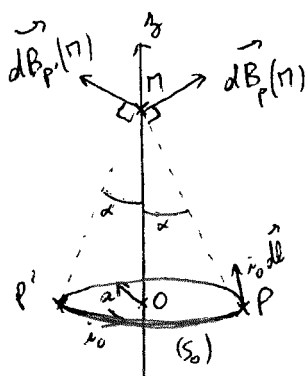


I) Interaction entre deux spires :1.1) Soit $\Pi \in (Oz)$.Tous les plans contenant l'axe (Oz) (et donc Π) sont plans d'antisymétrie de la distribution de courant.Or $\vec{B}$ est un pseudo-vecteur $\Rightarrow \vec{B}(\Pi) \in$ à tous ces plans, donc à leur intersection

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B}(\Pi) = B \vec{e}_z} \quad \text{en } \Pi \in (Oz)$$

1.2)



* loi de Biot et Savart : $\vec{B}(\Pi) = \frac{\mu_0 i_0}{4\pi} \oint_{(S_0)} \frac{d\vec{l} \wedge \vec{P}\Pi}{r^3}$

* Bq : $d\vec{B}_P(\Pi) = \frac{\mu_0 i_0}{4\pi} \frac{d\vec{l} \wedge \vec{P}\Pi}{r^3}$ = champ créé en Π par l'élément de longueur $d\vec{l}$ autour de P.

On a $d\vec{B}_P(\Pi) + d\vec{B}_{P'}(\Pi) \propto \vec{e}_z$ avec P' symétrique de P par rapport à O. $\Rightarrow$ on retrouve bien que $\vec{B}(\Pi) \propto \vec{e}_z$

* or $r = \sqrt{a^2 + z^2} = r$

$$\Rightarrow \vec{B}(\Pi) = \frac{\mu_0 i_0}{4\pi (a^2 + z^2)^{3/2}} \oint_{(S_0)} d\vec{l} \wedge \vec{P}\Pi$$

* or $\vec{B} = B_z \vec{e}_z$

$$\Rightarrow B_z = \frac{\mu_0 i_0}{4\pi (a^2 + z^2)^{3/2}} \left(\oint_{(S_0)} d\vec{l} \wedge \vec{P}\Pi \right) \cdot \vec{e}_z$$

or $\vec{e}_z$ est un vecteur constant

$$\Rightarrow B_z = \frac{\mu_0 i_0}{4\pi (a^2 + z^2)^{3/2}} \oint_{(S_0)} \left((d\vec{l} \wedge \vec{P}\Pi) \cdot \vec{e}_z \right)$$

* $(d\vec{l} \wedge \vec{P}\Pi) \cdot \vec{e}_z = (\vec{P}\Pi \wedge \vec{e}_z) \cdot d\vec{l} = (P\Pi \sin \alpha \frac{d\vec{l}}{dl}) \cdot d\vec{l}$
 rotation circulaire

$$= P\Pi \sin \alpha dl = P\Pi \frac{a}{r} dl = a dl$$

$$\Rightarrow B_z = \frac{\mu_0 i_0}{4\pi (a^2 + z^2)^{3/2}} \oint_{(S_0)} a dl = \frac{\mu_0 a i_0}{4\pi (a^2 + z^2)^{3/2}} \oint_{(S_0)} dl$$

$2\pi a$

$$B_z = \frac{\mu_0 a^2 I_0 \cos \omega t}{2 (a^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 a^2 I_0 \cos \omega t}{2 (a^2 + z^2)^{3/2}} \vec{e}_z}$$

en C : $z = a \Rightarrow \vec{B}(C) = \frac{\mu_0 a^2 I_0 \cos \omega t}{2 (2a^2)^{3/2}} \vec{e}_z$

$$\vec{B}(C) = \frac{\mu_0 I_0}{4\sqrt{2} a} \cos \omega t \vec{e}_z$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B}(C) = B_0 \cos \omega t \vec{e}_z} \quad \text{avec} \quad \boxed{B_0 = \frac{\mu_0 I_0}{4\sqrt{2} a}}$$

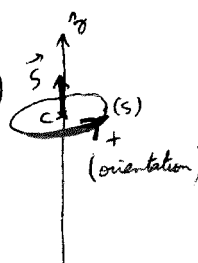
2) Détermination du courant dans la bobine (S) :

2.1) * C'est le phénomène d'induction qui est responsable de la présence de $i(t)$ dans (S) : il s'agit de l'induction de Neumann (spire (S) = conducteur fine placé dans un champ magnétique variable dans le temps $\Rightarrow$ fém induite $\Rightarrow$ courant induit car (S) est fermée).

* loi de Faraday : $e = - \frac{d\phi}{dt}$

or $\phi = \vec{B}(C) \cdot \vec{S}$ ($\vec{B}$ supposé uniforme)

orientation spire (S) $\Rightarrow + B(C) S$
 $= + B(C) \pi a^2$



or la bobine comporte N spires $\Rightarrow \phi = N \phi_{\text{spire}}$

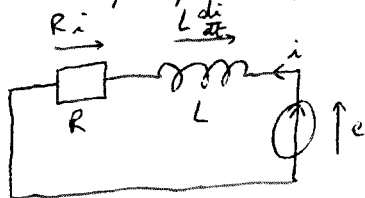
$$\Rightarrow \phi = N \pi b^2 B_0 \cos \omega t$$

$$\Rightarrow \frac{d\phi}{dt} = -N \pi b^2 B_0 \omega \sin \omega t$$

$$\Rightarrow e = -\frac{d\phi}{dt} = +N \pi b^2 B_0 \omega \sin \omega t$$

$$\Rightarrow \boxed{e = E_0 \sin \omega t} \quad \text{avec} \quad \boxed{E_0 = N \pi b^2 \omega B_0}$$

2-2) schéma électrique équivalent pour la spire (S):



loi des mailles: $e = R i + L \frac{di}{dt}$

$$\Rightarrow \boxed{R i + L \frac{di}{dt} = E_0 \sin \omega t}$$

2-3) $i(t) = I \sin(\omega t - \varphi) = I \cos(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2})$

$$\Rightarrow \underline{i} = I e^{j\omega t} e^{-j\varphi} e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$+ \sin \omega t = \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \rightarrow e^{j\omega t} e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow R \underline{i} + L \frac{di}{dt} = E_0 e^{j\omega t} e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow (R + jL\omega) \underline{i} = (R + jL\omega) I e^{j\omega t} e^{-j\varphi} e^{-j\frac{\pi}{2}} = E_0 e^{j\omega t} e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow (R + jL\omega) I e^{-j\varphi} = E_0$$

$$\Rightarrow I e^{-j\varphi} = \frac{E_0}{R + jL\omega}$$

$$\Rightarrow I = \left| \frac{E_0}{R + jL\omega} \right| \Rightarrow \boxed{I = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}}}$$

$$\text{et } -\varphi = \arg \frac{E_0}{R + jL\omega} = -\text{Arctan} \frac{L\omega}{R}$$

$$\Rightarrow \boxed{\varphi = \text{Arctan} \frac{L\omega}{R}}$$

2-4)

$$\boxed{I = 2 \cdot 10^{-2} \text{ A}}$$

$$\boxed{\varphi = 84^\circ}$$

ajout d'un chiffre significatif par rapport aux données!

