

CORRECTION

Corrigé proposé par Delphine Arcizet, avec la participation d'Amar Chikhi

I. Préliminaire - mille nautique et noeud

I.A – $1 \text{ M} = R_T \cdot \theta \Rightarrow \theta = \frac{1M}{R_T}$

A.N.: $\theta = 0,0167 \text{ deg}$ soit $1'$ d'angle

Donc sur une carte nautique, tout changement de latitude de 1 minute d'angle correspond à une distance de 1 mille.

I.B – OEM de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 1,0 \text{ M}$ associée à une fréquence $f = \frac{c}{\lambda}$

A.N.: $f = 161 \text{ kHz}$ ce qui appartient au domaine des grandes ondes (ondes radio par exemple)

I.C – $30 \text{ nd} = 30 \text{ M.h}^{-1} = 15,4 \text{ m.s}^{-1}$

II. Aspects mécaniques

II.A – Stabilité du bateau aux allures portantes

II.A.1) $p_d = \frac{1}{2} \rho_{air} v^2 \Rightarrow [p_d] = [\rho v^2] = M.L^{-1}.T^{-2}$: homogénéité correcte, par comparaison avec

$[P] = \frac{[F]}{[S]} = M.L^{-1}.T^{-2}$

II.A.2) Résultante des forces sur la voile : $\vec{R} = \iint p_d \vec{e}_z dS = p_d S \vec{e}_z = \frac{1}{2} \rho_{air} v^2 \ell h \vec{e}_z$
(pression p_d supposée uniforme sur toute la voile)

Moment résultant $\mathcal{M}_x = \iint [\vec{OM} \wedge p_d \vec{e}_z dS] \cdot \vec{e}_x = p_d \int_{x=-\ell/2}^{\ell/2} \int_{y=0}^h y dx dy = \frac{1}{2} p_d \ell h^2 = \frac{1}{4} \rho_{air} v^2 \ell h^2$

ce moment tend donc à faire basculer le bateau vers l'avant.

II.A.3) Application numérique Pour le spinnaker ($\ell_{spin} = 7 \text{ m}$) par un vent de 30 noeuds:

$\|\vec{R}\| = 11 \cdot 10^3 \text{ N}$ (équivalent du poids d'un objet de 1,1 tonne)

$\|\vec{\mathcal{M}}_x\| = 54 \cdot 10^3 \text{ N.m}$

Pour la grand voile ($\ell_{gdvoile} = 2,5 \text{ m}$) par un vent de 30 noeuds:

$\|\vec{R}\| = 3,9 \cdot 10^3 \text{ N}$

$\|\vec{\mathcal{M}}_x\| = 19 \cdot 10^3 \text{ N.m}$

Pour l'ensemble ($\ell_{tot} = \ell_{spin} + \ell_{gd-voile} = 7 + 2,5 = 9,5 \text{ m}$)

$\|\vec{R}\|_{tot} = 14,6 \cdot 10^3 \text{ N}$ (équivalent du poids d'un objet de 1,5 tonne!..)

On ne peut a priori pas sommer les moments, car les axes sont différents.

II.A.4) Risque : basculement du bateau vers l'avant

Positionnement privilégié de l'équipage : à l'arrière du bateau (pour exercer un moment en sens inverse)

II.A.5) Autres forces pouvant permettre de stabiliser le bateau :

- poussée d'Archimède (augmente sur l'avant du bateau, dès que celui-ci commence à plonger vers l'avant)
- force de frottement visqueux de l'eau (frotte plus fort sur l'avant si la surface immergée augmente)

II.B – Stabilité du bateau aux allures non portantes

II.B.1) $\Delta p = p_{int} - p_{ext} = \frac{1}{2} C \rho_{air} v^2$

Moment résultant $\mathcal{M}_z = \iint [\vec{OM} \wedge \Delta p \vec{e}_z dS] \cdot \vec{e}_z = \Delta p \int_{x=-\ell/2}^{\ell/2} \int_{y=0}^h y dy dz = \frac{1}{2} \Delta p \ell h^2 = \frac{1}{4} C \rho_{air} v^2 \ell h^2$

(expression très proche de l'expression précédente, 1 seul facteur correctif : C)

C'est la partie supérieure des voiles qui contribue le plus à faire gîter le bateau, car c'est celle qui se retrouve la plus déplacée par rapport à la verticale (moment = force x bras de levier)

