

Corrigé du sujet Mines-Ponts PSI (Physique II) Avril 2009

Auteur: A.Leroux

(alain-jean.leroux@wanadoo.fr)

1) La tension V_+ vérifie: $V_+ = V_s \frac{R_3}{R_2 + R_3}$ (diviseur de tension).

Or $V_+ = V_- = V_e$ et $I_e = \frac{V_e - V_s}{R_1}$ Donc $I_e = -V_e \frac{R_2}{R_1 R_3}$ tous calculs faits. Il s'agit d'un circuit à **résistance négative** (d'ailleurs instable, car la réaction se fait sur l'entrée +).

Les points limites correspondent à $V_s = \pm V_{sat}$ soit $V_e = \pm V_{sat} \frac{R_3}{R_2 + R_3}$ et

$$I_e = \mp V_{sat} \frac{R_2}{R_1(R_2 + R_3)}$$

2) En dehors de ce domaine,

$$I_e = \frac{V_e \mp V_{sat}}{R_1}$$

la pente est maintenant positive et égale à

$$\frac{1}{R_1}. \text{ Le domaine } I_e > 0$$

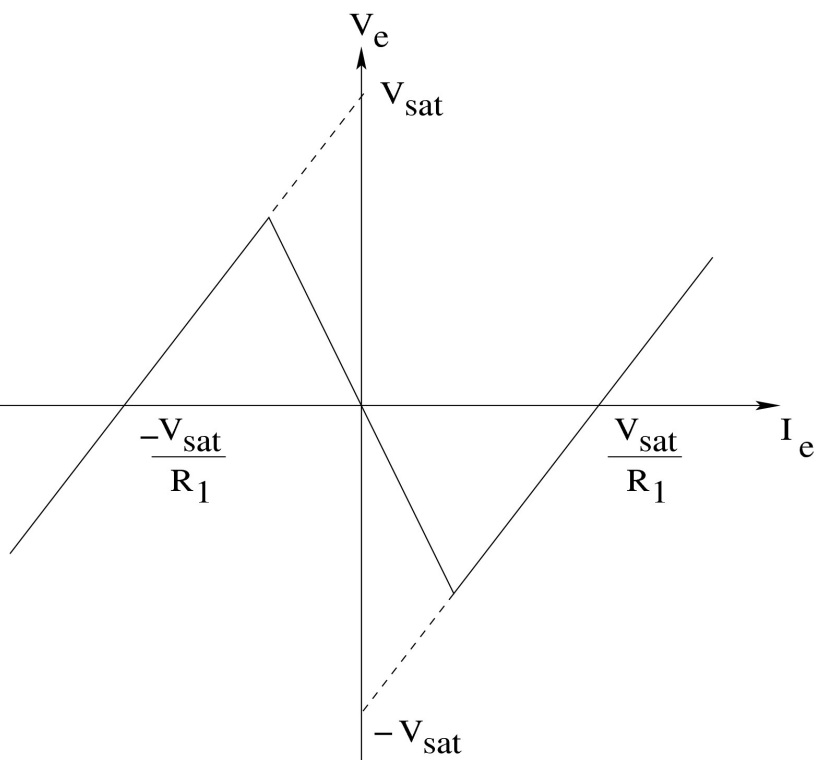
correspond à $V_e < 0$ s'il n'y a pas saturation. Le point de saturation correspond, par continuité, à $V_e = -V_{sat}$ et la droite obtenue est donc