3) Première détermination de la force:

3.1) C'est une force de Laplace: la bobine (S) est un conducteur parcouru par un courant i placé dans un champ magnétique (créé par (S₀)).

$$3.2) d\vec{F}_L = i d\vec{l} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{F}_L = \oint_{(S)} (i d\vec{l} \wedge \vec{B})$$

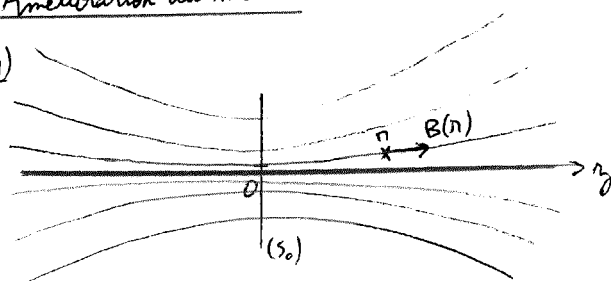
$$= i \left(\oint_{(S)} d\vec{l} \right) \wedge \vec{B}$$

$\vec{B}$ supposé uniforme
 $\oint_{(S)} d\vec{l} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_L = \vec{0}}$$

4) Amélioration du modèle:

4.1)



* L'axe (Oz) est une ligne de champ car sur cet axe,

$$\vec{B} \propto \vec{e}_z \quad (\text{cf 1-1})$$

* Le plan contenant la spire est plan de symétrie de la distribution de courant, or $\vec{B}$ est un pseudo-vecteur

$\Rightarrow$ sur ce plan, $\vec{B} \perp$ à ce plan

* Plus on est proche de la spire, plus $\|\vec{B}\|$ est grand, et donc, plus les lignes de champ sont "serres".

4.2) Le plan contenant Π et l'axe (Oz) est plan d'antisymétrie de la distribution de courant. Or $\vec{B}$ est un pseudo-vecteur $\Rightarrow \vec{B}(\Pi) \in$ à ce plan $\Rightarrow \boxed{B_\theta = 0}$

4.3) Si Π est au voisinage de l'axe (Oz), alors la ligne de champ passant par Π est très peu inclinée par rapport à (Oz) $\Rightarrow \vec{B}(\Pi)$ est quasiment porté par $\vec{e}_z \Rightarrow$ on peut assimiler la composante axiale $B_z(\Pi)$ à B_z déterminée en 1-2.

4-4) Le flux du champ magnétique à travers une surface fermée est nul :

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \forall S$$

de d'intégration

$$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$$

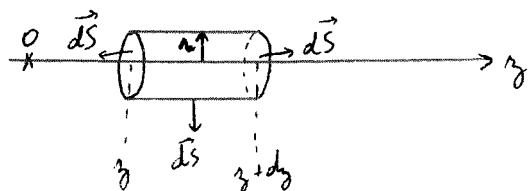
$$\iiint_V \text{div } \vec{B} dV = 0 \quad \forall V$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\text{div } \vec{B} = 0}$$

(équation de Maxwell-flux ou Maxwell-Thomson)

4-5)



$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 = \iint_{\text{base en } z} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \iint_{\text{base en } z+dz} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_{\text{latérale}}} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

* base en z : $d\vec{S} = -dS \vec{u}_z$

* base en $z+dz$: $d\vec{S} = +dS \vec{u}_z$

* surface latérale : $d\vec{S} = +dS \vec{u}_r$

$$\Rightarrow 0 = \iint_{\text{base en } z} (B_r \vec{u}_r + B_z \vec{u}_z) \cdot (-dS \vec{u}_z) + \iint_{\text{base en } z+dz} (B_r \vec{u}_r + B(z+dz) \vec{u}_z) \cdot dS \vec{u}_z + \iint_{S_{\text{lat}}} (B_r \vec{u}_r + B_z \vec{u}_z) \cdot dS \vec{u}_r$$

$$\Rightarrow 0 = B(z) (-\pi r^2) + B(z+dz) \pi r^2 + B_r 2\pi r dz$$

$$\Rightarrow \underbrace{(B(z+dz) - B(z))}_{dB(z)} \pi r^2 + 2 B_r \pi r dz = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{B_r(r) = -\frac{r}{2} \frac{dB(z)}{dz}}$$

4-6) $B(z) = \frac{\mu_0 a^2 I_0 \cos \omega t}{2 (a^2 + z^2)^{3/2}}$

$$\Rightarrow \frac{dB(z)}{dz} = \frac{\mu_0 a^2 I_0 \cos \omega t}{2} \left(-\frac{3}{2}\right) \frac{1}{(a^2 + z^2)^{5/2}} 2z$$

$$\frac{dB(z)}{dz} = -\frac{3\mu_0 a^2 z I_0 \cos \omega t}{2 (a^2 + z^2)^{5/2}}$$

$$\Rightarrow B_r(r) = \frac{3\mu_0 a^2 z r I_0 \cos \omega t}{4 (a^2 + z^2)^{5/2}}$$

$$\Rightarrow B_r(r, a) = \frac{3\mu_0 a^3 r I_0 \cos \omega t}{4 (2a^2)^{5/2}}$$

$$= \frac{3\mu_0 r I_0 \cos \omega t}{16 \sqrt{2} a^2}$$

$$\boxed{B_r(r, a) = \frac{r}{a} B_1 \cos \omega t}$$

avec $B_1 = \frac{3\mu_0 I_0}{16 \sqrt{2} a}$
 $= \frac{3}{4} B_0$

Plus r augmente (plus on s'éloigne de l'axe), et plus B_r augmente : les lignes de champ sortent de + en + courbées quand on s'éloigne de l'axe $\Rightarrow$ OK.

4-7) $d\vec{F}_L = i d\vec{l} \wedge \vec{B}$

$$\vec{F}_L = \oint_{(S)} i d\vec{l} \wedge \vec{B} = \oint_{(S)} i d\vec{l} \wedge (B_r \vec{u}_r + B(z) \vec{u}_z)$$

sur une spire

$$= \oint_{(S)} i d\vec{l} \wedge B_r \vec{u}_r + i \left(\oint_{(S)} d\vec{l} \right) \wedge B(z) \vec{u}_z$$

car $B(z) \vec{u}_z$ est uniforme sur (S)
 idem 3)

$$\vec{F}_L = \oint_{(S)} i d\vec{l} \wedge B_r \vec{u}_r = \oint_{(S)} -i B_r dl \vec{u}_z$$

$r = b \sin(\theta)$

$$\vec{F}_L = -i \oint_{(S)} \left(\frac{b}{a} B_1 \cos \omega t \right) (b d\theta) \vec{u}_z$$

$\uparrow 2\pi$

$$\vec{F}_L = -\frac{2\pi b^2 B_1 I}{a} \cos(\omega t) \sin(\omega t - \varphi) \vec{u}_z$$

Donc N spires :

$$\vec{F}_L = - \frac{N 2\pi b^2 B_1 I}{a} \cos(\omega t) \sin(\omega t - \varphi) \vec{u}_z$$

or $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$

$\Rightarrow \sin(\omega t - \varphi) = \sin \omega t \cos \varphi - \sin \varphi \cos \omega t$

$\Rightarrow \cos(\omega t) \sin(\omega t - \varphi) = \underbrace{\cos \omega t \sin \omega t \cos \varphi}_{\frac{\sin 2\omega t}{2}} - \sin \varphi \cos^2 \omega t$

or $\langle \sin 2\omega t \rangle_T = 0$ et $\langle \cos^2 \omega t \rangle_T = \frac{1}{2}$
↑
de période $\frac{T}{2}$

$$\Rightarrow \langle \vec{F}_L \rangle = \frac{N 2\pi b^2 B_1 I \sin \varphi}{a} \vec{u}_z$$

4-8) Si $R \gg L\omega$, alors $I e^{-j\varphi} = \frac{E_0}{R + j\omega L}$

$\Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow \sin \varphi = 0$

$$\Rightarrow \langle \vec{F}_L \rangle = \vec{0}$$

$$\vec{F}_L = - \frac{N 2\pi b^2 B_1 I}{a} \sin \omega t \vec{u}_z$$

si les effets résistifs masquent les phénomènes dus à l'auto-induction.

