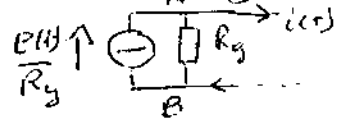
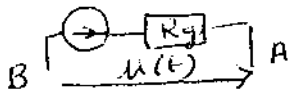


A-Electrotechnique:

A-4 CIRCUIT

T-1 Générateur: Thévenin ①

de Thévenin: $u(t) = e(t) - R_g i(t) \Rightarrow$ on obtient le générateur de Norton équivalent: $i(t) = \frac{e(t)}{R_g} - \frac{u(t)}{R_g}$



1-2 Expression de $u(t)$? (1) générateur de Thévenin (2) $u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$ aux bornes de L et (3) $u(t) = R(i(t) - i_1(t))$ aux bornes de R .

1-3 $e(-\infty < t < 0) = E$ Calcul de $u(t=0^-)$? En courant continu l'inductance est un court circuit $u_L = 0 \Rightarrow u(t=0^-) = 0 \Rightarrow i(t) = \frac{e(t)}{R_g} = \frac{E}{R_g} = i_1(t)$

1-4 $t=0$ $e(t=0)=0$ Equation différentielle en $u(t)$? τ ? On reprend les expressions de $u(t)$ (1) $u(t) = -R_g i(t)$ (2) $u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$ (3) $u(t) = R(i(t) - i_1(t))$
On dérive (3) et (1) (3) $\frac{du(t)}{dt} = R \left[\frac{di(t)}{dt} - \frac{di_1(t)}{dt} \right]$ et $\frac{du(t)}{dt} = -R_g \frac{di(t)}{dt}$

(3) devient $\boxed{\frac{R}{L} u(t) + \frac{du(t)}{dt} \left(1 + \frac{R}{R_g}\right) = 0}$

$\tau = \frac{L}{R} \left(1 + \frac{R}{R_g}\right)$
constante de temps

$\Rightarrow u(t) + \tau \frac{du(t)}{dt} = 0$

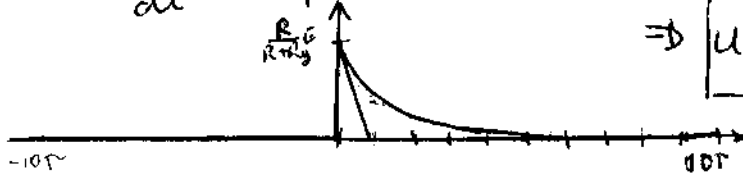
1-5 $u(t=0^+)$? Pour une inductance, l'intensité est continue $i_1(0^-) = i_1(0^+)$

$\Rightarrow i_1(0^+) = \frac{E}{R_g}$ i_1 passe dans R_g et R en // de résistance equiv. $\frac{R_g R}{R + R_g}$
 $\Rightarrow u(t=0^+) = \frac{R_g R}{R + R_g} i_1 \Rightarrow \boxed{u(0^+) = \frac{R}{R + R_g} E}$

1-6 Résolution de l'équation différentielle?

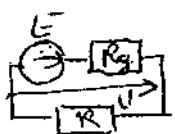
$\frac{du(t)}{dt} + \frac{u(t)}{\tau} = 0 \Rightarrow u(t) = C e^{-t/\tau}$ $t=0^+ u(0^+) = \frac{R}{R + R_g} E$

$\Rightarrow \boxed{u(t) = \frac{R}{R + R_g} E e^{-t/\tau}}$



A-2 OSCILLOSCOPE

2-1 Calcul de R_g ? mesure ① $U = 6V$ circuit ouvert donc $R = \infty$



$e(t) = 6V$ (continu) $U = 3V$ si $R = 50\Omega$ $U = E - R_g I$
et $U = RI$ $U \left(1 + \frac{R_g}{R}\right) = E \Rightarrow \boxed{R_g = R \left[\frac{E}{U} - 1\right]}$ $R_g = 50\Omega$

2-2 R-C série Impédance de charge minimale?

