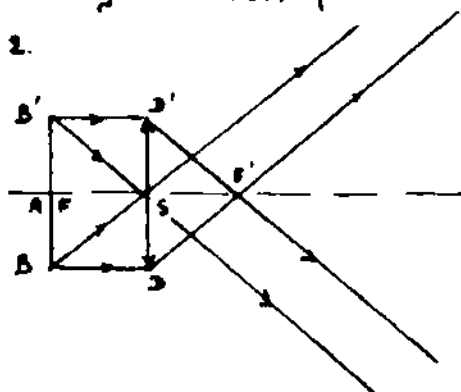


I. 1. Visibilité d'un objet situé dans le plan focal objet.

I.1.2.



- tous les rayons issus de B sontent $\parallel D'F'$ (ou BS)
- tous les rayons issus de B' sontent $\parallel D'F'$ (ou $B'S$)

I.4.3.

E' est le foyer secondaire associé au rayon D'P
F " " " " " " DP'

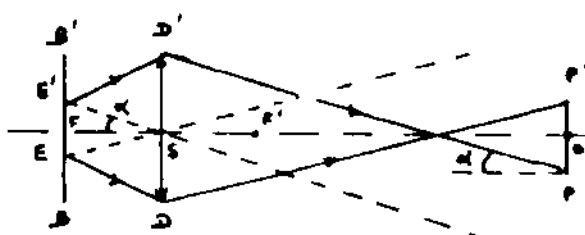
I.1.4.

$$\tan \alpha = \frac{SD' + OP}{OS} = \frac{FE'}{SF}$$

$$EE' = 2FE' = \frac{DD' + PP'}{OS} \times SF$$

$$EE' = \frac{26 \times 12}{200} = 1,56 \text{ mm.}$$

$$\tau_1 = \left(\frac{EE'}{BB'} \right)^2 = 6 \cdot 10^{-3}.$$



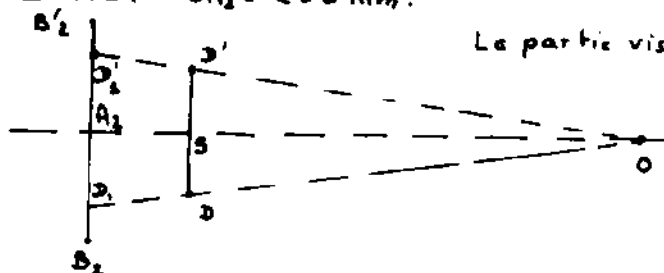
I.2. Visibilité d'un objet situé entre le plan focal et la lentille.

$$\text{I.2.4. } \frac{1}{SA_2} + \frac{1}{SA} = \frac{1}{g'} \rightarrow \frac{1}{SA_2} = -\frac{1}{12} + \frac{1}{36} = -\frac{1}{18} \quad \overline{SA_2} = -18 \text{ mm.}$$

grossissement : $\gamma = \frac{\overline{SA_2'}}{\overline{SA}} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} \rightarrow D_2B_2' = 30 \text{ mm}$

l'image est virtuelle. (effet de Loupe)

I.2.2. $OA_1 = 218 \text{ mm.}$



La partie visible se limite à $D_1 D'_1$

avec $\frac{D_1 D'_1}{D D'} = \frac{OA_2}{OG}$

$$D, D' = 20 \times \frac{218}{200} = 21,8 \text{ mm} < 30 \text{ mm.}$$

$$\tau_2 = \left(\frac{21,8}{30} \right)^2 = 0,53.$$

I.3. Distance focale de lentilles minces accolées

I.3.1. $n_1 \left(\frac{1}{SA} - \frac{1}{SA'} \right) = \frac{n_2 - n_1}{C3}$ $\text{si } SA = \infty$ A' est en $F_1' \rightarrow \frac{n_1}{SF_1'} = \frac{n_2 - n_1}{C3}$
 $\rightarrow SF_1' = \frac{n_1 \cdot C3}{n_2 - n_1} = 12 \text{ mm.}$

I.3.2. $n_1 \left(\frac{1}{SA'} - \frac{1}{SA} \right) = \frac{n_2 - n_1}{CS}$ de même: $SF_2' = \frac{n_1 \cdot CS}{n_2 - n_1} = 35,3 \text{ mm.}$

I.3.3. En l'absence de liquide on est dans le cas I.1. La fraction surfacique visible est $\chi_s = 6 \cdot 10^{-3}$: on ne voit rien.
Si l'on remplit le verre on est dans le cas I.2. La fraction visible devient 0,53 : l'image devient visible.