4-9) $\langle F_L \rangle = 6 \cdot 10^{-5} \text{ N}$

5) Autre point de vue :

5-1) $\vec{m} = i(t) \vec{S} \times \vec{N} \Rightarrow \vec{m} = N 2\pi b^2 i(t) \vec{u}_z$

5-2) $\vec{f} = m \frac{d\vec{B}}{dz}$

or $B_1 = -\frac{\mu_0}{2} \frac{dB(z)}{dz} \uparrow B_1(r, a) = \frac{\mu_0}{a} B_1 \cos \omega t$
en C, $r=a$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{B}}{dz} = -\frac{\mu_0}{a} B_1 \cos \omega t \vec{u}_z$$

$$\Rightarrow \vec{f} = N 2\pi b^2 I \sin(\omega t - \varphi) \left(-\frac{\mu_0}{a} B_1 \cos \omega t \vec{u}_z \right)$$

$$\Rightarrow \vec{f} = - \frac{N 2\pi b^2 B_1 I}{a} \cos(\omega t) \sin(\omega t - \varphi) \vec{u}_z$$

$$\Rightarrow \langle \vec{f} \rangle = \frac{N 2\pi b^2 B_1 I \sin \varphi}{a} \vec{u}_z$$

On retrouve bien les mêmes expressions que précédemment.

5-3) a) référentiel : laboratoire supposé galiléen
 système : bobine

inventaire des actions extérieures :

* poids de la bobine : $m\vec{g} = -mg\vec{e}_z \downarrow m\vec{g}$

* force magnétique de Laplace : $F(z)\vec{e}_z \uparrow F(z)\vec{e}_z$

à l'équilibre : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow F(z_e) = mg$

* Si m diminue, mg diminue $\Rightarrow F(z_e)$ diminue

or sur l'intervalle utilisé en 3, $F(z)$ est décroissante

$\Rightarrow z_e$ augmente

$\Rightarrow$ Si on utilise un matériau plus léger pour les spires de la bobine, l'altitude d'équilibre sera plus élevée.

5-3) b) si z augmente à partir de z_e , $F(z) \uparrow$
diminue
 $\Rightarrow$ la bobine $\left\{ \begin{array}{l} \text{descend} \\ \text{monte} \end{array} \right. \left(\begin{array}{l} mg > F \\ mg < F \end{array} \right)$

$\Rightarrow$ l'équilibre est stable.

6) Champ total :

6-1) Soit $\vec{B}_S$ le champ magnétique créé par la spire (S) parcourue par le courant $i(t)$.

Or on a vu à la question 4-3) qu'on peut assimiler la composante axiale $B_{S_z}(r)$ à $B_S(z)$ déterminée en 1-2).

$$\Rightarrow \phi_{\text{propre}} = N \iint_{(S)} \vec{B}_S \cdot \vec{dS} = \iint B_S(z) dS$$

$\uparrow$ N spires $\uparrow$ $\propto \vec{e}_z$ $\downarrow$ N spires
 en $z=0$ (en C), on a $B_S = \frac{\mu_0 b^2 i}{2(b^2+z^2)^{3/2}} \times N = \frac{\mu_0 i N}{2b}$
 $\uparrow$ $z=0$

$$\phi_{\text{propre}} = N \frac{\mu_0 N i}{2b} \underbrace{\iint dS}_{\pi b^2} = \frac{\mu_0 N^2 \pi b^2}{2b} i$$

$$= \frac{\mu_0}{2} N^2 \pi b i = L i$$

$$\Rightarrow \boxed{L = \frac{\mu_0}{2} N^2 \pi b}$$

$$\underline{6.2)} \quad I = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} = \frac{E_0}{L \omega} = \frac{2 E_0}{\mu_0 N^2 \pi b \omega}$$

$R=0$ $= \frac{2 b B_0}{\mu_0 N}$

$$P = \text{Avec} \frac{L \omega}{R} \xrightarrow{R \rightarrow 0} \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \sin(\omega t - P) = \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = -\cos \omega t$$

$$\Rightarrow \boxed{i(t) = -\frac{2 b B_0}{\mu_0 N} \cos \omega t}$$

$$\underline{6.3)} \quad \vec{B}_S(0) = \frac{\mu_0 N i}{2b} \vec{e}_z$$

$\uparrow$
cf 6.1)

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B}_S(0) = -B_0 \cos \omega t \vec{e}_z}$$

$$* \vec{B}_{S_0}(0) = \frac{\mu_0 a^2 I_0 \cos \omega t}{2(a^2+z^2)^{3/2}} \vec{e}_z \quad \text{avec } z=0$$

$$= \frac{\mu_0 I_0 \cos \omega t}{2a} \vec{e}_z$$

$$\text{or } B_0 = \frac{\mu_0 I_0}{4\sqrt{2}a} \Rightarrow \frac{\mu_0 I_0}{2a} = 2\sqrt{2} B_0$$

$$\Rightarrow \vec{B}_{S_0}(0) = 2\sqrt{2} B_0 \cos \omega t \vec{e}_z$$

$$\vec{B}_{\text{total}}(0) = \vec{B}_{S_0}(0) + \vec{B}_S(0)$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B}_{\text{total}} = (2\sqrt{2} - 1) B_0 \cos \omega t \vec{e}_z}$$

On pouvait prévoir cet effet grâce à la loi de Lenz:

$$\vec{B}_{S_0} \propto \cos \omega t \vec{e}_z$$

$$\vec{B}_S \propto -\cos \omega t \vec{e}_z$$

Ainsi, si $\phi_S(\vec{B}_{S_0}) > 0$ et $\nearrow$, $\phi_S(\vec{B}_S) < 0$ et $\searrow$
 > 0 et $\searrow$ < 0 et $\nearrow$
 < 0 et $\nearrow$ > 0 et $\searrow$
 < 0 et $\searrow$ > 0 et $\nearrow$

$\Rightarrow \vec{B}_S$ est de sens opposé à $\vec{B}_{S_0}$.

Par ses effets électromagnétiques, $\vec{B}_S$ s'oppose à la cause qui lui a donné naissance ($\vec{B}_{S_0}$).