$Z_{\text{charge}} = R + \frac{1}{j\omega C}$ $|Z_{\text{charge}}| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2 \omega^2}}$ génération idéal si $R_g \ll |Z_{\text{charge}}|$

$R = 47k\Omega$ et $C = 22nF$ pour $\omega = 1kHz \times 2\pi$
est bien négligeable.

$|Z_{\text{charge}}| \approx 4,7 \times 10^3 \Omega$ et 50Ω

2-3 Fonction de transfert H de u_c ? ω_c ?

$e \uparrow \left[\frac{R}{C} \right] \uparrow u_c$ $H = \frac{u_c}{e} = \frac{Z_C i}{(R + Z_C) i} = \frac{1}{1 + \frac{R}{Z_C}} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$ $H = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_c}$

Si $\omega \rightarrow 0$ $|H| \rightarrow 1$ c'est un filtre passe bas de fréquence de coupure ω_c $|H|$ décroît par $\sqrt{2}$ ou log à -3dB $\omega_c = \frac{1}{RC}$

[2-3] A.N. $\omega_c = \frac{1}{RC} = 9,67 \text{ kHz}$

[2-4] Oscilloscope 1M Ω , 25pF gain pour $\omega \rightarrow 0$ H_0 ?
C est un coupe circuit - IL reste R et R_0 en série - $H_0 = \frac{R_0}{R+R_0}$

[2-5] Admittance Y ? $Y = j\omega C + j\frac{1}{\omega L} + \frac{1}{R_0}$
Basse fréquence déphasage de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à i dans Y ?
 $\underline{U} = \underline{Y} \underline{E}$ et $\tan \varphi_Y = \frac{(C+L)\omega}{1/R_0}$ si $\omega \rightarrow 0$ $\varphi \rightarrow 0$

[2-6] Calcul de H ?

$$H = \frac{1}{(1 + \frac{R}{R_0}) + j\omega R(C+L)}$$

on retrouve H_0 pour $\omega \rightarrow 0$

$$H = \frac{H_0}{1 + j\frac{R}{(1 + \frac{R}{R_0})} \omega (C+L)}$$

$$\text{forme } \frac{H_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

$$\omega_c = \frac{1 + \frac{R}{R_0}}{R(C+L)}$$

[2-7] Comparer H_0 et ω_c à 1 et ω_c ?
 $R = 4,7 \text{ k}\Omega$ $R_0 = 1 \text{ M}\Omega$

$$H_0 = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_0}} = \frac{1}{1 + 0,0047}$$

$$H_0 = 0,995 \approx 1$$

$$\omega_c = 9,67 \text{ kHz} \quad \omega_0 = 9,706 \text{ kHz}$$

Donc les deux premiers chiffres significatifs sont identiques.
 5×10^{-3} négligeable devant 1.

B - MÉCANIQUE - OSCILLATEUR

1 - Énergie

[1-1] Énergie potentielle E_p - Force élastique:

$F = -kx$ x écart à la position d'équilibre $dE_p = -dW$
 dW travail élémentaire de la force. $dW = Fdx = -kx dx$
d'où l'énergie potentielle: $dE_p = kx dx \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} kx^2 + C^6$

[1-2] Équation différentielle du mouvement?

Conservatif donc $E = E_p + E_c$ est constante.

$$E_p = E_0 + \alpha (y - y_0)^2 \text{ et } E_c = \frac{1}{2} m \dot{y}^2$$

$$E = C^6 \Rightarrow E_0 + \alpha (y - y_0)^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}^2 = C^6 \text{ on dérive}$$

et $\dot{y}$ n'est pas toujours nul on simplifie $\dot{y}$.

$$\alpha (y - y_0)^2 \dot{y} + \frac{1}{2} m 2 \dot{y} \ddot{y} = 0 \Rightarrow m \ddot{y} + 2\alpha (y - y_0) = 0$$

équation différentielle du mouvement

$$\text{On pose } y = y - y_0 \Rightarrow \ddot{y} + \omega_0^2 y = 0 \text{ oscillateur harmonique } \omega_0^2 = \frac{2\alpha}{m} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2\alpha}}$$