$$I_e = \frac{V_e + V_{sat}}{R_1} \text{ dans ce domaine.}$$

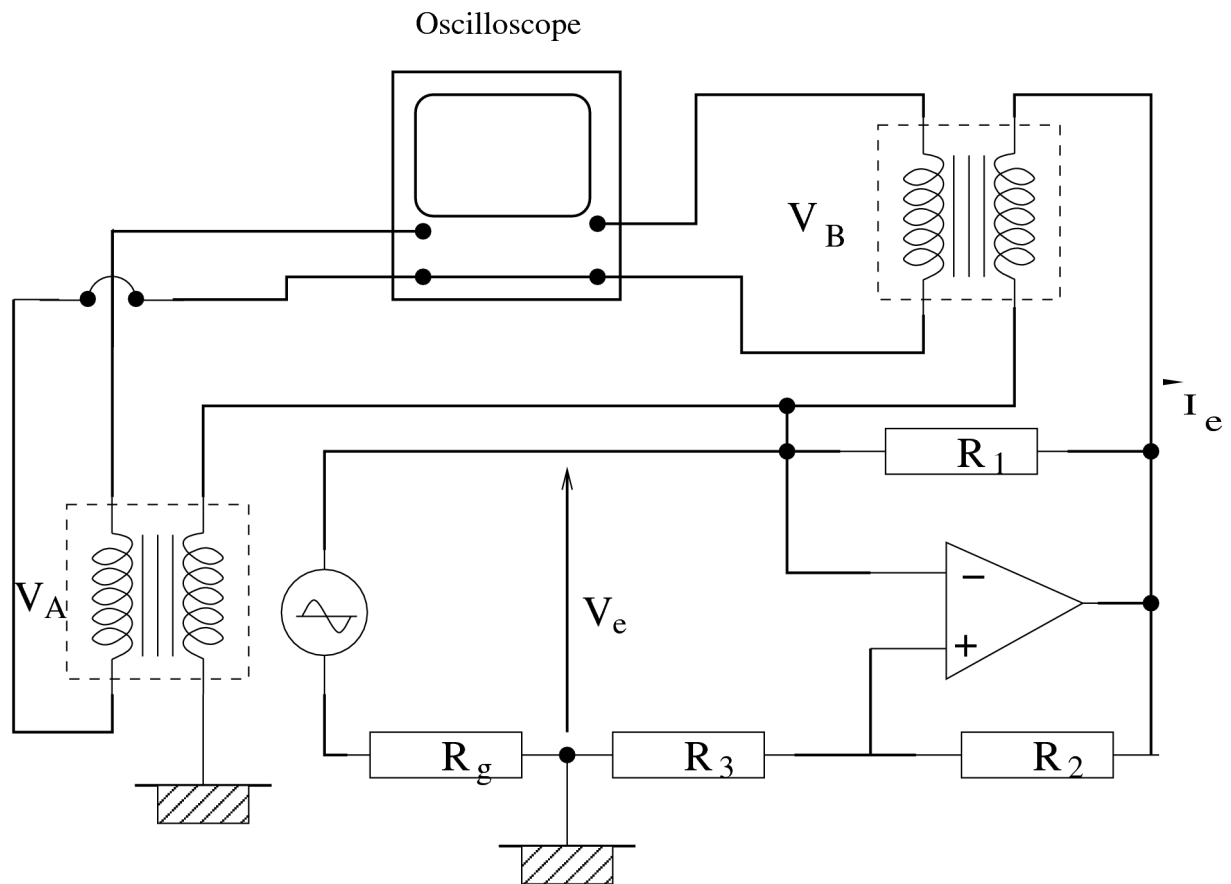
Elle passe par le point $I_e = 0$ $V_e = -V_{sat}$ et

$$I_e = \frac{V_{sat}}{R_1} \text{ } V_e = 0 \text{ On complète}$$

par symétrie pour $I_e < 0$ (voir figure)



3) Il faut mesurer la tension V_e entre la masse et l'entrée - de l'amplificateur opérationnel et la tension $R_1 I_e$ entre la sortie et l'entrée - de cet amplificateur. L'ennui est que la borne commune aux deux entrées de l'oscilloscope est reliée à la masse. Il faut donc interposer deux transformateurs d'isolement, de rapport 1, pour séparer les masses.



