

1.1. $\vec{F}_e = -e\vec{E}$ (sans contour à $\vec{E}$)

1.2. $m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - m\frac{\vec{v}}{T}$ en comparant $m \frac{d\vec{v}}{dt}$ et $m\frac{\vec{v}}{T}$; T est un temps en seconde

sur ox : $m \frac{dv}{dt} = -eE - \frac{mv}{T} \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{v}{T} = -\frac{eE}{m} \Rightarrow v = Ae^{-\frac{t}{T}} - \frac{eTE}{m}$

à $t=0$ $v=0 \Rightarrow v = -\frac{eTE}{m}(1 - e^{-\frac{t}{T}}) \Rightarrow v_{\infty} = -\frac{eTE}{m}$; T temps de relaxation

1.3. $\vec{j} = [n^*(-e)]\vec{v} = -en^*\vec{v} = -en^* \left(-\frac{eTE}{m} \right) \vec{e} = \left(\frac{n^*e^2T}{m} \right) \vec{E}$ $\gamma = \frac{n^*e^2T}{m}$

1.4. en note $n^* = \frac{N}{H}$; en n^0 d'atome (ou e^-) $n^* = \frac{N}{H} \times N^0 = 8,43 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$

$\Rightarrow T = \frac{\gamma m}{n^*e^2} = 2,43 \cdot 10^{-14} \text{ s}$ Période $T = T \Rightarrow N = \frac{1}{T} = 4,11 \cdot 10^{13} \Rightarrow \Delta = \frac{c}{N} = 7,29 \text{ nm}$ (ultra rouge)

2.1. $m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - m\Omega^2\vec{r} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$; pour un oscillateur harmonique on a $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \Omega^2\vec{r} = 0$

en multipliant par m cette expression, on retrouve ces deux termes dans la RFD

$\Rightarrow \Omega = \text{pulsation}$

sur ox , et en dérivant par rapport au temps: $m \frac{d^2x}{dt^2} = -e \frac{\partial E}{\partial t} - m\Omega^2x$

pour justifier la dérivée partielle: il faut admettre qu'ici v et E dépendent d'un autre paramètre (x)

$\Rightarrow -m\Omega^2x = -e \frac{\partial E}{\partial t} - m\Omega^2x \Rightarrow \frac{v}{\omega} = \frac{e \frac{\partial E}{\partial t}}{m(\omega^2 - \Omega^2)} \Rightarrow j = -n^*e \frac{v}{\omega}$

$\Rightarrow \vec{j} = \frac{n^*e^2 \frac{\partial E}{\partial t}}{m(\Omega^2 - \omega^2)}$

2.2.a. $\text{div } \vec{B} = 0$ (flux magnétique); $\text{div } \vec{E} = 0$ (gauss); $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (Faraday); $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ (Ampère)

2.2.b. $\text{rot}(\text{rot } \vec{E}) = \text{rot} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = -\frac{\partial (\text{rot } \vec{B})}{\partial t} = -\frac{\partial (\mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})}{\partial t} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

$= \text{grad}(\text{div } \vec{E}) - \Delta \vec{E} = -\Delta \vec{E}$

2.2.c. $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$ 2.2.d. il suffit de remplacer ϵ_0 par ϵ dans l'expression de C

donc: $\vec{V} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}}$ $n = \frac{c}{V} = \sqrt{\epsilon_r}$

2.3.a. $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left(\frac{n^*e^2}{m(\Omega^2 - \omega^2)} + \epsilon_0 \right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Rightarrow E = E + \frac{n^*e^2}{m(\Omega^2 - \omega^2)} E = E \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\Omega^2 - \omega^2} \right)$

$n = \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\Omega^2 - \omega^2} \right)^{1/2}$ par la suite $n = \left(1 + \frac{\omega^2}{\Omega^2 - \omega^2} \right)^{1/2} = \epsilon_r$

