

CCP PSI 1

Problème A

A.1

1) Λ en H.m^{-1} ; Γ en F.m^{-1} . Il s'agit de supraconducteurs dont la résistivité tend vers zéro à basse température.

$$2) \frac{\partial u}{\partial x} = -\Lambda \frac{\partial i}{\partial t} \quad \text{et} \quad \frac{\partial i}{\partial x} = -\Gamma \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$3) u(x,t) \text{ et } i(x,t) \text{ vérifient la même équation : } \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \Gamma \Lambda \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

4) On obtient donc des équations de propagation et $\frac{1}{\sqrt{\Gamma \Lambda}} = c$ représente la célérité de l'onde le long de la ligne bifilaire.

A.2

1) On a : $\mathbf{E} = E(r) \mathbf{u}_r$ et l'application du théorème de Gauss à un cylindre de rayon r , d'axe le fil, et de hauteur h donne : $\mathbf{E} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 \epsilon_{\text{eff}} r} \mathbf{u}_r$.

2) Etant donné qu'il y a invariance selon l'axe Ox , on détermine le champ électrique en tout point P de l'axe Oy . On obtient alors en appliquant le théorème de superposition :

$$\mathbf{E}(P) = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 \epsilon_{\text{eff}}} \left(\frac{1}{d-y} + \frac{1}{d+y} \right) \mathbf{u}_y.$$

$$3) C = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 \epsilon_{\text{eff}}} \int_{d-a}^{a-d} \left(\frac{1}{d+y} + \frac{1}{d-y} \right) dy = -\frac{q}{\pi\epsilon_0 \epsilon_{\text{eff}}} \ln\left(\frac{2d-a}{a}\right)$$

$$\text{Or : } C = \int -\mathbf{grad} V \cdot d\mathbf{l} = -(V_{+q} - V_{-q}) \quad \text{d'où} \quad \Delta V = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 \epsilon_{\text{eff}}} \ln\left(\frac{2d}{a}\right).$$

$$4) dQ = qdl ; dQ = dC \Delta V \text{ on en déduit donc : } \Gamma = \frac{\pi\epsilon_0 \epsilon_{\text{eff}}}{\ln\left(\frac{2d}{a}\right)}.$$

A.3

$$1) a) k = \sqrt{\Gamma \Lambda} \quad \omega = \frac{\omega}{c}.$$

$$1) b) jk\mathbf{u}_+ = \Lambda j\omega\mathbf{i}_+ \quad \text{d'où : } Z_c = \sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}}. \quad Z_c \text{ est l'impédance caractéristique de la ligne.}$$

$$2) \underline{u}_-(x,t) = -Z_c \underline{i}_-(x,t)$$

$$3) \underline{i}_-(x,t) = \frac{1}{Z_c} [U_+ \exp(j(\omega t - kx)) - U_- \exp(j(\omega t + kx))]. \quad \text{La ligne étant ouverte en } x=0, \text{ on a}$$

$$\underline{i}_-(0,t) = 0 \text{ soit } U_+ = U_-. \text{ Alors : } \underline{u}_-(x,t) = 2U_+ \cos(kx) \exp(j\omega t) \text{ et } \underline{i}_-(x,t) = \frac{-2jU_+ \sin(kx) \exp(j\omega t)}{Z_c}$$

.

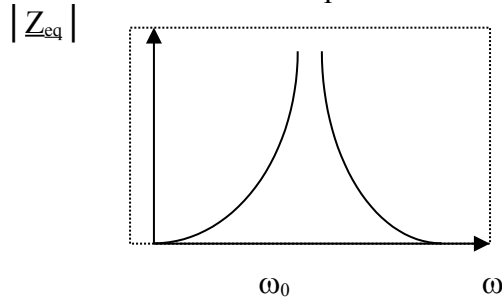
$$\text{On en tire : } \underline{Z} = j \frac{Z_c}{\tan(kx)}.$$

$$4) \text{ Il suffit de se placer en } x=l \text{ et on obtient : } \underline{Z}_e = j \frac{Z_c}{\tan(kl)}.$$

$$5) a) \underline{Z}_{eq} = -j \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{\sqrt{LC}\omega - \frac{1}{\sqrt{LC}\omega}} \quad \text{d'où } Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{et } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Il faut comparer à $\underline{Z}_e$?...si on pose $\tan(kl) = \frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}$ on a des expressions similaires...

b) Pour $\omega = \omega_0$ on observe un phénomène de résonance.



6) On a résonance dès que $\tan(kl) = 0$ soit pour $\omega_n = n\omega_0$ où $\omega_0 = \frac{\pi c}{l}$. On retrouve les pulsations propres obtenues dans le cas d'une corde de longueur l fixée à ses 2 extrémités.
 7) On fait $n = 1$ (?). On a alors : $c = 2fl = 1,28 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$. Oui cette valeur paraît tout à fait normale.