4) Le point de fonctionnement est donné par l'intersection de la droite $V_e = E_0 - R_g I_e$ avec la caractéristique $V_e = f(I_e)$. Si $E=0$, la première est une droite passant par l'origine qui coupe la caractéristique en un point ou en trois (voir figure) selon la pente de la droite: il y a un point, l'origine si $R_g > R_1 \frac{R_3}{R_2}$ et trois points en cas contraire.

5) Si le point est en M, $I_e < 0$ $V_e = -R_g I_e > 0$ et on est en régime saturé $V_s = +V_{sat}$ On obtient $I_e = \frac{-V_{sat}}{R_1 + R_g}$ (en raisonnant directement sur la maille partant de la sortie, passant par l'entrée - de l'A.O. Puis se terminant à la masse) et $V_e = -R_g \frac{V_{sat}}{R_1 + R_g}$

6) Pour le $\mu A741$, $A_0 \sim 10^5$ et $f_0 \sim 10 \text{ Hz}$.

On a: $V_- = \frac{V_s R_g}{R_1 + R_g}$ et $V_+ = \frac{V_s R_3}{R_2 + R_3} = A V_s$ donc

$$\varepsilon(\omega) = V_s(\omega) \left(A - \frac{R_g}{R_1 + R_g} \right) = \frac{V_s(\omega)}{A_0} \left(1 + j \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

soit $V_s(\omega) \left(\frac{1}{A_0} + \frac{R_g}{R_1 + R_g} - A \right) + j \frac{\omega}{\omega_0 A_0} V_s(\omega) = 0$ pour chaque composante $V_s(\omega)$ de la décomposition de Fourier du signal $V_s(t)$ ¹. Ceci correspond à l'équation différentielle:

$V_s(t) \left(\frac{1}{A_0} + \frac{R_g}{R_1 + R_g} - A \right) + \frac{1}{\omega_0 A_0} \frac{dV_s(t)}{dt} = 0$ valable pour chaque composante, donc pour leur superposition, le régime de fonctionnement étant supposé linéaire.

¹ On admet que tout signal, même non périodique, est décomposable en intégrale de Fourier. Est-il possible de faire autrement, compte tenu de la présentation de la question?

7) Dans la pratique, comme $A_0 A \gg 1$, l'équation devient:

$$V_s(t) \left(\frac{R_g}{R_1 + R_g} - A \right) + \frac{1}{\omega_0 A_0} \frac{dV_s(t)}{dt} \approx 0$$
 dont la solution est $V_s(t) = \lambda \exp\left(\frac{t}{\tau}\right)$ avec

$$\tau = \frac{1}{\omega_0 A_0} \times \frac{1}{A - \frac{R_g}{R_1 + R_g}}$$

Par conséquent $\tau > 0$, et l'évolution se fait vers la saturation si $A > \frac{R_g}{R_1 + R_g}$: le point $I_e = 0$ correspond à un équilibre instable. Le basculement se fait vers M si $I_e < 0$, donc $V_e > 0$ au départ, et vers P en cas contraire.

8) On a ici: $V_e(\omega) = -I_e(\omega) \left(R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega} \right) = -R_3 \frac{R_1}{R_2} I_e(\omega)$ pour chaque composante $V_s(\omega)$ de la décomposition de Fourier du signal $I_e(t)$ compte tenu des orientations. On en tire:

$$I_e(\omega) \left[\left(R - R_3 \frac{R_1}{R_2} \right) jC\omega + 1 - LC\omega^2 \right] = 0$$
 soit, pour chaque composante:

$$I_e(t) + \left(R - R_3 \frac{R_1}{R_2} \right) C \frac{dI_e(t)}{dt} + LC \frac{d^2 I_e(t)}{dt^2} = 0$$
 Cela est donc vrai pour leur superposition, et donc pour le signal total, si le fonctionnement est linéaire (donc hors saturation).

9) On observe des oscillations sinusoïdales si $R = R_3 \frac{R_1}{R_2}$ on a alors $f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ Le démarrage des oscillations se produit si $R < R_3 \frac{R_1}{R_2}$

10) La cause de la présence de r_0 est la dissipation par effet Joule (collision des électrons sur les défauts du réseau) dans le fil résistant. La dépendance fréquentielle est due à l'effet de peau.