2.3.b. $n = \left(1 + \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\Omega^2}} \right)^{1/2} \approx \left(1 + 1 + \frac{\omega^2}{\Omega^2} \right)^{1/2} = \sqrt{2} \left(1 + \frac{\omega^2}{4\Omega^2} \right) = \sqrt{2} + \frac{\omega^2}{2\Omega^2}$

on $\omega = 2\pi N = 2\pi \frac{c}{\lambda} \Rightarrow n = \sqrt{2} + \frac{\pi^2 \frac{c^2}{\lambda^2}}{\Omega^2} \frac{1}{\lambda^2}$ formule de Cauchy

• dispersion (indice dépendant de la longueur d'onde)

$\omega_p = 10^{-11} \text{ rad s}^{-1}$; $a = 1,41$ et $b = 1,34 \cdot 10^{-11} \text{ m}$

decomposition à cause de la loi de Descartes sur $r = \frac{\lambda m_1}{m_2} \Rightarrow r$ dépend de m_1 donc de λ

2.4. au niveau de la deuxième face du prisme l'angle d'incidence est A donc $\sin r_0 = n_2 \sin A$

pour m , l'angle d'incidence reste $A \Rightarrow \sin(r_0 + \theta) = n \sin A = n \sin r_0 \cos \theta + \sin \theta \cos r_0 \approx \sin r_0 + \theta \cos r_0$

$\Rightarrow \theta = \frac{(n - n_0) \sin A}{\cos r_0} = \frac{(n - n_0) \sin A}{\sqrt{1 - n_0^2 \sin^2 A}}$

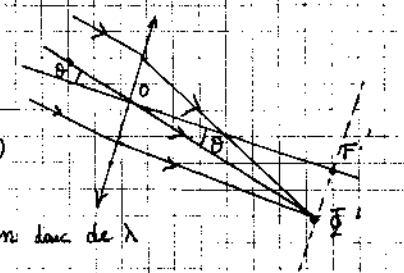
$OF'_0 = \frac{R}{n_0 - 1}$; $OF' = \frac{R}{n - 1}$; $F'_0 F' = OF'_0 - OF'$ en effet

$\tan d = \frac{F'_0 F'}{OF'_0 - OF'} = \frac{OF'_0 \theta}{OF'_0 - OF'} = \frac{\theta (n_0 - 1)}{(n - n_0)}$

$\Rightarrow \tan d = \frac{(n_0 - 1) \sin A}{\sqrt{1 - n_0^2 \sin^2 A}}$ indépendant de n donc de λ

$\Rightarrow d$ est la même pour toutes les longueurs d'onde, les images ne sont pas déformées par la dispersion

$\alpha = 28,3^\circ$



3.1. Biot et Savart: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I d\vec{l} \wedge \frac{\vec{r}}{r^3}$ $n = \frac{d\vec{r}}{dt}$ et $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0 q \vec{v}}{4\pi r^3} \wedge \frac{\vec{r}}{r} = \vec{B}$

3.2. $\vec{v} = v \vec{u}_\varphi = v (\cos \theta \vec{u}_r - \sin \theta \vec{u}_\theta) \Rightarrow \vec{v} \wedge \vec{u}_r = v \sin \theta \vec{u}_\theta \Rightarrow \vec{B} = \left(\frac{\mu_0 q v}{4\pi r^2} \right) \sin \theta \vec{u}_\theta$

$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 q v}{4\pi r^2} \sin \theta \vec{u}_\theta$

3.3. $\Delta \vec{B} = \text{grad} \left(\frac{\mu_0 q v}{4\pi r^2} \right) \left(\frac{6}{r^3} - \frac{4}{r^4} - \frac{2}{r^4} \right) = \vec{0}$

3.4. $\text{rot}(\text{rot } \vec{B}) = \text{rot} \left(\frac{\mu_0 q v}{4\pi r^2} \sin \theta \vec{u}_\theta \right) = \mu_0 \frac{\partial (\text{rot } \vec{B})}{\partial t} = \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$= \text{grad}(\text{div } \vec{B}) - \Delta \vec{B}$

comme $\Delta \vec{B} = \vec{0} \Rightarrow \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \Rightarrow \vec{B}$ est une fonction linéaire du temps, ce qui est impossible physiquement (divergence quand $t \rightarrow \infty$), donc $\vec{B}$ indépendant de t soit $\vec{B}$ permanent. La loi de Biot et Savart n'est compatible avec les équations de Maxwell que pour des champs permanents.