II.B.2) Application numérique

Dans 30 noeuds de vent sous grand-voile : $\mathcal{M}_z = 3,9 \cdot 10^3 \text{ N.m}$

Dans 30 noeuds de vent sous génois : $\mathcal{M}_z = 2,6 \cdot 10^3 \text{ N.m}$

Cette fois-ci, on peut sommer les moments car les axes sont (quasiment) confondus : $\mathcal{M}_{z \text{ tot}} = 6,5 \cdot 10^3 \text{ N.m}$

II.B.3) Moment de redressement du poids de la quille : $\vec{\mathcal{M}}_{\text{red}} = \|\vec{P}\| \cdot d' \cdot (-\vec{e}_z) = -m g d \sin \alpha \vec{e}_z \Rightarrow \boxed{\mathcal{M}_{z \text{ red}} = -m g d \sin \alpha}$
où $d' = d \sin \alpha$ (bras de levier)

II.B.4) Application numérique

Pour $\alpha = 30^\circ$, $\mathcal{M}_z = -4,2 \cdot 10^3 \text{ N.m}$

Ce moment est donc du même ordre de grandeur, mais pas tout à fait suffisant pour s'opposer au moment de gîte par 30 noeuds de vent et pour un angle de 30° (donc le bateau aurait tendance à s'incliner d'un angle plus élevé, avec risque éventuel de chavirer).

II.B.5) Avantages d'une quille inclinable : augmenter le moment de redressement (en augmentant le bras de levier) et éviter ainsi le chavirage

Inconvénients : si on l'incline trop, elle risque de sortir de l'eau, et alors c'est le chavirage assuré!..

II.B.6) La forme de la carène influe sur la poussée d'Archimède, car une coque plus large permettra d'avoir un moment de redressement plus élevé.

Moment de redressement dû à la poussée d'Archimède: $\mathcal{M}_z^{\Pi} = \|\vec{\Pi}\| \cdot \ell \cdot \cos \alpha \cdot (-\vec{e}_z) \cdot \vec{e}_z = -\ell \cdot \cos \alpha \cdot \rho_{\text{eau}} \cdot V_{\text{depl}} g$

A.N.: $\mathcal{M}_z^{\Pi} = 4,2 \text{ N.m}$

Conclusion : ce moment de redressement, additionné à celui de la quille, permet donc de compenser le moment dû au vent dans les voiles, et ainsi d'éviter le chavirage.

II.C – Efforts à échelle humaine

II.C.1) Puissance moyenne dépensée par le marin pour monter en haut de son mât en 1 minute :

$$P_{\text{mar}} = \frac{\Delta E_P}{\Delta t} = \frac{m_{\text{mar}} g h}{\Delta t}$$

A.N.: $P_{\text{mar}} \sim 100 \text{ W}$

II.C.2) Si cette puissance est utilisée pour faire fondre $m = 1 \text{ kg}$ de glace : $\Delta H = m \ell_{\text{fus}} = P_{\text{mar}} \Delta t \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{m \ell_{\text{fus}}}{P_{\text{mar}}}}$

A.N. : $\Delta t = 3,3 \cdot 10^3 \text{ s}$ soit 1 heure environ

II.C.3) Effort sur l'objet à tirer = $\|\vec{F}\| = F$ force avec laquelle le marin tire sur son brin

Intérêt de la poulie = transmission parfaite des actions (avec changement de direction)

II.C.4) Palan simple:

- force exercée par le marin sur son brin = F

- force exercée par le brin de gauche sur le pont (transmission par poulie) = F

- force exercée par la poulie sur le cordage du haut et donc par le cordage du haut sur l'objet $S = 2 F$

On a donc multiplié par 2 la force agissant sur l'objet.

II.C.5) Si le marin tire sur son brin d'une longueur L , la poulie descend de seulement $L/2$ donc le solide aussi : S descend à vitesse moitié $V/2$ par rapport à la vitesse V à laquelle le marin tire.

Conclusion : la puissance transmise au solide est $P_S = 2 F \cdot \frac{V}{2} = P_{\text{mar}}$: il n'y a pas de puissance créée au niveau de la poulie (ouf!)