11) L'équation de la question 8 devient: $-I_e(\omega) \left(R + r_0 + \alpha r_0 \omega^2 - R_3 \frac{R_1}{R_2} + jL\omega + \frac{1}{jC\omega} \right) = 0$ On observe le démarrage des oscillations sinusoïdales si $R + r_0 + \alpha r_0 \omega^2 - R_3 \frac{R_1}{R_2} \geq 0$ Autrement dit: le seuil de démarrage dépend de la pulsation d'oscillation.

Protocole expérimental: on choisit une valeur de C élevée, et on détermine le seuil d'apparition des oscillations en faisant varier R_1 . Comme $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ est alors petit, la condition de démarrage est $R + r_0 = R_3 \frac{R_1}{R_2}$

On diminue la valeur de C: le démarrage des oscillations se fait pour une valeur plus élevée de R_1

$$R_1 \quad R_{1c} = \frac{R_2}{R_3} \left[R + r_0 + \alpha \frac{r_0}{LC} \right]$$

En traçant la valeur de la résistance R_{1c} en fonction de $1/C$ on doit obtenir une droite.

La variation relative de r_b est $\alpha \omega^2 = 0,2$ au maximum, dans le domaine de pulsation choisi.

12) On a: $Z = \frac{(jL\omega + r_0) \times R_p}{jL\omega + r_0 + R_p}$ ou $Z = \frac{(jL\omega + r_0)(-jL\omega + r_0 + R_p) R_p}{(R_p + r_0)^2 + L^2 \omega^2}$ Avec les hypothèses proposés, on obtient: $Z \approx \frac{(jL\omega + r_0)(-jL\omega + R_p + r_0)}{R_p} \approx r_0 + jL\omega + L^2 \frac{\omega^2}{R_p}$ ce qui correspond bien

à l'expression demandée, si $\alpha = \frac{L^2}{R_p r_0}$. Alors $R_p = \frac{L^2}{\alpha r_0} = 217 \text{ k}\Omega$

13) On pose $R^* = R - R_3 \frac{R_1}{R_2}$ On a alors $0 = I_e(\omega) \left(R^* + \frac{1}{jC\omega} + R_p \frac{(jL\omega + r_0)}{jL\omega + r_0 + R_p} \right)$ ou
 $0 = I_e(\omega) [jL\omega + r_0 + R_p + jR^*C\omega(jL\omega + r_0 + R_p) + R_p(jL\omega + r_0)]$ ou
 $0 = I_e(\omega) [r_0 + R_p + j\omega [L + R^*C(r_0 + R_p) + R_p r_0 C] - (R_p + R^*)LC\omega^2]$, ce qui conduit, pour les composantes temporelles, à :

$$0 = I_e(t)(r_0 + R_p) + \frac{dI_e(t)}{dt} [L + R^*C(r_0 + R_p) + R_p r_0 C] + LC \frac{d^2 I_e(t)}{dt^2} (R_p + R^*) \quad \text{L'équation}$$

différentielle est rigoureusement du second ordre dans ce modèle.

14) Si $r_0 \ll R_p$, et $R + Z_e \ll R_p$ alors $R^* \ll R_p$ et l'équation devient:

$$0 = I_e(t) + \frac{dI_e(t)}{dt} [L/R_p + R^*C + r_0 C] + LC \frac{d^2 I_e(t)}{dt^2} \quad \text{ou:}$$

$$0 = \frac{I_e(t)}{C} + \frac{dI_e(t)}{dt} \left[\frac{L}{R_p C} + R^* + r_0 \right] + L \frac{d^2 I_e(t)}{dt^2} \quad \text{ce qui est bien la forme demandée, avec}$$

$$R_T = R^* + r_0 + \frac{L}{R_p C} \quad \text{On a alors} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{L\omega_0}{R_T} = \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{1}{r_0 + R - R_3 \frac{R_1}{R_2} + \frac{L}{R_p C}}$$

$$\text{et} \quad I_e(t)\omega_0^2 + \frac{1}{Q}\omega_0 \frac{dI_e(t)}{dt} + \frac{d^2 I_e(t)}{dt^2} = 0$$