[1-3] Deux ressorts: $E_p(y)$? L'équilibre $y=0$

est au milieu des points d'attache - le 1er ressort est comprimé de y et le 2ème étiré de y .

$$E_p = \frac{1}{2} k y^2 + \frac{1}{2} k y^2 = k y^2$$

$$\text{D'où } k y^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}^2 = C^6$$

on dérive $2ky\dot{y} + m\dot{y}\ddot{y} = 0$ $\dot{y}$ n'est pas toujours nul

$$\Rightarrow \ddot{y} + \frac{2k}{m} y = 0 \quad \alpha = k \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2k}} \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{92}{20}} = 0,315$$

B [1-4] Frottement fluide $\vec{F} = -\beta m \vec{v}$ $v = \dot{y}$
 Unité de β ? $\beta = \frac{F}{m \dot{y}} = \frac{kg \cdot m \cdot s^{-2}}{m \cdot m \cdot s^{-1}} = \frac{kg}{m \cdot s}$ donc β en s^{-1}

[1-5] Equation différentielle du mouvement?
 $m \ddot{y} = -2ky - \beta m \dot{y}$ frottement
 forces élastiques

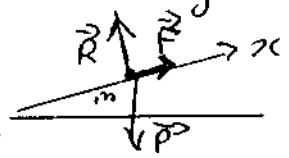
Valeur maximale de β pour le régime critique? $\Delta = 0$ pour
 l'équation caractéristique $-\ddot{y} + \beta \dot{y} + \frac{2k}{m} y = 0$
 $\Delta^2 + \beta^2 + \frac{2k}{m} = 0$ $\Delta = \beta^2 - \frac{8k}{m}$

$\Delta = 0$ pour $\beta = 2\sqrt{\frac{2k}{m}}$ A.N. $\beta = 40 s^{-1}$

le régime critique sépare les oscillations du régime apériodique.

B-2 Banc à coussin d'air incliné:

[2-1] Forces à l'équilibre: $\vec{F} = mg \sin \alpha \vec{e}_x = 0$
 $\vec{R} + mg \cos \alpha \vec{e}_y = 0$



[2-2] $\vec{F}(x) = k \left(\frac{x_0}{x}\right)^n \vec{e}_x$ α petit $\tan \alpha = \frac{h}{L} \approx \sin \alpha$

Equilibre projection sur Ox $k \left(\frac{x_0}{x}\right)^n - mg \sin \alpha = 0$ $\left(\frac{x_0}{x_0}\right)^n = \frac{kL}{mgh}$

[2-3] Calcul de n et k? Courbe donnée:

$$n \ln \left(\frac{x_0}{x_0}\right) = \ln \left(\frac{kL}{mgh}\right) - \ln h$$

on prend 2 points sur la droite moyenne ou pente à la calculatrice -
 Erreur d'énoncé ① $\begin{cases} \ln h_1 = -4,61 \\ \ln \frac{x_0}{x_0} = -2,19 \end{cases}$ ② $\begin{cases} \ln h_2 = -2,53 \\ \ln \frac{x_0}{x_0} = -2,73 \end{cases}$ pente: $\frac{-4,61 + 2,53}{2,19 - 2,73}$

$\Rightarrow n = 4$ et $\ln \left(\frac{kL}{mgh}\right) = n \ln \frac{x_0}{x_0} + \ln h_1 \Rightarrow \frac{kL}{mgh} = 1,56 \times 10^{-6}$
 $\Rightarrow k = \frac{1,56 \times 10^{-6} \times 0,129 \times 9,81}{1,20} = 2,4 \times 10^{-6} N$

[2-4] $E_p(x)$?

$$E_p(x) = E_{p \text{ magn}} + \underbrace{mg \sin \alpha x}_{\text{travail du poids}} + C^t$$

$$dE_{p \text{ magn}} = -dW = -k \left(\frac{x_0}{x}\right)^4 dx \quad \frac{dx}{x^4} \text{ linéaire en } -\frac{1}{3x^3}$$

$$E_{p \text{ magn}} = k \frac{x_0^4}{3x^3} + C^t \quad \text{on utilise l'équilibre } k \left(\frac{x_0}{x_0}\right)^n = \frac{mgh}{L}$$

$$E_{p \text{ magn}} = k \frac{x_0^n}{(n-1)x^{n-1}} + k \left(\frac{x_0}{x_0}\right)^n x + C^t$$