Problème II. Modèles d'électrons élastiquement liés et pouvoir rotatoire d'un milieu.

2/6

II.1 Oscillations unidimensionnelles.

II.1.1.

Remarque concernant la force de rappel $\vec{F}_r = -kz\vec{e}_z$.

Le texte dit : "La force de rappel élastique représente et remplace, de façon qualitative, l'attraction électrostatique qu'exerce une charge positive immobile située à l'origine $z=0$ de l'axe Oz , tenant lieu de noyau atomique".

Ceci n'a, à mon avis, aucun sens : si une charge >0 est en $z=0$ elle exerce sur l'électron une force en $\frac{1}{z^2}$ qui n'a rien à voir, même de façon "qualitative" avec $-kz$!

En fait, l'électron, en $z=0$, est dans une position d'équilibre correspondant à un puits de potentiel lié à sa situation dans l'atome. Au voisinage de cette position d'équilibre, il est soumis à une force de rappel, qui, en première approximation est de la forme $-kz\vec{e}_z$.

$$m_e \ddot{z} = -kz \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_e}} \quad \text{pour } \omega = \omega_0 \text{ on a résonance.}$$

$$\text{II.1.2} \quad E_L(z) = \frac{1}{2} k z^2 \quad 13,6 \times 1,6 \cdot 10^{-19} = \frac{1}{2} k \cdot 10^{-20} \rightarrow k = 435,2 \text{ Nm}^{-1}$$

$$\rightarrow \omega_0 = 2,19 \cdot 10^{16} \text{ rad.s}^{-1} \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 3,49 \cdot 10^{15} \text{ Hz.}$$

$$\text{II.1.3.} \quad m_e \vec{a} = \vec{f}_E + \vec{f}_e + \vec{f}_v$$

$$\rightarrow m_e \ddot{z} = qE_0 \cos \omega t - kz - \gamma \dot{z}$$

$$\rightarrow \ddot{z} + 2\lambda \dot{z} + \omega_0^2 z = \frac{qE_0}{m_e} \cos \omega t \quad \text{avec } \lambda = \frac{\gamma}{2m_e}$$

$$\text{II.1.4.} \quad \ddot{z} = -\omega^2 z \quad \dot{z} = j\omega z$$

$$\rightarrow (\omega^2 + 2j\lambda\omega + \omega_0^2) z = \frac{qE_0}{m_e} e^{j\omega t} \rightarrow \underline{z} = \frac{qE_0}{m_e} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\lambda\omega}$$

$$\text{Amplitude des oscillations: } \|\underline{z}\| = \frac{qE_0}{m_e} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\lambda^2\omega^2}}$$

$$\text{II.1.5.} \quad \vec{p}(t) = q \underline{z} e^{j\omega t} \vec{e}_z = \underline{p} e^{j\omega t} \vec{e}_z$$

$$\rightarrow \underline{\alpha_p} = \frac{\underline{p}}{E_0} = \frac{q^2}{m_e} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\lambda\omega}.$$

II.2 Induction dans une boucle circulaire.

$$\text{II.2.1} \quad \begin{array}{c} \text{circuit avec } R, L, \text{ et } \mathcal{E}(t) \\ \text{circuit avec } R, L, \text{ et } \mathcal{E}(t) \end{array} \quad e(t) = r i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

$$\text{II.2.2} \quad \Phi(t) = \vec{B}_1(t) \cdot \vec{e}_z \times \pi R^2 = B_1 \pi R^2 \cos \omega t$$

$$e(t) = - \frac{d\Phi(t)}{dt} = + B_1 \pi R^2 \omega \sin \omega t \quad (\text{générateur})$$

$$\text{II.2.3. } \underline{B}_1 = B_1 e^{j\omega t} \quad \Phi = \pi R^2 B_1 e^{j\omega t}$$

$$\underline{e} = -j\omega \pi R^2 B_1 e^{j\omega t} = (r + jL\omega) \underline{i}(t)$$

$$\rightarrow \underline{i}(t) = \underline{I} e^{j\omega t} \quad \text{avec } \underline{I} = \frac{-j\omega \pi R^2 B_1}{r + jL\omega}.$$

$$\text{II.2.4. } \vec{B}(t) = \pi R^2 i(t) \vec{e}_3 \quad \underline{M} = \frac{-j\omega \pi^2 R^4}{r + jL\omega} B_1 \quad \text{proportionnelle à } B_1$$