15) Les solutions sont de la forme $I_e(t) = \lambda \exp(r_1 t) + \mu \exp(r_2 t)$ avec

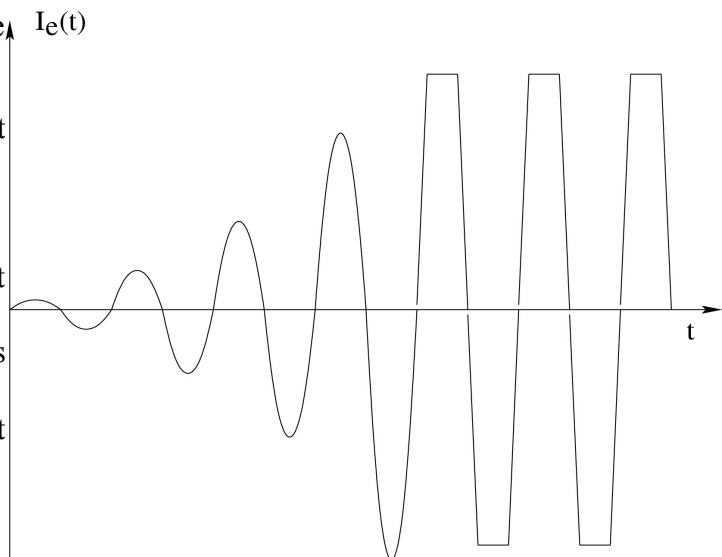
$$r_1 = \frac{-\omega_0}{Q} + j\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \quad \text{et}$$

$$r_2 = \frac{-\omega_0}{Q} - j\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \quad \lambda \quad \text{et} \quad \mu$$

sont deux constantes arbitraires dépendant des conditions initiales.

Si $R_T < 0$ alors $Q < 0$ et l'amplitude des oscillations croît jusqu'à la saturation.

Si $R_T \rightarrow 0$, l'oscillation devient sinusoïdale.



R_T représente le terme d'amortissement du circuit; il dépend de C comme nous l'avons montré dans la question 11. Lorsqu'il est nul, on atteint le point de démarrage des oscillations, qui dépend de ω_0 donc de la capacité du circuit.

16) L'équation (2) devient: $0 = \frac{I_e(t)}{C} + \frac{dI_e(t)}{dt} [R + r_0 - R_1 \frac{R_3}{R_2}] + L \frac{d^2 I_e(t)}{dt^2}$ et

$R_T = R + r_0 - R_1 \frac{R_3}{R_2}$ Si $R_T < 0$, le système se retrouve dans un régime d'oscillations sinusoïdales d'amplitude croissante.

17) Lorsque l'amplitude croît, la saturation est très vite atteinte. Elle n'apparaît pas dans l'équation différentielle, **qui ne s'applique qu'en régime linéaire.**

18) Le polynôme est de la forme générale $P(i) = ai^3 + bi^2 + ci + d$. Il doit s'annuler en $i = 0$ donc $d = 0$, et est impair, donc $b = 0$. On a donc $P(i) = a.i(i^2 + c/a)$. De plus, nous avons vu que $P(i) = 0$ si $i = \frac{V_{sat}}{R_1}$ donc $\frac{c}{a} = \frac{-V_{sat}}{R_1}$ et que la pente de la courbe est $c = -R_1 \frac{R_2}{R_2}$

On obtient finalement: $V_e = -R_1 \frac{R_3}{R_2} \times I_e (1 - R_1 \frac{I_e^2}{V_{sat}^2})$ et $Z_e = -R_1 \frac{R_3}{R_2} (1 - \frac{R_1^2 I_e^2}{V_{sat}^2})$