4.1. $\text{Laplace} \left[\frac{d^4 \psi}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 \psi}{dr^3} - \frac{2}{r^2} \frac{d^2 \psi}{dr^2} \right] = -\epsilon_0 \omega^2 \psi^*$

4.2. Si $r \rightarrow \infty$ ψ^* ne doit pas diverger (B^* non infini) $\Rightarrow A_2 = 0$

$\omega \rightarrow 0 \quad \psi^* \rightarrow \frac{A_1}{r^2} = \frac{\mu_0 q \hat{V}}{4\pi r^2} \Rightarrow A_1 = \frac{\mu_0 q \hat{V}}{4\pi}$

Donc: $B_\varphi = \sin \theta \frac{\mu_0 q}{4\pi r^2} \left(1 + i \frac{\omega r}{c} \right) \hat{V} e^{i(\omega t - \frac{\omega r}{c})}$

$B_r = \frac{\mu_0 q \hat{V} \sin \theta}{4\pi r^2} \left(1 + i \frac{2\pi r}{\lambda} \right) e^{i(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})}$

Vectoremment :
$$\vec{d\vec{B}} = \frac{\epsilon_0}{4\pi} \vec{I} d\vec{\ell} \left(1 + i \frac{2\pi r}{\lambda} \right) e^{-i \frac{2\pi r}{\lambda}} \wedge \frac{\vec{u}_r}{r^2}$$

$$\left\{ \begin{aligned} I d\vec{\ell} &= dq \vec{u}_r \\ \sin\theta \vec{u}_\theta &= \frac{1}{\sin\theta} \vec{u}_\theta \end{aligned} \right.$$

4.3
$$B_y = i \frac{\epsilon_0 q \hat{V} \sin\theta}{2r\lambda} e^{i(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})}$$

$$\frac{2\pi r}{\lambda} > 1000 \quad r > 1000 \lambda \quad \text{avec } \lambda = \lambda_{\text{max}} = 0,610^{-6} \text{ m} \Rightarrow r > 0,1 \text{ mm}$$

$$\vec{\omega} \times \vec{B} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \epsilon_0 i \omega \vec{E} = \frac{\epsilon_0 q \hat{V} \cos\theta}{2\pi r \lambda} \left(1 + i \frac{2\pi r}{\lambda} \right) e^{i(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})}$$

$$\frac{\epsilon_0 q \hat{V} \sin\theta}{4\pi} \left(\frac{1}{r^3} + \frac{i 2\pi}{\lambda r^2} - \frac{4\pi^2}{\lambda^2 r} \right) e^{i(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})}$$

0

à grande distance, les termes en $\frac{1}{r^3}$, $\frac{1}{r^2}$ sont négligeables $\Rightarrow E_\theta = - \left(\frac{\epsilon_0 q \hat{V} \sin\theta 2\pi}{\lambda^2 r} \right) e^{i(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})}$

4.4 $\delta = -z \sin\theta \Rightarrow B_y = g(r, \theta) e^{i(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})} e^{i \frac{2\pi z \sin\theta}{\lambda}}$

5.1 rappel : $g(r, \theta) = i \frac{\epsilon_0 q \hat{V} \sin\theta}{2r\lambda}$ donc sur dz : $dg = i \frac{\epsilon_0 q \hat{V} \sin\theta}{2r\lambda} \left(\cos \frac{2\pi z}{\lambda} \right) = q \frac{dz}{L}$

donc
$$B_y = \int_{-\frac{\delta}{2}}^{\frac{\delta}{2}} \frac{\epsilon_0 q \hat{V} \sin\theta}{\pi \lambda^2} \left(\cos \frac{2\pi z}{\lambda} \right) e^{i(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})} e^{i \frac{2\pi z \sin\theta}{\lambda}} dz$$

$$B_y = i \frac{q \epsilon_0 \hat{V} \sin\theta}{r \lambda^2} e^{i(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})} \int_{-\frac{\delta}{2}}^{\frac{\delta}{2}} \cos \left(\frac{2\pi z}{\lambda} \right) e^{i \frac{2\pi z \sin\theta}{\lambda}} dz$$

5.2a à grande distance r et θ sont pratiquement constants dans l'amplitude de B_y .
Il ne reste plus que le terme variable en $(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})$ dans l'exponentielle $\Rightarrow$ onde plane.