C'est une loi de modulation.

$$\vec{B}_{\text{total}} \propto \cos \omega t \vec{e}_z, \text{ tout comme } \vec{B}_{S_0},$$

$$\text{mais } \|\vec{B}_{\text{total}}\| < \|\vec{B}_{S_0}\|.$$

II) Effets volumiques :

1) Modèle sommaire :

1-1) * Le champ créé par la spire (S_0) dépend de z (cf I)

⇒ il faut $h \ll a$ pour considérer

que le champ appliqué est uniforme.

* Le champ créé par la spire (S_0) a une composante suivant $\vec{u}_r$ (cf I). Cette composante est négligeable devant la composante suivant $\vec{u}_z$ si on est "proche" de l'axe.

⇒ il faut $h \ll a$

* Enfin, il faut que l'épaisseur de paroi δ soit très grande devant b pour considérer que le champ est uniforme dans le cylindre

⇒ $b \ll \delta$

1-2) C'est l'équation de Maxwell-Faraday qui traduit le phénomène d'induction :

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

1-3) * $\vec{B} = B_0 \cos \omega t \vec{e}_z \Rightarrow$ le plan contenant Π et l'axe (O, z) est un plan de symétrie pour $\vec{B}$.

C'est donc un plan d'antisymétrie pour la distribution de courant (car $\vec{B}$ est un pseudo-vecteur). Or $\vec{E}$ est un vecteur polaire

⇒ $\vec{E}(\Pi) \perp$ à ce plan ⇒ $\vec{E}(\Pi) = E \vec{u}_\theta$

⇒ le champ électrique dans le cylindre est orthoradial.

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = \begin{vmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial E_\theta}{\partial \theta} - \frac{\partial E_r}{\partial \theta} \\ \frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r E_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial \theta} \right) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{dB}{dt} \end{vmatrix}$$

composante suivant $r \Rightarrow \frac{\partial E_\theta}{\partial \theta} = \frac{\partial E_r}{\partial \theta} = 0$

⇒ $E(r, \theta, \phi)$

ce qui est logique car on a supposé que $B(\phi)$

($h \ll a$), on doit donc aussi le supposer pour E .

* composante suivant $z \Rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial (r E_\theta)}{\partial r} = -\frac{dB}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial (r E)}{\partial r} = -\frac{dB}{dt}$$

* on a invariance de la distribution de courant dans la spire (S_0) par rotation autour de (O, z)

⇒ idem pour $\vec{B} \Rightarrow$ idem pour $\vec{E}$

⇒ $E(r, \phi, z, t)$

$$\Rightarrow \vec{E} = E(r, t) \vec{u}_\theta$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (r E)}{\partial r} = -\frac{dB}{dt} = + B_0 \omega \sin \omega t$$

$$\Rightarrow \frac{\partial (r E)}{\partial r} = r B_0 \omega \sin \omega t$$

$$\Rightarrow r E = \frac{r^2}{2} B_0 \omega \sin \omega t + C \quad (E \rightarrow 0 \text{ à } r=0)$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{B_0 \omega}{2} r \sin \omega t \vec{e}_\theta = K r \sin \omega t \vec{e}_\theta$$

avec $K = \frac{B_0 \omega}{2}$

* 2^{ème} méthode : $\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{dB}{dt} \vec{u}_z$ ($\vec{B}$ uniforme)

$$\Rightarrow \iint_S \vec{\text{rot}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S -\frac{dB}{dt} \cdot d\vec{S}$$

théorème de Stokes $\vec{B} \text{ uniforme} \Rightarrow -\frac{dB}{dt} \cdot \vec{S}$

$\mathcal{C}$: cercle d'axe (Oz) de rayon a (orienté positivement autour de (Oz))
 S : disque qui s'appuie sur $\mathcal{C}$

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{\mathcal{C}} E(r,t) \vec{e}_\phi \cdot (dl \vec{e}_\phi) = E(r,t) \oint_{\mathcal{C}} dl = E(r,t) 2\pi a$$

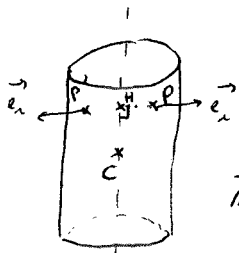
orientation $\uparrow$
 $a = c \frac{t}{\omega}$
 sur $\mathcal{C}$ fine de temps

$$-\frac{d\vec{B}}{dt} \cdot \vec{S} = +B_0 \omega \sin \omega t \vec{e}_z \cdot \pi a^2 \vec{e}_z = B_0 \omega \pi a^2 \sin \omega t$$

$$\Rightarrow E = \frac{B_0 \omega}{2} a \sin \omega t \quad \text{OK on retrouve le même résultat.}$$

1-4) loi d'Ampère locale: $\vec{j} = \gamma \vec{E}$

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \iiint \vec{C} \vec{P} \wedge \vec{j}(P) d\tau$$



$$\vec{m} = \frac{1}{2} \iiint (\vec{C} \vec{H} + \vec{H} \vec{P}) \wedge \vec{j}(P) d\tau$$

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \iiint \vec{C} \vec{H} \wedge \vec{j}(P) d\tau + \frac{1}{2} \iiint \vec{H} \vec{P} \wedge \vec{j}(P) d\tau$$

Soit P' le symétrique de P par rapport à (Oz)

$$\vec{C} \vec{H} \wedge \vec{j}(P) = \vec{C} \vec{H} \wedge \gamma E(r,t) \vec{e}_\phi = \gamma E(r,t) \vec{C} \vec{H} (-\vec{e}_x)$$

$$\vec{C} \vec{H} \wedge \vec{j}(P') = \gamma E(r,t) \vec{C} \vec{H} (-\vec{e}_x)$$

$$\Rightarrow \vec{C} \vec{H} \wedge \vec{j}(P) + \vec{C} \vec{H} \wedge \vec{j}(P') = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \iiint \vec{C} \vec{H} \wedge \vec{j}(P) d\tau = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{m} = \frac{1}{2} \iiint \vec{H} \vec{P} \wedge \vec{j}(P) d\tau \Rightarrow \vec{m} \propto \vec{e}_z$$

$\uparrow$ $\uparrow$
 $\propto \vec{e}_x$ $\propto \vec{e}_\phi$

(logique car les courants tournent autour de (Oz))

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \iiint (a \vec{e}_x) \wedge (\gamma E(r,t) \vec{e}_\phi) r dr d\theta dz \vec{e}_z$$

$$= \frac{1}{2} \iiint \gamma \frac{B_0 \omega}{2} \sin \omega t r^3 dr d\theta dz \vec{e}_z$$

$$= \frac{1}{4} \gamma B_0 \omega \sin \omega t \int_0^a r^3 dr \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-a/2}^{a/2} dz \vec{e}_z$$

$$m = \frac{\gamma B_0 \omega \frac{1}{2} \pi a^4 \sin \omega t}{8}$$

$$1-5) \sin \omega t \cos \omega t = \frac{\sin 2\omega t}{2}$$

$$a \langle \sin 2\omega t \rangle = 0$$

$$\Rightarrow \langle \vec{F} \rangle = \vec{0}$$

On ne retrouve pas le même résultat qu'en I) 4) et 5), car ici on n'a pas pris en compte le champ magnétique induit par les courants induits dans le cylindre.