II.3 Mouvement circulaire d'une charge électrique.

$$\text{II.3.1. } \vec{E}_1(x, y, t) = \frac{1}{2} B_1 \omega \sin \omega t \vec{e}_3 \wedge (x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z)$$

Remarque : on reconnaît le "champ électromoteur" associé à $\vec{B}_1$ variable.

$$\vec{E}_1 = -\frac{\partial \vec{A}_1}{\partial t} \quad \text{avec } \vec{A}_1 = \frac{1}{2} (x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z) \wedge \vec{B}_1 : \text{potentiel vecteur du champ uniforme } \vec{B}_1.$$

$$\text{On peut encore écrire } \vec{E}_1(x, y, t) = \frac{1}{2} B_1 \omega \sin \omega t (x \vec{e}_y - y \vec{e}_x)$$

Il est manifeste que $\text{div } \vec{B}_1 = 0$ et $\text{div } \vec{E}_1 = 0$

$$\begin{cases} \vec{\text{rot}} \vec{E}_1 = \left(\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix} \right) = \frac{1}{2} B_1 \omega \sin \omega t \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = B_1 \omega \sin \omega t \vec{e}_3 \\ -\frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t} = B_1 \omega \sin \omega t \vec{e}_3 \end{cases}$$

$$\text{II.3.2. } \vec{\text{rot}} \vec{B}_1 = \vec{0} \quad \text{On doit donc négliger } \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}_1}{\partial t}$$

le "courant de déplacement" est négligeable devant les courants vrais : ARQS.

$$\text{II.3.3. } \|\text{rot } B_1\| \sim \frac{B_1}{R} \quad \left(\frac{\partial E_1}{\partial t} \right) \sim \omega E_1$$

$$\eta \sim \frac{\frac{\omega E_1}{c^2}}{\frac{B_1}{R}} \quad \text{et } E_1 \sim \frac{1}{2} B_1 \omega \rightarrow \eta \sim \frac{\omega^2 R}{2c^2} < 10^{-2}$$

$$\rightarrow \omega_c = c \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-2}}{R}} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{2 \cdot 10^8} = 4,2 \cdot 10^{12} \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\text{II.3.4. } \vec{J}_L = q(\vec{E}_1 + \vec{v} \wedge \vec{B}_1)$$

$$\text{II.3.5. } \vec{v} = R \dot{\theta} \vec{e}_\theta \quad \vec{a} = R \ddot{\theta} \vec{e}_\theta - R \dot{\theta}^2 \vec{e}_r$$

$$\text{II.3.6. } \vec{J}_L \cdot \vec{e}_\theta = q \vec{E}_1 \cdot \vec{e}_\theta \quad \text{car } \vec{v} \text{ est suivant } \vec{e}_\theta$$

$$\text{de plus } \vec{E}_1 = \frac{1}{2} B_1 \omega \sin \omega t \begin{pmatrix} -R \sin \theta \\ R \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} B_1 R \omega \sin \omega t \vec{e}_\theta$$

$$\rightarrow \text{en projection sur } \vec{e}_\theta : m_e R \ddot{\theta} = \frac{q}{2} B_1 R \omega \sin \omega t - \gamma R \dot{\theta}$$

$$\rightarrow \ddot{\theta} + \frac{\gamma}{m_e} \dot{\theta} = \frac{q}{2m_e} B_1 \omega \sin \omega t$$

$$\text{II.3.7. } i(t) = \frac{q}{2\pi} \dot{\theta}(t), \rightarrow \ddot{\theta}(t) = \frac{2\pi}{q} \frac{di(t)}{dt}$$

4/6

$$\rightarrow \frac{2\pi}{q} \frac{di}{dt} + \frac{2\pi\gamma}{q m_e} i = \frac{q}{2m_e} B_1 \omega \sin \omega t$$

$$\text{à comparer à: } L \frac{di}{dt} + r i = \pi R^2 B_1 \omega \sin \omega t$$

$$\underbrace{\frac{4\pi^2 R^2 m_e}{q^2}}_L \frac{di}{dt} + \underbrace{\frac{4\pi^2 R^2 \gamma}{q^2}}_r i = \pi R^2 B_1 \omega \sin \omega t$$

$$\text{II.3.8 } \vec{U}(t) = \pi R^2 i(t) \vec{e}_z = \cancel{\pi} R^2 \frac{q}{2\pi} \dot{\theta} \vec{e}_z$$