19) L'équation différentielle s'écrit alors: $0 = \frac{I_e(t)}{C} + \frac{dI_e(t)}{dt} [R + r_0 - R_1 \frac{R_3}{R_2} (1 - \frac{R_1^2 I_e^2}{V_{sat}^2})] + L \frac{d^2 I_e(t)}{dt^2}$

C'est un oscillateur de Van der Pol. Le facteur déterminant qui contrôle l'amplification ou l'atténuation des oscillations est $R_T = R + r_0 + Z_e$. L'amplitude est croissante tant que $R_T < 0$,

ce qui implique que la valeur moyenne de $|I_e|$ soit inférieure à $\frac{V_{sat}}{R_1}$ et décroissante sinon. La

stabilisation se fera donc pour une amplitude de l'ordre de $\frac{V_{sat}}{R_1}$

20) $I(t)$ ne dépend pas de z , donc $\vec{j}$ non plus. De plus, il y a invariance par rotation autour de Oz, ce qui fait que $\vec{j}$ ne peut dépendre que de r et de t ici.

vec j ne peut être uniforme à cause de l'effet de peau, qui limite la pénétration des courants variables dans un bon conducteur.

21) $\text{rot} \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{j} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{j} + \vec{j}_D$ (Equation de Maxwell Ampère) et $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ (loi d'Ohm locale)

On a donc $\frac{|\vec{j}_D|}{|\vec{j}|} = \frac{|\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}|}{|\vec{j}|} \sim \frac{\varepsilon \omega |E|}{\sigma |E|}$. Donc $\frac{|j_D|}{|j|} \approx \frac{\varepsilon \omega}{\sigma}$

Avec les valeurs numériques proposées $\frac{\varepsilon \omega}{\sigma} \approx 4 \cdot 10^{-14}$. L'approximation est donc bien justifiée.

22) On a donc ici $\text{rot} \vec{B} \approx \mu_0 \sigma \vec{E}$ Or $\text{div} \vec{E} = 0$ (milieu électriquement neutre) et $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ Soit $\Delta \vec{E} = -\text{rot} \text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \text{rot} \vec{B}}{\partial t} \approx \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ ou $\Delta \vec{j} \approx \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{j}}{\partial t}$ car $\vec{j} = \sigma \vec{E}$

En utilisant l'expression proposée du Laplacien, on obtient: $\frac{\partial^2 j_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial j_z}{\partial r} \approx \mu_0 \sigma j \omega j_z$

En utilisant $I = I(0) G(\frac{r}{\delta})$, on en déduit:

$$j(0) G''(\frac{r}{\delta}) \times \frac{1}{\delta^2} + I(0) G'(\frac{r}{\delta}) \times \frac{1}{\delta^2} \times \frac{1}{r/\delta} \approx \mu_0 \sigma j \omega I(0) G(\frac{r}{\delta}) \text{ ou encore:}$$

$$G''(\lambda_r) + \frac{1}{\lambda_r} G'(\lambda_r) \approx \delta^2 \mu_0 \sigma \omega G(\lambda_r) = 2 j G(\lambda_r)$$

Numériquement $\lambda_a = 0,21$, ce qui reste (relativement) petit.

23) En utilisant le développement en série, on obtient: $g_{n+2}(n+2)(n+1) + g_{n+2}(n+2) = 2j g_n$ ou:

$$g_{n+2} = 2j \frac{g_n}{(n+2)^2} \text{ donc } g_2 = 2j \frac{g_0}{2^2} = \frac{j g_0}{2} \quad g_4 = 2j \frac{g_2}{16} = -\frac{g_0}{16} \quad g_6 = 2j \frac{g_4}{6^2} = -\frac{j g_0}{8 \times 36} = -j \frac{g_0}{288}$$