Cela revient à négliger l'auto-induction dans la partie I), donc $L=0$, donc $\tau = \text{Arctan} \frac{L\omega}{R} = 0$,

$$\text{donc } \sin \tau = 0, \text{ donc } \langle \vec{F} \rangle = \frac{N \pi B_0 I}{a} \sin \tau \vec{e}_z = \vec{0}$$

1-6) équation de Maxwell-Ampère: $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$$\text{rot } \vec{B}_i = \mu_0 \left(\gamma \vec{E} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \mu_0 \vec{j}$$

négligeable dans l'ARQS

$\Rightarrow$ on peut utiliser le théo d'Ampère:

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B}_i \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

* Le plan contenant Π et l'axe (Oz) est plan d'antisymétrie de la distribution de courant. Or $\vec{B}$ est un pseudo-vecteur $\Rightarrow \vec{B}(\Pi) \in$ à ce plan $\Rightarrow B_\phi = 0$

$$\Rightarrow \vec{B}_i = B_r \vec{e}_r + B_z \vec{e}_z$$

* On a invariance de la distribution de courant par rotation autour de $(Oz) \Rightarrow \vec{B}_i(r, \phi, z, t)$

* De même que l'on a supposé que $\vec{B}_i$ était uniforme et ne dépendait pas de z dans le cylindre, il faut supposer que $\vec{B}_i$ ne dépend pas de $z \Rightarrow \vec{B}_i(r, \theta, \frac{1}{2}, t)$ à l'intérieur du cylindre ($h \ll a$)

* De même que l'on a supposé que $\vec{B}_0$ n'avait pas de composante suivant $\vec{u}_x$ ($b \ll a$), il faut supposer que $\vec{B}_i$ n'a pas de composante suivant $\vec{u}_x$
 $\Rightarrow B_x = 0$

$$\Rightarrow \vec{B}_i = B_i(n, t) \vec{u}_z$$

* 1^{ère} méthode: équation de Maxwell-Ampère:

$$\text{rot } \vec{B}_i = \mu_0 \vec{j} = \mu_0 \gamma \vec{E} = \frac{\mu_0 \gamma \omega B_0}{2} n \sin \omega t \vec{e}_0$$

$$\text{rot } \vec{B}_i \left| \begin{array}{l} \frac{1}{n} \frac{\partial B_z}{\partial \rho} - \frac{\partial B_\rho}{\partial z} \\ \frac{\partial B_n}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial n} \\ \frac{1}{n} \left(\frac{\partial (n B_\rho)}{\partial n} - \frac{\partial B_n}{\partial \rho} \right) \end{array} \right.$$

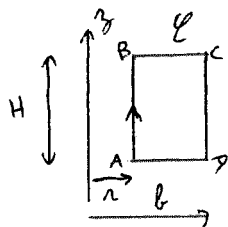
$$\Rightarrow \frac{\partial B_i}{\partial n} = - \frac{\mu_0 \gamma \omega B_0}{2} n \sin \omega t$$

$$\Rightarrow B_i = - \frac{\mu_0 \gamma \omega B_0 n^2}{4} \sin \omega t + K$$

$$\circ B_i(n=b) = 0$$

$$\Rightarrow \vec{B}_i = B_0 \frac{\mu_0 \gamma \omega}{4} (b^2 - n^2) \sin \omega t \vec{u}_z$$

* 2^{ème} méthode: thm d'Ampère: $\oint_C \vec{B}_i \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$



S: surface plane qui s'appuie sur C

$$\begin{aligned} \oint_C \vec{B}_i \cdot d\vec{l} &= \int_A^B \vec{B}_i \cdot d\vec{y} \vec{u}_z + \int_B^C \vec{B}_i \cdot d\vec{x} \vec{u}_x + \int_C^D \vec{B}_i \cdot (-d\vec{y} \vec{u}_z) + \int_D^A \vec{B}_i \cdot (-d\vec{x} \vec{u}_x) \\ &= B_i(n, t) H - B_i(b, t) H \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow B_i(n, t) H &= \mu_0 \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \iint_S \gamma \frac{\omega B_0}{2} n \sin \omega t \vec{e}_0 \cdot d\vec{S} \\ &= \frac{\mu_0 \gamma \omega B_0}{2} \sin \omega t \underbrace{\int_1^b n' dn'}_{\frac{(b^2 - n^2)}{2}} \underbrace{\int_0^H dy}_{H} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \vec{B}_i = B_0 \frac{\mu_0 \gamma \omega}{4} (b^2 - n^2) \sin \omega t \vec{u}_z$$

$$1.7) \|\vec{B}_i\| = B_0 \frac{\mu_0 \gamma \omega}{4} (b^2 - n^2) \sin \omega t$$

$$\ll \|\vec{B}\| = B_0 \cos \omega t$$

$$\text{si } \frac{\mu_0 \gamma \omega}{4} (b^2 - n^2) \ll 1$$

$$\Rightarrow \frac{\mu_0 \gamma \omega}{4} b^2 \ll 1 \Rightarrow \mu_0 \gamma \omega b^2 \ll 1$$

$$\Rightarrow b \ll \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \gamma \omega}} \quad \text{et } b \ll \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$$

et alors on peut négliger le champ induit $\vec{B}_i$ devant le champ inducteur $\vec{B}$.

2) Amélioration du modèle: étude de l'effet de peau:

2.1) équation de Maxwell-flux: $\text{div } \vec{B} = 0$

$$\text{Faraday: } \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{Ampère: } \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

or conducteur $\Rightarrow$ loi d'Ohm locale: $\vec{j} = \gamma \vec{E}$

et de plus, dans l'ARQS, le courant de déplacement est négligeable devant le courant de conduction.

$$\Rightarrow \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \gamma \vec{E}$$

$$\text{rot rot } \vec{B} = \text{grad div } \vec{B} - \Delta \vec{B}$$

$$= \text{rot} (\mu_0 \gamma \vec{E}) = \mu_0 \gamma \text{rot } \vec{E} = - \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \Delta \vec{B} = \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

2.2) Cette équation prend en compte les phénomènes d'auto-induction car les équations de Maxwell sont générales: $\vec{B}$ est le champ magnétique total (inducteur + induit).

2.3) $\vec{B} = B(x) e^{i\omega t} \vec{e}_y \Rightarrow B_x = B_y = 0$
 $B_z = B(x) e^{i\omega t}$

$$\Delta \vec{B} = \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

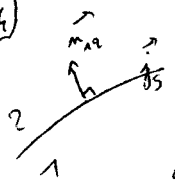
$$\Rightarrow \Delta B_z = \mu_0 \gamma \frac{\partial B_z}{\partial t} \Rightarrow \Delta B = \mu_0 \gamma \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} = \mu_0 \gamma \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 B(x)}{dx^2} e^{i\omega t} = \mu_0 \gamma B(x) i\omega e^{i\omega t}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 B(x)}{dx^2} - i\mu_0 \gamma \omega B(x) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 B(x)}{dx^2} - \frac{(1+i)^2}{2} \mu_0 \gamma \omega B(x) = 0$$

2.4)  $\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{12}$

avec $\vec{B}_1$: chp mag infiniment près de la surface du côté 1

$\vec{n}_{12}$: vecteur unitaire normal à la surface

$\vec{j}_s$: densité de courant surfacique.