5.2.b
$$\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\epsilon_0} = \frac{c}{\epsilon_0} B_y^2 \vec{u}_r$$
 ; direction de propagation $\vec{u}_r // \vec{O}\vec{\Pi}$

5.2.c
$$d\Phi = \text{flux de } \vec{R} = R \cdot dS$$

avec R exprimé en notation réelle $\Rightarrow R = \frac{c}{\epsilon_0} \left(\frac{\epsilon_0 q \hat{V} \cos(\frac{\Pi}{2} \cos\theta)}{\pi \lambda r \sin\theta} \right)^2 \cos^2 \left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda} + \frac{\Pi}{2} \right)$

$$E(r, \theta) = \langle \frac{d\Phi}{dS} \rangle = \frac{c}{2\epsilon_0} \left(\frac{\epsilon_0 q \hat{V} \cos(\frac{\Pi}{2} \cos\theta)}{\pi \lambda r \sin\theta} \right)^2$$

$$\frac{E(r, 45^\circ)}{E(r, 90^\circ)} = \frac{\cos(\frac{\Pi}{2} \frac{1}{\sqrt{2}})}{\frac{1}{2}} = 0,394$$

6.1 diffusion liée au rayonnement d'un atome dans le modèle de l'électron élastiquement lié, soumis dans la haute atmosphère à la lumière du soleil.
($\Rightarrow$ couleur bleue du ciel et polarisation partielle de la lumière reçue du ciel.)

6.2 pour le mouvement de l'électron, les variations de r de l'axe des $1/10 \text{ nm}$ sont donc très petites devant $\lambda \approx 600 \text{ nm}$.
Le déphasage $\frac{2\pi r}{\lambda}$ occasionné par les variations de r est négligeable.

① 1.1 : par division de tension $V_{MN} = V_{PM} = \frac{V}{2} = 120 \text{ V}$

1.2 $r = R$, le voltmètre en // entre M et P avec R est équivalent à $\frac{R}{2}$
 $\Rightarrow$ par division de tension : $V_{PM} = V \cdot \frac{\frac{R}{2}}{\frac{R}{2} + R} = \frac{V}{3} = 80 \text{ V}$

de m pour le voltmètre branché entre M et N : $V_{MN} = \frac{V}{3} = 80 \text{ V}$

1.3 Si les deux tensions sont égales on peut en déduire que les deux résistances sont égales

② Sans oscilloscope $V_A - V_B = \frac{E}{3} = 4 \text{ V}$ (division de tension)

avec oscilloscope, la résistance R au bas du montage est court-circuitée (masses)

donc par division de tension on lit : $\frac{E}{2} = 6 \text{ V}$

③ 3.1 $i = 0$ (régime permanent) car condensateur = circuit ouvert.

3.2 régime transitoire loi des mailles (A) : $E = V_D + \frac{q}{C}$ avec $V_D = R_D i$ et $i = \frac{dq}{dt}$

(1) dérivée $\Rightarrow 0 = R_D \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i \Rightarrow i(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau = R_D C$

à $t=0$ $q=0 \Rightarrow V_D = E \Rightarrow i(0) = \frac{E}{R_D} \Rightarrow i(t) = \frac{E}{R_D} e^{-\frac{t}{\tau}}$

$\frac{E}{R_D} = \frac{12}{0,6} = 20 \text{ A}$: la diode est détruite dès le début

3.3 avec une résistance R en série : $E = (R_D + R) i + \frac{q}{C}$

il suffit de remplacer R_D par $R_D + R \Rightarrow \frac{E}{R_D + R} < 1 \text{ A} = I_0$

$R_D + R > \frac{E}{I_0} \Rightarrow R > \frac{E}{I_0} - R_D = 11,4 \text{ k}\Omega$

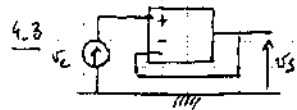
④ 4.1 : rétroaction sur entrée $\oplus \Rightarrow$ saturation