[2-5] Développement de Taylor: $E_p(x) = E_p(x=x_0) + \frac{(x-x_0)^2}{2} \left(\frac{d^2 E_p}{dx^2} \right)_{x=x_0}$

$$\frac{dE_p}{dx} = -k \frac{x_0^n}{x^{n+1}} + k \left(\frac{x_0}{x_0}\right)^n \quad \text{et} \quad \frac{d^2 E_p}{dx^2} = -k \frac{x_0^n}{x^{n+1}} (-n) = n k \frac{x_0^n}{x^{n+1}}$$

Donc $E_p(x) = \frac{(x-x_0)^2}{2} n k \frac{x_0^n}{x_0^{n+1}} + E_p(x_0)$ $n = 4$

[2-6] raideur? C'est l'énergie potentielle d'une force élastique de raideur $K = n k \frac{x_0^n}{x_0^{n+1}}$

[2-7] Période: On dérive $E_p(x)$ pour avoir l'équ du mouvement $\ddot{x} + \frac{K}{m} x = 0$
 en posant $x = x - x_0$ $\omega^2 = \frac{K}{m}$ $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$. On remplace K et $x_0 = x_0 \left(\frac{kL}{mgh}\right)^{1/n}$
 $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{n k \frac{x_0^n}{x_0^{n+1}}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{n k} x_0 \frac{L}{mgh}}$

T dépend de h à la puissance $-(n+1)$ (on peut tracer la courbe $\log T$ en fonction de $\log h$ après avoir mesuré la période) (4)

C - MESURES THERMODYNAMIQUES

1-1 Premier principe : l'énergie interne. Entie 2 états d'équilibre (1) et (2) d'un système fermé. Variation d'énergie interne: $(\Delta U)_1^2 = W + Q$
↑ travail reçu par le système ↑ échange thermique

1-2 Variation d'enthalpie H , cas isobare: $H = U + PV \Rightarrow dH = dU + PdV + VdP$ $dU = \delta W + \delta Q$
 cas où $P = P_{ext}$ $dW = -PdV$ $dW + dQ = dU$
 $dH = dQ + VdP$ isobare $P = c^te$ $dP = 0 \Rightarrow (\Delta H)_1^2 = Q$

C-2 CALORIMÉTRIE ADIABATIQUE

2-1 Capacités thermiques molaires: $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ $C_P = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P$

Pour un gaz parfait: les 2 sont liés: $dU = C_V dT$ et $dH = C_P dT$

$$\Rightarrow C_P - C_V = \frac{dH}{dT} - \frac{dU}{dT} \quad H = U + PV \Rightarrow C_P - C_V = \frac{d(PV)}{dT}$$

1 mole $PV = RT \Rightarrow \boxed{C_P - C_V = R}$ Or $\frac{C_P}{C_V} = \gamma$

$$\Rightarrow C_V = \frac{R}{\gamma - 1} \text{ et } C_P = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$$

2-2 En contact avec un thermostat T_1 - Calcul de θ_{final} ?

$\Delta V = \frac{5}{100} V_0$ $\theta_0 = 27^\circ C \Rightarrow T_0 = 300 K$

Système: gaz parfait + 0,269 kg de cuivre. $P = P_0 = c^te$

Gaz parfait: $\frac{PV}{T} = c^te \Rightarrow \frac{V}{T} = c^te$ $\frac{V_0}{T_0} = \frac{0,95 V_0}{T_1}$

$$\Rightarrow T_1 = 0,95 T_0 \text{ A.N. } T_1 = 285,14 K \quad \boxed{\theta_1 = 12^\circ C}$$