Ici, on prend un modèle volumique pour les courants dans le conducteur ($\delta \neq 0$) $\Rightarrow \vec{j}_s = \vec{0}$

$\Rightarrow$ on a continuité de $\vec{B}$ en $x=0$

$$\Rightarrow B(0) = B_0$$

2.5) équation caractéristique: $\lambda^2 - (1+i)^2 \mu_0 \gamma \omega = 0$

on pose $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$ (épaisseur de peau en mètre)

$$\Rightarrow \lambda^2 - \left(\frac{1+i}{\delta}\right)^2 = 0 \Rightarrow \lambda = \pm \frac{1+i}{\delta}$$

$$\Rightarrow B(x) = K_1 e^{(1+i)\frac{x}{\delta}} + K_2 e^{-(1+i)\frac{x}{\delta}}$$

$$= K_1 e^{\frac{x}{\delta}} e^{i\frac{x}{\delta}} + K_2 e^{-\frac{x}{\delta}} e^{-i\frac{x}{\delta}}$$

ou $e^{\frac{x}{\delta}} \xrightarrow{x \rightarrow \infty} \infty$ et $B(x) \not\rightarrow \infty !!$

$$\Rightarrow K_1 = 0$$

$$\Rightarrow B(x) = K_2 e^{-\frac{x}{\delta}} e^{-i\frac{x}{\delta}}$$

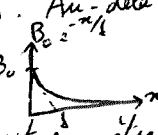
$$\Rightarrow B = B(x) e^{i\omega t} = K_2 e^{-\frac{x}{\delta}} e^{i(\omega t - \frac{x}{\delta})}$$

$$\Rightarrow B(x, t) = K_2 e^{-\frac{x}{\delta}} \cos(\omega t - \frac{x}{\delta})$$

ou $B(0, t) = B_0 \cos \omega t = K_2 e^0 \cos(\omega t - 0)$

$$\Rightarrow K_2 = B_0$$

$$\Rightarrow B(x, t) = B_0 e^{-\frac{x}{\delta}} \cos(\omega t - \frac{x}{\delta})$$

L'amplitude $B_0 e^{-\frac{x}{\delta}}$ décroît et le champ magnétique a une amplitude importante sur une épaisseur de l'ordre de quelques δ . Au-delà, le champ magnétique est quasiment nul. 

L'épaisseur de peau est en mètre $\left(\frac{d^2 B(x)}{dx^2} - (1+i)^2 \frac{B(x)}{\delta^2} = 0 \right)$
 $\Rightarrow \delta$ en mètre.

2.6) Dans l'ARQS, on a $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$

$$\text{rot } \vec{B} = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -\frac{\partial B_z}{\partial x} \\ 0 \end{vmatrix} = \mu_0 \vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{j} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B(x, t)}{\partial x} \vec{e}_y$$

$$\vec{j} = -\frac{1}{\mu_0} \left[-\frac{1}{\delta} B_0 e^{-\frac{x}{\delta}} \cos(\omega t - \frac{x}{\delta}) + \frac{1}{\delta} B_0 e^{-\frac{x}{\delta}} \sin(\omega t - \frac{x}{\delta}) \right] \vec{e}_y$$

$$\Rightarrow \vec{j} = \frac{B_0}{\mu_0 \delta} e^{-\frac{x}{\delta}} \left[\cos(\omega t - \frac{x}{\delta}) - \sin(\omega t - \frac{x}{\delta}) \right] \vec{e}_y$$

$$2-7) d\vec{F}_L = \vec{j} dI \wedge \vec{B} \propto \vec{e}_y \wedge \vec{e}_z \propto \vec{e}_x$$

$$\Rightarrow d\vec{F}_L = \frac{B_0^2}{\mu_0 \delta} e^{-\frac{2x}{\delta}} \left[\cos^2\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right) - \cos\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right) \sin\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right) \right] x dI \vec{e}_x$$

$$\langle \cos^2\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right) \rangle = \frac{1}{2}$$

$$\langle \cos\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right) \sin\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right) \rangle = \langle \frac{\sin\left[2\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right)\right]}{2} \rangle = 0$$

$$\Rightarrow \langle d\vec{F}_L \rangle = \frac{B_0^2}{2\mu_0 \delta} e^{-\frac{2x}{\delta}} dI \vec{e}_x$$

$$2-8) dI = dx dy dz \quad \iint dy dz = S$$

$$\begin{aligned} \langle \vec{F}_L \rangle &= \int_0^{+\infty} \frac{B_0^2}{2\mu_0 \delta} e^{-\frac{2x}{\delta}} S dx \vec{e}_x \\ &= \frac{B_0^2 S}{2\mu_0 \delta} \left(-\frac{\delta}{2}\right) \left[e^{-\frac{2x}{\delta}} \right]_0^{+\infty} \vec{e}_x \\ &\quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{0-1} \end{aligned}$$

$$\langle \vec{F}_L \rangle = \frac{B_0^2 S}{4\mu_0} \vec{e}_x$$

2-9) Toujours avec la géométrie simple des demi-espaces :

en $x=0^+$: (au voisinage du bord)

$$\vec{j} = \frac{B_0}{\mu_0 \delta} e^0 \left[\cos(\omega t - 0) - \sin(\omega t - 0) \right] \vec{e}_y$$

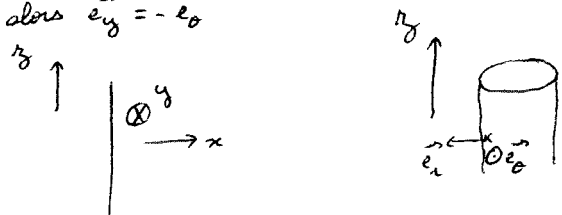
$$\vec{j} = \frac{B_0}{\mu_0 \delta} (\cos \omega t - \sin \omega t) \vec{e}_y$$

$$\begin{aligned} \text{ou } \sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) &= \sqrt{2} \left(\cos \omega t \cos \frac{\pi}{4} - \sin \omega t \sin \frac{\pi}{4} \right) \\ &\quad \uparrow \quad \quad \quad \uparrow \\ &\quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \quad \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \cos \omega t - \sin \omega t \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \vec{j} = \frac{B_0 \sqrt{2}}{\mu_0 \delta} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \vec{e}_y \quad \text{au voisinage du bord du conducteur.}$$

Ici : $\delta \ll b \Rightarrow$ on peut adopter le modèle des demi-espaces (// avec le fait que pour les hommes, la Terre semble plate !)

et alors $\vec{e}_y = -\vec{e}_0$



$$\Rightarrow \vec{j} = -\frac{B_0 \sqrt{2}}{\mu_0 \delta} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \vec{e}_0$$

2-10) Supposons que $\vec{j}$ est uniforme sur l'épaisseur $\frac{\delta}{2}$

(ce qui n'est pas précisé dans l'énoncé ...)

$$i(t) = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \iint_S -\frac{B_0 \sqrt{2}}{\mu_0 \delta} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \vec{e}_0 \cdot \left(\frac{\delta}{2} dh \vec{e}_0 \right)$$

orientation positive autour de (Oz)

$$i(t) = -\frac{B_0 h}{\mu_0 \sqrt{2}} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$\vec{m} = i \vec{S}$ (en supposant que $\vec{j}$ est nul si $r < b - \frac{\delta}{2}$, ce qui n'est pas précisé dans l'énoncé ...)