4.2 : Dans le montage "suiveur" $v_+ = v_s$ et $v_- = v_e$

$\Rightarrow v_s = A(v_s - v_e) = \tau \frac{dv_s}{dt} \Rightarrow \tau \frac{dv_s}{dt} + (1-A)v_s = -A v_e$

résolution : $v_s = \frac{A}{A-1} v_e + C e^{\frac{(A-1)t}{\tau}} = \frac{A}{A-1} v_e \left(1 - e^{\frac{(A-1)t}{\tau}} \right)$ avec $v_e = 15 \text{ V}$

$A \gg 1 \Rightarrow v_s \rightarrow -\infty \Rightarrow$ saturation en $-V_{sat}$



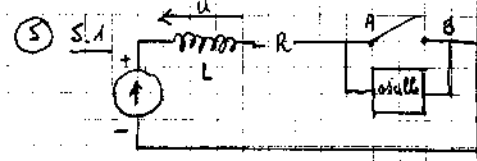
$v_s = A(v_e - v_s) - \tau \frac{dv_s}{dt}$

$\Rightarrow \tau \frac{dv_s}{dt} + (1+A)v_s = A v_e$

$\Rightarrow v_s = \frac{A}{A+1} v_e \left(1 - e^{-\frac{(A+1)t}{\tau}} \right) \rightarrow \frac{A}{A+1} v_e \approx v_e = 15 \text{ V} \ll V_{sat}$

on a donc bien un suiveur tel que $v_s \approx v_e$

4.4 : intérêt du suiveur : transmettre une tension sans modifier le circuit en amont ($i \approx 0$)



$u = L \frac{di}{dt}$
 Si interruption instantanée du courant $di \approx di$ pour $dt \rightarrow 0 \Rightarrow u \rightarrow \infty$

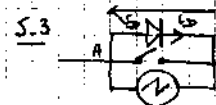
$\Rightarrow$ forte tension aux bornes de L

5.2 en régime permanent $I = \frac{E}{R} = 0,12 \text{ A}$

loi des mailles : $E = L \frac{di}{dt} + R i + V_D$ ($v_D = 0$) à $t > 0$ $v_D = R_D i$ ($R_D = 1 \text{ M}\Omega$)

$\Rightarrow i = \frac{E}{R + R_D} + A e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau = \frac{L}{R + R_D}$; à $t \rightarrow \infty$ $i = I = \frac{E}{R}$

$\Rightarrow A = \frac{R_D E}{R(R + R_D)} \Rightarrow i = \frac{E}{R + R_D} \left(1 + \frac{R_D}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \Rightarrow v_D = v_B = \frac{R_D E}{R + R_D} \left(1 + \frac{R_D}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$
 à $t=0$ $v_D = \frac{R_D E}{R} = 12 \cdot 10^4 \text{ V} \gg 500 \text{ V} \Rightarrow$ ouïe en peril !!!



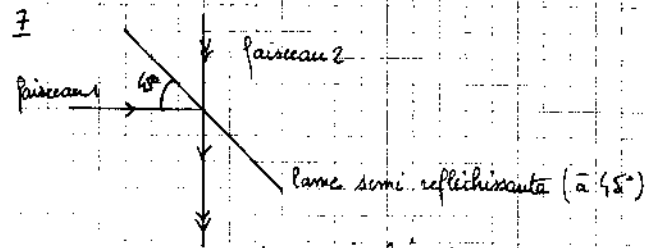
mettre entre A et B une diode avec seuil
 (une Zener ou inversee peut aussi convenir)

inter fermé : $v_D = 0 \Rightarrow i_D = 0$

inter ouvert : $i_D = 0$ tant que $v_D < V_S$ donc tout le courant passe par l'ouïe
 tant que $v_D = v_B < V_S$: Après $v_D = V_S$ reste égal à V_S , une bonne partie du courant passant dans la diode.
 L'ouïe indique donc un échelon de tension égal à V_S (tension seuil).

6 la méthode de Bessel impose $\Rightarrow \lambda \gg 4 f$ condition non réalisée ici

il faut $f' < 20 \text{ cm}$



sources incohérentes $\Rightarrow$ pas d'interférences