A.4

1) $\Phi = \pi BR^2$. Φ est en weber Wb.

$$2) -m \frac{v^2}{R} = -eBv \quad \text{d'où } v = \frac{e\Phi}{m\pi R}$$

3) a) h est en $\text{kg.m}^2.\text{s}^{-1}$ ce qui est bien l'unité d'un moment cinétique.

$$b) \underline{\sigma} = Rm v \underline{u}_z = \frac{e\Phi}{\pi} \underline{u}_z. \quad \text{On a alors : } \frac{e\Phi}{\pi} = n \frac{h}{2\pi} \quad \text{donc } \Phi = n \frac{h}{2e} \quad \text{et } \Phi_1 = \frac{h}{2e}.$$

$$c) \Phi_1 = 2,05 \cdot 10^{-15} \text{ Wb}.$$

$$4) i(\Phi) = I_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\Phi_1} \Phi\right).$$

A.5

$$1) a = 2\mu\text{m}$$

$$2) \underline{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \underline{u}_\theta.$$

$$3) \Phi = \int B a dr = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \int_{d-\frac{a}{2}}^{d+\frac{a}{2}} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln\left(\frac{2d+a}{2d-a}\right) \quad \text{d'où } M = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\frac{2d+a}{2d-a}\right).$$

$$4) M_T = 2NM$$

5) $\Phi(t) = 2MI_1 \exp(j\omega t)$ car la ligne bifilaire est constituée de 2 fils

$$e(t) = - \frac{d\Phi}{dt} = -2MI_1 j\omega \exp(j\omega t)$$

$$6) \underline{i}_{\text{anneau}} = -2\underline{GMI}_1 j\omega \exp(j\omega t).$$

On sait que par symétrie : $M_{\text{anneau/fil}} = M_{\text{fil/anneau}} = M$ donc pour les 2 fils de la ligne bifilaire on obtient $\underline{\delta\Phi} = -4\underline{GM}^2 I_1 j\omega \exp(j\omega t)$.

7) En tenant compte de tous les anneaux on aura donc :

$$\underline{\delta\Phi_T} = -4\underline{GM}^2 I_1 j\omega \exp(j\omega t)$$

$$\Phi_T = \Phi_{\text{propre}} + \underline{\delta\Phi_T} = LI_1 \exp(j\omega t) - \underline{G4NM}^2 I_1 j\omega \exp(j\omega t)$$

$$= LI_1 \exp(j\omega t) - 4NM^2 I_1 j\omega \exp(j\omega t) (R_e(\underline{G}) + j \operatorname{Im}(\underline{G}))$$

La partie du flux en phase avec $I_1(\omega)$ est donc donnée par :

$\Phi_{\text{en phase}} = (L + 4NM^2 \omega \operatorname{Im}(\underline{G})) I_1 \exp(j\omega t)$ et elle est donc du type $L' I_1 \exp(j\omega t)$ avec $L' = L + 4NM^2 \omega \operatorname{Im}(\underline{G})$ on a donc bien : $\delta L = L' - L = 4NM^2 \omega \operatorname{Im}(\underline{G})$.

$$8) \frac{\delta f_0}{f_0} = -\frac{1}{2} \frac{\delta L}{L}.$$

9)a) Il suffit de faire varier le courant qui parcourt le solénoïde .

$$b) \delta L = 4NM^2 \left(\frac{\partial L}{\partial \Phi} \right)_{\Phi = \Phi_{DC}}.$$

$$10) \left(\frac{\partial L}{\partial \Phi} \right)_{\Phi = \Phi_{DC}} = I_0 \frac{2\pi}{\Phi_1} \cos \left(\frac{2\pi}{\Phi_1} \Phi_{DC} \right).$$

11) Lorsque la ligne bifilaire est seule on trouve la fréquence f_0 par résonance qui est la valeur de la fréquence pour laquelle l'intensité du courant mesurée avec un ampèremètre est nulle.

On recommence l'opération lorsque la ligne est en présence des anneaux et du solénoïde, on trouve alors f'_0 et on en déduit $\delta f_0 = f'_0 - f_0$ et donc δL qui est directement proportionnelle à $\operatorname{Im}(\underline{G})$. On fait alors varier le courant qui parcourt le solénoïde et on recommence l'opération ; on peut donc en déduire $\operatorname{Im}(\underline{G})$ en fonction du champ B créé par le solénoïde.

12) Les courbes sont périodiques de période $4,8 \cdot 10^{-4} \text{ T}$. $\Phi_1 = 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ a}^2 = 2 \cdot 10^{-15} \text{ Wb}$.