$$\vec{m} = i \pi h^2 \vec{u}_z$$

$$\Rightarrow \vec{m} = -\frac{B_0 \pi h^2 h}{\mu_0 \sqrt{2}} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \vec{u}_z$$

$$\begin{aligned} 2-11) \vec{f} &= m \frac{d\vec{B}}{dt} = -\frac{B_0 \pi h^2 h}{\mu_0 \sqrt{2}} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \\ &\quad \times \left(-\frac{3B_0}{2a} \cos \omega t \vec{e}_y \right) \end{aligned}$$

$$\text{ou } \cos a \cos b = \frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{2}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \cos \omega t = \frac{\cos\left(2\omega t + \frac{\pi}{4}\right) + \cos \frac{\pi}{4}}{2}$$

$$\Rightarrow \vec{f} = \frac{3B_0^2 \pi b^2 h}{4\sqrt{2} \mu_0 a} \left[\cos\left(2\omega t + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \right] \vec{e}_3$$

$$\text{or } \langle \cos(2\omega t + \frac{\pi}{4}) \rangle = 0$$

$$\Rightarrow \langle \vec{f} \rangle = \frac{3B_0^2 \pi b^2 h}{8\mu_0 a} \vec{e}_3$$

$$\langle f \rangle = 5 \text{ N}$$

2-12) Un supraconducteur expulse les lignes de champ magnétique (effet Meissner).

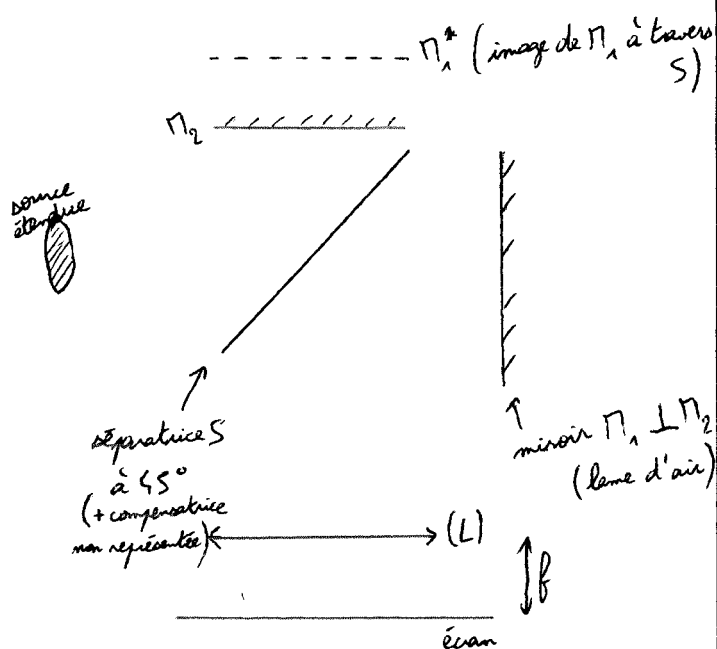
La force qui s'exerce sur le supraconducteur est plus grande que la force qui s'exerce sur le conducteur.

Propriété mécanique?

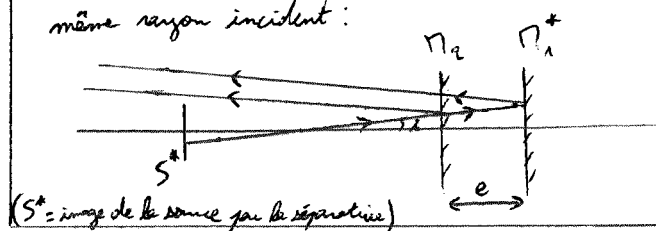
III) Détermination de petits déplacements :

1) franges d'égale inclinaison $\Rightarrow$ on est monté en lampe d'air.

Avec une source ponctuelle, les franges ne seraient pas localisées. Mais ici, on a une source étendue $\Rightarrow$ les franges sont localisées à l'infini. On observe donc dans le plan focal image d'une lentille convergente (L).



2) La source est étendue $\Rightarrow$ les franges sont localisées à l'infini. Deux rayons qui interfèrent se coupent donc à l'infini, et proviennent évidemment du même point source (problème de cohérence) $\Rightarrow$ Deux rayons qui interfèrent proviennent d'un même rayon incident :



3) On est à la teinte plate quand on est au contact optique, c'est-à-dire quand l'épaisseur de la lame d'air est nulle. π_1^* et π_2 sont parfaitement superposés. $\Rightarrow$ différence de marche géométrique nulle.

* Si on suppose qu'il n'y a pas de réflexions déphasantes,

alors $\delta = 0 \quad \forall i$ l'angle d'incidence

$$I = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda} \right) = 4I_0 = I_{\max}$$

$\Rightarrow$ on a un écran uniformément éclairé

$$\text{avec } I = 4I_0 = I_{\max}$$

* Si on suppose qu'il y a des réflexions déphasantes,

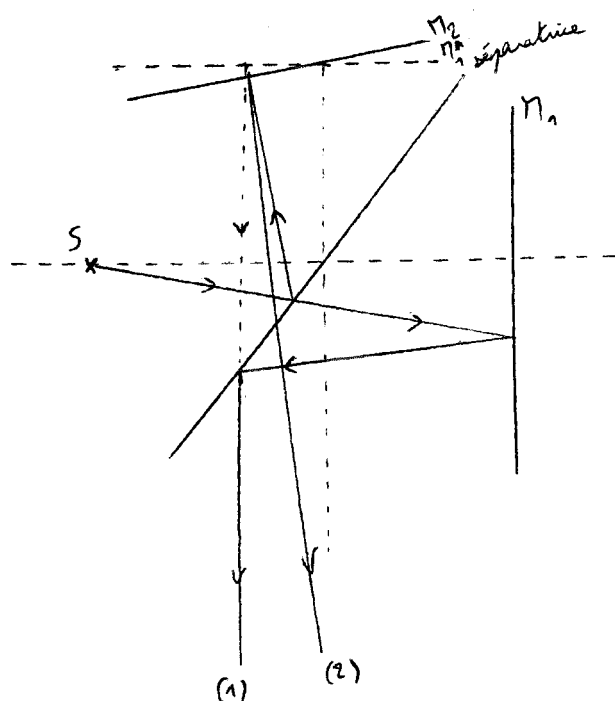
alors $\delta = \frac{\lambda}{2} \quad \forall i$ l'angle d'incidence

$$I = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda} \right) = 0$$

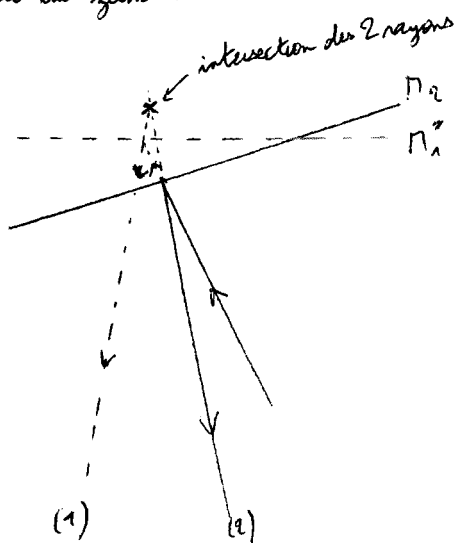
$\Rightarrow$ on a un écran noir.