Compte tenu du fait que $j_z = j(0) G(\frac{r}{\delta})$, on doit avoir $g_0 = 1$ ce qui permet de retrouver:

$$I(\lambda_r) = I(0) [1 + \frac{j}{2} \lambda_r^2 - \frac{1}{16} \lambda_r^4 - \frac{j}{288} \lambda_r^6 + o(\lambda_r^6)]$$

24) $\vec{E}(r, \theta, z, t) \approx \frac{\hat{u}_z}{\sigma} J(0) [1 + \frac{j}{2} \lambda_r^2 - \frac{1}{16} \lambda_r^4 - \frac{j}{288} \lambda_r^6] e^{j \omega t}$

$$\vec{E}(r, \theta, z, t) \approx \frac{\hat{u}_z}{\sigma} J(0) [(1 - \frac{1}{16} \lambda_r^4) \cos \omega t - (\frac{1}{2} \lambda_r^2 - \frac{1}{288} \lambda_r^6) \sin \omega t + o(\lambda_r^6)]$$

25) $j_z(r, \theta, z, t) \approx [(1 - \frac{1}{16} \lambda_r^4) \cos \omega t - (\frac{1}{2} \lambda_r^2 - \frac{1}{288} \lambda_r^6) \sin \omega t + o(\lambda_r^6)]$ et:

$$I(t) = \int_0^a j_z(r) \cdot 2\pi r \cdot dr = 2\pi \delta^2 \int_0^{\lambda_a} j_z(\lambda_r) \times \lambda_r \cdot d\lambda_r \text{ soit}$$

$$I(t) \approx 2\pi\delta^2 J(0) \left[\left(\frac{\lambda_a^2}{2} - \frac{\lambda_a^6}{6 \times 16} \right) \cos \omega t - \left(\frac{\lambda_a^4}{2 \times 4} \right) \sin \omega t + o(\lambda_a^6) \right]$$

ou encore $I(t) \approx \pi a^2 J(0) \left[\left(1 - \frac{\lambda_a^4}{48} \right) \cos \omega t - \frac{\lambda_a^2}{4} \sin \omega t + o(\lambda_r^6) \right]$ ce qui donne

$$I^2(t) \approx (\pi a^2 J(0))^2 \left[\left(1 - \frac{\lambda_a^4}{48} \right)^2 \cos^2 \omega t + \frac{\lambda_a^4}{16} \sin^2 \omega t - 2 \left(1 - \frac{\lambda_a^4}{48} \right) \frac{\lambda_a^2}{4} \cos \omega t \sin \omega t + o(\lambda_a^6) \right] \quad \text{et}$$

$$\langle I^2(t) \rangle \approx \frac{(\pi a^2 J(0))^2}{2} \left[\left(1 - \frac{\lambda_a^4}{48} \right)^2 + \frac{\lambda_a^4}{16} \right] \approx \frac{1}{2} (\pi a^2 J(0))^2 \left[1 + \lambda_a^4 \left(\frac{1}{16} - \frac{2}{48} \right) + o(\lambda_a^4) \right]$$

$$\langle I^2(t) \rangle \approx \frac{1}{2} (\pi a^2 J(0))^2 \left[1 + \frac{1}{48} \lambda_a^4 + o(\lambda_a^4) \right] \quad \text{Donc } k = \frac{1}{48}$$

26) $\vec{B}$ est un pseudo-vecteur; il est donc orthogonal à tout plan de symétrie des sources (le plan $(\hat{u}_r, \hat{u}_z)$ ici) **Donc $\vec{B}$ est orthoradial.**

Or $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ donc: $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) = \mu_0 J(0) \left[1 + j \frac{r^2}{2\delta^2} - \frac{1}{16} \frac{r^4}{\delta^4} \right]$ soit

$$r B_\theta = C + \mu_0 J(0) \left[\frac{r^2}{2} + j \frac{r^4}{8\delta^2} - \frac{1}{6 \times 16} \frac{r^6}{\delta^4} + r^2 o\left(\frac{r^4}{\delta^4}\right) \right] \quad \text{ou:}$$

$$B_\theta = \frac{C}{r} + \mu_0 J(0) \left[\frac{r}{2} + j \frac{r^3}{8\delta^2} - \frac{1}{6 \times 16} \frac{r^5}{\delta^4} + r \times o\left(\frac{r^4}{\delta^4}\right) \right]$$