Problème B

B.1

2) Il faut que F'_1 et F_2 soient confondus et donc que la distance d entre les 2 lentilles soit telle

que : $d = f'_1 + f'_2 = \frac{4f'_1}{3}$. On doit donc avoir forcément $d > f'_1$.

$$4) G = \frac{f'_2}{f'_1} = \frac{1}{3}.$$

$$5) \alpha' = -\frac{f'_1}{f'_2} \alpha = -\frac{\alpha}{G}. \text{ L'image est donc renversée.}$$

6) Il faut $d < f'_1$ et il faut encore que F'_1 et F_2 soient confondus.

$$8) G' = \frac{f'_2}{f'_1}.$$

$$9) \alpha' = \frac{\alpha}{G}. \text{ L'image est droite.}$$

10) Oui car un faisceau de rayons parallèles converge en un point du plan focal image de (C_1) point qui est un foyer objet secondaire pour (C_2) . Or tous les rayons issus de ce foyer objet secondaire émergent de (C_2) en un faisceau de rayons parallèles entre eux.

B.2

$$1) \gamma = -\frac{1,2}{24 \cdot 10^{-3}} = -50. \text{ L'image est donc renversée.}$$

2) L'éclairement sera plus homogène sur la diapositive grâce au diffuseur.

3) Si on veut voir l'image dans le bon sens il faut mettre la diapositive à l'envers.

$$4) \gamma = \frac{\overline{OE}}{\overline{OI}}.$$

$$-\frac{1}{\overline{OI}} + \frac{1}{\overline{OE}} = \frac{1}{f'} \quad \text{d'où } f' = \frac{l}{1 - \gamma}.$$

$$m = 1 - \gamma \text{ donc } m = - \frac{\gamma l}{1 - \gamma}.$$

$$\overline{OI} = -f' - e = \frac{l}{\gamma} \text{ donc } e = - \frac{l}{\gamma(1 - \gamma)}.$$

$$\text{A.N : } f' = 5,9 \text{ cm ; } m = 2,9 \text{ ; } e = 1,17 \text{ mm.}$$

$$5) \overline{OI} = \frac{l f'}{f' - l} \text{ d'où } \gamma = 1 - \frac{l}{f'}$$

$$\text{A.N : } l = 2 \text{ m ; } \gamma = -32,9 \text{ et on obtient une image de } 0,8 \text{ m}$$

$$l = 5 \text{ m ; } \gamma = -83,7 \text{ et on obtient une image de } 2 \text{ m.}$$

6) * Il faut d'abord obtenir une image réelle, l'objet doit donc être placé avant le plan focal image de la lentille : $\overline{IO}_{\min} = f' = 5,9 \text{ cm}$

* Il faut que le grandissement soit supérieur à 1 en valeur absolue : $\overline{IO}_{\max} = 2f'$

$$\overline{O}_{\min} \overline{O}_{\max} = \overline{O}_{\min} \overline{I} + \overline{IO}_{\max} = f' = 5,9 \text{ cm}$$

7) Avantage : on capte plus de lumière

Inconvénient : on n'est plus dans l'approximation de Gauss.

B.3

1) La taille de l'objet étant inchangée ainsi que les positions de l'écran et de l'objet par rapport à la lentille, G' et D' sont identiques aux points G' et D' obtenus à la question B.2.3. Pour déterminer la position du plan focal image de (C₀) on prend un rayon parallèle à SG et passant par O' qui n'est pas dévié par (C₀). Il coupe le rayon GO en ϕ' qui est un foyer image secondaire de (C₀) ; il suffit donc de tracer la perpendiculaire à l'axe optique passant par ϕ' pour déterminer le plan focal image de (C₀).

$$2) G_t = \frac{\overline{O'O}}{\overline{O'S}} = -4 \text{ et } - \frac{1}{\overline{O'S}} + \frac{1}{\overline{O'O}} = \frac{1}{f'_0} \text{ donc } \overline{O'O} = 5 f'_0.$$

$$3) \text{ On suppose que (C}_1\text{) est inchangée alors : } \overline{OI} = \frac{l f'_1}{f'_1 - l} = -6,08 \text{ cm.}$$

$$\overline{SO} = \overline{SO'} + \overline{O'O} = 5 \overline{SO'} = \overline{SI} + \overline{IO} = 11,08 \text{ cm donc } \overline{SO'} = 2,2 \text{ cm}$$

$$4) f'_0 = \frac{4}{5} \overline{SO'} = 1,77 \text{ cm.}$$

$$5) \overline{SO}_{\min} = \overline{SI} + \overline{IO}_{\min} = 10,9 \text{ cm donc } \overline{SO'}_{\min} = 2,18 \text{ cm}$$

$$\overline{SO}_{\max} = 16,8 \text{ cm donc } \overline{SO'}_{\max} = 3,36 \text{ cm}$$

$$6) \Delta SO' = \frac{\Delta IO}{5} = 1,18 \text{ cm}$$

7) Oui, si on veut voir l'image dans le bon sens il faut penser à mettre la diapositive à l'envers.

8) Il n'y aura alors pas d'image de la source sur l'écran et on améliore ainsi la qualité de l'image.