4) On se place en coin d'air.

4.1)



Si on fait un "zoom" :

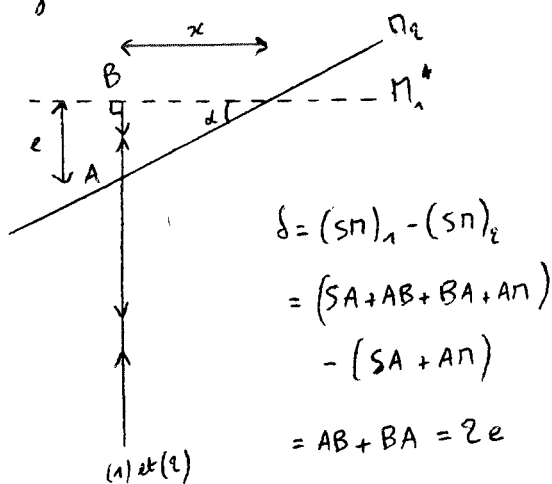


4-2) Si on a une source étendue, en coin d'air, les franges sont localisées au voisinage des miroirs.

(ailleurs, on a brouillage des franges).

En effet, 2 ondes qui interfèrent sont issues d'un même rayon incident si la source est étendue, et on a vu dans la question précédente que les 2 rayons se croisent au voisinage des miroirs.

4-3) angle d'incidence nul :



$$\begin{aligned}\delta &= (sn)_1 - (sn)_2 \\ &= (SA + AB + BA + AN) - (SA + AN) \\ &= AB + BA = 2e\end{aligned}$$

$$\alpha e = x \tan \alpha \approx \alpha x \quad (\alpha \ll 1)$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta = 2\alpha x}$$

$$4-4) I = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda} \right)$$

$$I = c \frac{h\nu}{\lambda} \Rightarrow \delta = c \frac{h\nu}{\lambda} \Rightarrow x = c \frac{h\nu}{\lambda}$$

Les franges sont caractérisées par $x = c \frac{h\nu}{\lambda}$

$\Rightarrow$ les franges sont des franges rectilignes parallèles à l'arête du coin d'air.

Entre 2 franges brillantes successives :

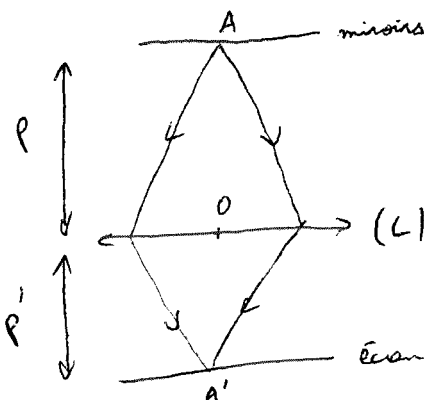
$$\Delta\varphi = 2\pi \Rightarrow \Delta\delta = \lambda \Rightarrow 2\alpha \Delta x = \lambda$$

$$\Rightarrow \text{interfrange : } i \quad i = \Delta x = \frac{\lambda}{2\alpha}$$

$$\Rightarrow \boxed{i = \frac{\lambda}{2\alpha} = 0,3 \text{ mm}}$$

4-5) Les franges sont localisées sur les miroirs

$\Rightarrow$ il faut conjuguer les miroirs et un écran grâce à la lentille convergente.



interfrange multiplié par 4 $\Rightarrow$ grossissement $|Y| = 4$

$$|Y| = 4 = \frac{|\overline{OA'}|}{|\overline{OA}|} = \frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{p'}{p} = 4$$

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \Rightarrow -\frac{1}{-p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'} \\ \frac{p'}{p} = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p' = 4p \\ \frac{1}{p} + \frac{1}{4p} = \frac{1}{f'} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4p} = \frac{1}{f'} \Rightarrow p = \frac{5}{4} f' = 25 \text{ cm}$$

$$p' = 5f' = 1,0 \text{ m}$$

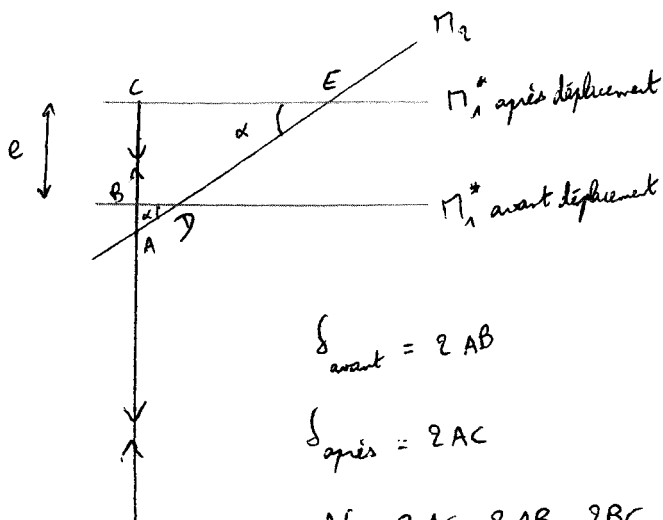
⇒ On doit placer la lentille 25 cm derrière les miroirs et l'écran 1,0 m derrière la lentille.

5.1) $\delta = 2 \times x$ car on est toujours en coin d'air mais par contre l'arête du coin d'air s'est déplacée

⇒ x a changé !

⇒ $\delta = \delta_{\text{précédent}} \pm 2e$

↙ suivant le sens de translation
↖ aller-retour



$$\delta_{\text{avant}} = 2AB$$

$$\delta_{\text{après}} = 2AC$$

$$\Rightarrow \Delta\delta = 2AC - 2AB = 2BC = 2e$$

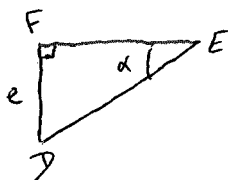
$$\Rightarrow \boxed{\Delta\delta = \pm 2e}$$

5.2) * la différence de marche vaut toujours $\delta = 2 \times x$

$$\Rightarrow i = \frac{\lambda}{2x} \text{ est inchangée}$$

* Avant translation, la frange d'ordre zéro se trouvait en D (sur l'arête du coin d'air : $x=0$)

Après translation, la frange d'ordre zéro se trouve en E (sur l'arête du coin d'air : $x=0$).



$$\Rightarrow FE = \frac{e}{\tan \alpha} \approx \frac{e}{\alpha}$$

⇒ la frange d'ordre zéro a été déplacée de $\frac{e}{\alpha}$

* interférence = $i = \frac{\lambda}{2x}$ } ⇒ en bloc, la frange d'ordre 0 déplacée de $\frac{e}{\alpha}$
figure d'interférences a été déplacée de $\frac{e}{\alpha}$.

$$* \text{ il faut } \frac{e}{\alpha} > \frac{i}{10} = \frac{\lambda}{20\alpha}$$

$$\Rightarrow e > \frac{\lambda}{20}$$

$$\Rightarrow \boxed{e_{\text{mini}} = 34 \text{ nm}}$$