2-3 Variation d'enthalpie? $\Delta H = C' \Delta T$ H est une fonction d'état additive et la variation ne dépend pas du chemin suivi mais seulement de l'état initial et final - $P = c^te$ $\Delta H = n C_P \Delta T + m_{cu} c \Delta T$ avec $C_P = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$

d'où $\boxed{C' = n \frac{\gamma R}{\gamma - 1} + m_{cu} c}$

2-4 Transfert thermique Q ? $\Delta H = Q$ $\Delta T = 15 K$

$$\Delta H = C' \Delta T = - \left(\frac{7/5 \times 8,314}{2/5} + 0,269 \times 385 \right) 15 = -1990 J$$

Le système se refroidit donc l'échange vers le thermostat

2-5 Variation d'énergie interne? Gaz parfait $\Delta U = C_V \Delta T$
 pour le cuivre $\Delta U = C \Delta T$ $\Delta U = \left(\frac{R}{\gamma - 1} + m_{cu} c \right) \Delta T = -1865,25 J$

$\Delta U > \Delta H$ car le volume varie $\Delta(PV) < 0$ le travail fourni au gaz.

C-2-6 Entropie ΔS créée ? ($\Delta S_{\text{sy. ligne}} + \Delta S_{\text{source}}$) représenté (5)

l'entropie créée -

A pression constante on utilise l'expression de l'entropie en fonction de P et T pour un gaz parfait :

$$\Delta S_{\text{gp}} = n C_{pM} \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) \quad \text{et} \quad \Delta S_{\text{source}} \text{ se calcule en mettant le système en contact avec une infinité de sources de temp. comprise entre } T_0 \text{ et } T_1$$

ΔS_{gp} ne dépend que de l'état initial et de l'état final car S est une fonction d'état et $dS_{\text{cuvier}} = m c \frac{dT}{T}$ $\Delta S_{\text{cuvier}} = m c \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right)$

$$\Delta S_{\text{sy. ligne}} = (m c + n C_{pM}) \ln \frac{T_1}{T_0} \quad \text{A.N. } \Delta S_{\text{sy. ligne}} = 132,66 \text{ J} \cdot \ln\left(\frac{285,14}{300,15}\right)$$

$$\Delta S_{\text{sy. ligne}} = -6,805 \text{ K}^{-1}$$

$$\Delta S_{\text{source}} = \frac{|Q|}{T_1} = \frac{1990}{285,14} \quad \text{puisque l'échange se fait à la température } T_1$$

$$\Delta S_{\text{source}} = 6,979$$

$\Delta S_{\text{source}} + \Delta S_{\text{sy. ligne}} = 0,179 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} > 0$
la transformation est irréversible.

C-3 CALORIMÉTRIE A BASSE TEMPÉRATURE

$T_0 = 77,4 \text{ K}$ [3-1] Pendant 10 min $W = RI^2 t_1$ et le liquide $\text{liq. } \text{N}_2$ reste à 77,4 K car le changement d'état d'un corps pur se produit à température constante.

[3-2] En l'absence de chauffage la masse diminue car l'azote bouillonne dans un récipient ouvert - la pression de l'azote dans l'air n'est pas saturante - Recuit de la chaleur car pas isolé des pertes.

[3-3] On prolonge la droite en l'absence de chauffage pour laquelle on trouve une évaporation de 18 g en 10 min - Avec chauffage la pente est de 41,5 g en 10 min - $\lambda = \frac{v_1}{v_2} = \frac{41,5}{18}$

[3-4] P_5 puissance seule et P puissance des autres transferts ?
 $m_1 = 41,5 \text{ g}$ et $m_2 = 9 \text{ g}$ (5 min) $t_1 P_5 = (m_1 - 2m_2) L_v$ indépendant
 $(t_2 - t_1) P = m_2 L_v$

de P L_v ? $\Rightarrow L_v = \frac{t_1 P_5}{m_1 - 2m_2}$ avec $P_5 = \frac{U^2}{R}$

$$L_v = \frac{10 \times 60 (8,5)^2}{10 (41,5 - 18) \times 10^{-3}}$$

$$L_v = 184,5 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$L_v = 184,5 \text{ kJ/kg}$$

La valeur exacte est 199 kJ/kg