Si B_θ est fini partout, $C=0$ et $\vec{B} = \hat{u}_\theta \mu_0 J(0) \frac{r}{2} e^{j\omega t} \left[1 + j \frac{r^2}{4\delta^2} - \frac{1}{48} \frac{r^4}{\delta^4} + o\left(\frac{r^4}{\delta^4}\right) \right]$

$$\vec{B} = \hat{u}_\theta \mu_0 J(0) \frac{r}{2} \left[\left(1 - \frac{1}{48} \frac{r^4}{\delta^4} \right) \cos \omega t - \frac{r^2}{4\delta^2} \sin \omega t + o\left(\frac{r^4}{\delta^4}\right) \right]$$

27) $\vec{j} \cdot \vec{E}$ représente la puissance volumique dissipée dans le conducteur. Son unité est le $W.m^{-3}$

$$P_l(t) = \int \int \int \vec{j} \cdot \vec{E} d^3\tau = \int \int \int \frac{\vec{j}(t)^2}{\sigma} d^3\tau$$

28) R_l est la résistance qui dissiperait la même puissance dans la longueur l de fil.

$$\langle P_l(t) \rangle = \frac{1}{2} \frac{\pi a^2 l J(0)}{\sigma} \left[1 + \frac{1}{24} \lambda_a^4 + o(\lambda_a^4) \right] \quad \text{Et} \quad \langle I^2(t) \rangle \approx \frac{1}{2} (\pi a^2 J(0))^2 \left[1 + \frac{1}{48} \lambda_a^4 + o(\lambda_a^4) \right] \quad \text{Donc}$$

$$R_l = \frac{l}{\sigma \pi a^2} \left[1 + \left(\frac{1}{24} - \frac{1}{48} \right) \lambda_a^4 \right] = r_0 \left[1 + \frac{1}{48} \frac{a^4}{\delta^4} \right] \quad \text{avec} \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}} \quad \text{soit}$$

$$\alpha \omega^2 = \frac{a^4}{48 \delta^4} = \frac{1}{12} \mu_0^2 \sigma^2 \omega^2 a^4 \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{1}{12} \mu_0^2 \sigma^2 a^4$$

Le résultat correspond donc exactement à la dépendance attendue à la question 10.

29) $\vec{H} = \frac{\vec{E} \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E \cdot B}{\mu_0} \hat{u}_r$ avec

$$\vec{E}(r, \theta, z, t) \approx \frac{\hat{u}_z}{\sigma} J(0) \left[\left(1 - \frac{1}{16} \lambda_r^4 \right) \cos \omega t + \left(\frac{1}{2} \lambda_r^2 - \frac{1}{288} \lambda_r^6 \right) \sin \omega t + o(\lambda_r^6) \right] \quad \text{et}$$

$$\vec{B} = \hat{u}_\theta \mu_0 J(0) \frac{r}{2} \left[\left(1 - \frac{1}{48} \frac{r^4}{\delta^4} \right) \cos \omega t - \frac{r^2}{4\delta^2} \sin \omega t + o\left(\frac{r^4}{\delta^4}\right) \right] \quad \text{Soit}$$

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{2} \pi l a \frac{J(0)^2}{\sigma} \left[\left(1 - \frac{3}{48} \frac{a^4}{\delta^4} \right) + \frac{1}{8} \frac{a^4}{\delta^4} \right] \quad \text{correspond à la puissance moyenne dissipée dans le fil. Le}$$

rapport $\frac{\langle \Phi \rangle}{\langle I^2(t) \rangle}$ représente donc la résistance du fil.