II.4. Mouvement hélicoïdal d'une charge électrique

$$\vec{f}_L = q(\vec{v}_A \vec{B} + \vec{E}) \quad \vec{f}_v = -\gamma(R\dot{\theta} \vec{e}_\theta + \dot{z} \vec{e}_z) \quad \vec{f}_r = -k(R\vec{e}_r + z\vec{e}_z)$$

$$\vec{E}_0 = E_0 \cos \omega t \vec{e}_z \quad \vec{E}_1 = \frac{B_1 \omega R}{2} \sin \omega t \vec{e}_\theta \quad \vec{B}_1 = B_1 \cos \omega t \vec{e}_z$$

$$\text{II.4.1. } \vec{v} \Big|_{\substack{R=\dot{\theta} \\ \dot{z}=A\dot{\theta}}} \quad E_c = \frac{1}{2} m_e (R^2 + A^2) \dot{\theta}^2$$

$$\text{II.4.2 } \mathcal{P}_r = \vec{f}_r \cdot \vec{v} = -k A^2 \dot{\theta} \dot{\theta}$$

$$\mathcal{P}_R = \vec{f}_R \cdot \vec{v} = 0 \quad \vec{f}_R \perp \vec{v}$$

$$\mathcal{P}_v = -\gamma v^2 = -\gamma (R^2 + A^2) \dot{\theta}^2$$

$$\text{II.4.3. } \vec{f}_L = q(\vec{v}_A \vec{B}_1) + q\vec{E}_0 + q\vec{E}_1$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_L = \vec{f}_L \cdot \vec{v} &= q\vec{E}_0 \cdot \vec{v} + q\vec{E}_1 \cdot \vec{v} \\ &= qE_0 \cos \omega t \cdot A\dot{\theta} + q \frac{B_1 \omega R^2}{2} \sin \omega t \dot{\theta} \end{aligned}$$

$$\text{II.4.4. } \frac{dE_c}{dt} = \sum \mathcal{P}_i$$

$$m_e (R^2 + A^2) \dot{\theta} \ddot{\theta} = -k A^2 \dot{\theta} \ddot{\theta} - \gamma (R^2 + A^2) \dot{\theta}^2 + qE_0 A \cos \omega t \dot{\theta} + q \frac{B_1 \omega R^2}{2} \sin \omega t \dot{\theta}$$

$$m_e (R^2 + A^2) \ddot{\theta} + \gamma (R^2 + A^2) \dot{\theta} + k A^2 \dot{\theta} = q \left(A E_0 \cos \omega t + \frac{B_1 \omega R^2}{2} \sin \omega t \right)$$

$$\text{II.4.5 } (-\omega^2 (R^2 + A^2) + 2j\lambda\omega (R^2 + A^2) + \omega_0^2 A^2) \underline{\theta} e^{j\omega t} = q \left(\frac{A E_0}{m_e} - j\omega \frac{B_1 R^2}{2 m_e} \right) e^{j\omega t}$$

$$\rightarrow \underline{\theta} = \frac{q}{D(j\omega)} \left(\frac{A E_0}{m_e} - j\omega \frac{B_1 R^2}{2 m_e} \right)$$

$$\text{II.4.6 } \underline{P} = q A \underline{\theta} = \frac{q^2 A^2}{m_e D(j\omega)} E_0 - j\omega \frac{q^2 A}{2 m_e D(j\omega)} R^2 B_1$$

$$\underline{H} = \frac{q}{2} R^2 j\omega \underline{\theta} = \frac{q^2 R^2 A j\omega E_0}{2 m_e D(j\omega)} + \frac{\omega^2 q^2 R^4}{4 m_e D(j\omega)} B_1$$

$$\rightarrow \underline{\alpha}_p = \frac{q^2 A^2}{m_e D(j\omega)} \quad \underline{\alpha}_m = \frac{q^2 R^4}{4 m_e D(j\omega)} \quad \beta = \frac{q^2 A R^2}{2 m_e D(j\omega)}$$

II.4.7 si $A \rightarrow -A$: $\underline{\alpha}_p$ et $\underline{\alpha}_m$ sont inchangés. $\beta \rightarrow -\beta$.

