times 2 \cos \left(\phi + \frac{\kappa}{2} \right) dy$$

$$\underline{dS} = 2A_0 e^{j\frac{\kappa}{2}} \cos \left[\frac{2\pi y \sin \theta}{\lambda} + \frac{\kappa}{2} \right] dy$$

$$* \text{ d'où } \underline{S} = 2A_0 e^{j\frac{\kappa}{2}} \left[\frac{\lambda}{2\pi \sin \theta} \sin \left[\frac{2\pi y \sin \theta}{\lambda} + \frac{\kappa}{2} \right] \right]_{y=a}^{y=b}$$

$$= \frac{A_0 \lambda}{\pi \sin \theta} e^{j\frac{\kappa}{2}} \left(\sin \left[\frac{2\pi b \sin \theta}{\lambda} + \frac{\kappa}{2} \right] - \sin \left[\frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda} + \frac{\kappa}{2} \right] \right)$$

$$\underline{S} = \frac{2A_0 \lambda}{\pi \sin \theta} e^{j\frac{\kappa}{2}} \sin \left[\frac{2\pi (b-a) \sin \theta}{2\lambda} \right] \times \cos \left[\frac{2\pi (b+a) \sin \theta}{2\lambda} + \frac{\kappa}{2} \right]$$

$$* I = \underline{S} \underline{S}^* = \frac{I_0}{\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right)^2} \times \sin^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \times \cos^2 \left[\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} + \frac{\kappa}{2} \right] = I(\kappa)$$

$$5.3.c) \theta \ll 1 \Rightarrow \sin \theta \approx \theta$$

$$I(\kappa) = I_0 \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi d \theta}{\lambda} \right) \cos^2 \left(\frac{\pi d \theta}{\lambda} + \frac{\kappa}{2} \right) : \text{même forme qu'en 4.5/ au } \frac{\kappa}{2} \text{ près dans le cosinus.}$$

$$\kappa = 0 \text{ le premier maximum est en } \frac{\pi d \theta}{\lambda} = 0 \Leftrightarrow \theta = 0$$

$$\kappa \neq 0 \quad " \quad " \quad \frac{\pi d \theta}{\lambda} + \frac{\kappa}{2} = 0 \Leftrightarrow \theta = -\frac{\lambda \kappa}{2\pi d} = -\frac{\delta_c}{D} = -10,2'' = -\Omega$$

(en radian)

5.4/ Sensibilité. Influence de la température et de la pression de l'air:
(en valeur absolue)

$$* (\Delta \delta_c)_{\min} = D (\Delta \lambda)_{\min} = 0,60 \cdot 10^{-3} \times 0,02 \times \frac{\pi}{180} = 0,2 \mu\text{m} = (\Delta \delta_c)_{\min}$$

$$^{ma} * \boxed{E = cte \times \frac{P}{T} = \frac{\delta_c}{L}}$$

$$\begin{aligned} \text{à } T \text{ fixé: } cte \frac{\Delta P}{T} &= \frac{\Delta \delta_c}{L} \Leftrightarrow \boxed{\Delta P = \frac{\Delta \delta_c}{L} \times \frac{P}{E}} = \frac{0,2 \cdot 10^{-6}}{0,1} \times \frac{1013 \cdot 10^2}{1,07 \cdot 10^{-3}} \\ &= \frac{E}{P} \Delta P \\ \underline{\Delta P} &= \underline{189 \text{ Pa}} \end{aligned}$$

$$\text{à } P \text{ fixé: } \ln(cte P) - \ln T = \ln \delta_c - \ln L$$

en annulant différentielle et variation:

$$-\frac{dT}{T} = \frac{d\delta_c}{\delta_c} \Rightarrow \Delta T = \frac{\Delta \delta_c}{\delta_c} \times T = \frac{0,2}{107} \times 273$$

$$\underline{\Delta T = 0,5 \text{ K}}$$