II.5 Pouvoir rotatoire.

$$\vec{P} = (\epsilon - \epsilon_0) \vec{E} - \nu \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \vec{H} = \nu' \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{\nabla} \times \vec{H} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \right) + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Remarque concernant le texte:

Il faut lire : $\Delta \vec{A}(x, y, z) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$
(dans le bon ordre!) et :

$$\vec{\nabla} \times (\vec{A} e^{-j k x}) = j k \vec{e}_x \wedge \vec{A} e^{-j k x}$$

où $\vec{A}$ est ici un vecteur indépendant de x, y, z .

$$\text{II.5.1} \quad \begin{cases} \epsilon > \epsilon_0 & \nu = \nu' = 0 \\ E_a e^{j(\omega t - kx)} \vec{e}_z \end{cases} \quad \vec{P} = (\epsilon - \epsilon_0) \vec{E} \quad \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} = (\epsilon - \epsilon_0) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu_0 \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \Delta \vec{E} = \vec{\nabla} \times \left(- \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = - \frac{\partial (\vec{\nabla} \times \vec{B})}{\partial t} = - \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\rightarrow \Delta \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \stackrel{\text{indépendance } t/\text{espace}}{=} \frac{1}{c'^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \rightarrow c' = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

$$\text{II.5.2.} \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\underbrace{\vec{\nabla} \times (\nu' \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})}_{\nu' \frac{\partial (\vec{\nabla} \times \vec{E})}{\partial t}} + (\epsilon - \epsilon_0) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \right) + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(- \nu' \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \right) + \mu_0 \left(- \nu \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \right) + \mu_0 \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$= \mu_0 \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu_0 (\nu + \nu') \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

$$\text{II.5.3} \quad \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \Delta \vec{B} = \mu_0 \epsilon \vec{\nabla} \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) - \mu_0 (\nu + \nu') \vec{\nabla} \times \left(\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \right)$$

$$\Delta \vec{B} = \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} + \mu_0 (\nu + \nu') \vec{\nabla} \times \left(\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \right)$$

$$\text{II.5.4.} \quad \vec{B}_+ = B_+ (\vec{e}_y + j \vec{e}_z) e^{j(\omega t - k_+ x)} \quad \Delta \vec{B}_+ = -k_+^2 \vec{B}_+$$

$$\frac{\partial^2 \vec{B}_+}{\partial t^2} = -\omega^2 \vec{B}_+ \quad \vec{\nabla} \times \left(\frac{\partial^2 \vec{B}_+}{\partial t^2} \right) = -\omega^2 \vec{\nabla} \times (\vec{B}_+) = +\omega^2 j k_+ \vec{e}_x \wedge \vec{B}_+$$

$$\vec{e}_x \wedge (\vec{e}_y + j \vec{e}_z) = \vec{e}_z - j \vec{e}_y = -j (\vec{e}_y + j \vec{e}_z) \rightarrow \downarrow = +\omega^2 k_+ \vec{B}_+$$

$$\rightarrow -k_+^2 \vec{B}_+ = -\mu_0 \epsilon \omega^2 \vec{B}_+ + \mu_0 \omega^2 k_+ (v_+ v') \vec{B}_+$$

$$k_+^2 = \mu_0 \epsilon \omega^2 - \mu_0 \omega^2 k_+ (v_+ v')$$

II.5.5. dans ce cas $\vec{e}_x \wedge (\vec{e}_y - j \vec{e}_z) = \vec{e}_z + j \vec{e}_y = j(\vec{e}_y - j \vec{e}_z)$

$$\rightarrow \text{rot} \frac{\partial^2 \vec{B}_-}{\partial t^2} = -\omega^2 k_- \vec{B}_-$$

$$\rightarrow k_-^2 = \mu_0 \epsilon \omega^2 + \mu_0 \omega^2 k_- (v_+ v')$$

II.5.6. $k_-^2 - k_+^2 = \mu_0 \omega^2 (v_+ v') (k_+ + k_-)$

avec $k_+ \neq k_- \neq \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon}$

$$k_-^2 - k_+^2 \sim 2 \mu_0 \omega^2 (v_+ v') \frac{\sqrt{\epsilon}}{c}$$

On a donc $c_+ = \frac{\omega}{k_+} \neq c_- = \frac{\omega}{k_-}$

Une onde de polarisation rectiligne peut être considérée comme la superposition de 2 ondes de polarisations circulaires inverses si ces deux ondes n'ont pas la même célérité, le plan de polarisation tournera au cours de la propagation.

II.5.7. Pour un milieu présentant un plan de symétrie ou un centre d'inversion, l'inversion de rotation + la symétrie doivent redonner le même résultat. Les ondes de polarisation circulaires inverses ont donc la même célérité. Ceci impose, avec v et v' de même signe et $v + v' = 0$ $v = v' = 0$