II.C.6) Palan double : efforts multipliés par 4 : $F_S = 4 F$ et vitesse divisée par 4 : $V_S = V/4$

(c'est pourquoi on doit avaler de grandes longueurs de corde quand on borde une voile (munie, souvent, de palans doubles ou triples))

II.C.7) La poulie du haut et les cordages associés subissent des forces deux fois plus importantes, il semble donc pertinent de choisir des cordages plus résistants et des poulies plus grosses (ou plus résistantes).

III. Piles au lithium

III.A – Le lithium et ses propriétés

III.A.1)

- a) ${}^7_3\text{Li}$: noyau constitué de $Z = 3$ protons et $A_Z = 7 - 3 = 4$ neutrons; nuage électronique comportant 3 électrons.
- b) $M_{Li} \simeq A = 7 \text{ g.mol}^{-1}$.
- c) Deux isotopes sont deux espèces dont le noyau comporte le même nombre de protons mais un nombre de neutrons différents. Ils ont donc même numéro atomique Z , mais un nombre de masse A différent (et donc une masse molaire différente).

III.A.2) Le lithium dans la classification périodique.

- a) Le lithium appartient à la 1ère colonne de la classification périodique: famille des alcalins, comme Na, K, ...
- b) Configuration électronique: $1s^2 2s^1$.
- c) Li tend à donner Li^+ , ion très stable car de configuration $1s^2$ (la même que celle de He, gaz noble le précédant dans la classification)
- d) Réducteur = espèce susceptible de perdre un e-
Caractère réducteur augmente - sur une ligne donnée : de la droite vers la gauche (tendance à perdre un ou plusieurs e- pour se rapprocher de la config. du gaz noble précédent)
- dans une colonne donnée : du haut vers le bas (?) (car $Z \nearrow$ donc couche externe plus éloignée du noyau, électrons plus faciles à arracher)
Au final, le caractère réducteur augmente en sens inverse du caractère électro-négatif.

III.A.3) Structure cristalline

- a) Cubique centré = 1 atome à chaque sommet + 1 atome au centre
- b) Nombre d'atomes en propre par maille : $N = \frac{1}{8} \cdot 8 + 1 = 2$

c) Contact le long de la grande diagonale : $4r_{Li} = \sqrt{3}a \Rightarrow r_{Li} = \frac{\sqrt{3}a}{4}$

A.N. : $r_{Li} = 152 \text{ pm}$

III.B – Le choix du lithium pour les piles

Une modélisation simple d'une pile au lithium est proposée ici. Une des électrodes est constituée de lithium Li(s) , l'autre est une électrode liquide qui joue en même temps le rôle d'électrolyte.

III.B.1) Électrode de lithium

À 25°C , on donne $\frac{RT}{F} \ln 10 \approx 0,06 \text{ V}$ et $E^\circ(\text{Li}^+/\text{Li}) = -3,03 \text{ V}$.

- a) Demi-équation électronique : $\text{Li}^+ + e^- \rightleftharpoons \text{Li}$.

b) Formule de Nernst pour le potentiel d'électrode: $E_{Li} = E_{\text{Li}^+/\text{Li}} + 0,06 \log[\text{Li}^+]$

A.N. : $E = -3,15 \text{ V}$

- c) Electrode de zinc : $1/2$ équation électronique : $\text{Zn}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Zn}$ soit un potentiel : $E_{Zn} = E^\circ(\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}) + 0,03 \log[\text{Zn}^{2+}]$
A.N. : $E_{Zn} = -0,82 \text{ V}$.

- d) $E_{Li} \ll E_{Zn}$ donc le lithium est un réducteur très puissant (beaucoup plus puissant que le zinc)

- e) L'électrode de lithium sera donc celle à se faire l'oxydation (de Li en Li^+) : ce sera l'anode.

III.B.2) Électrode liquide au chlorure de thionyle (SOCl_2)

- a) Nombres d'oxydation :

S : $n.o.(S) = 0$

Cl^- : $n.o.(Cl) = -I$

SO_2 : $n.o.(S) + 2n.o.(O) = 0$ avec $n.o.(O) = -II$ (oxygène plus électro-négatif que le soufre) donc $n.o.(S) = +IV$

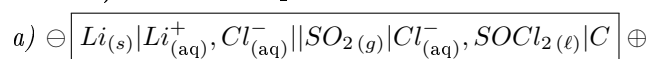
SOCl_2 : $n.o.(S) + n.o.(O) + 2n.o.(Cl) = 0$ avec $n.o.(O) = -II$ (oxygène plus électro-négatif que le soufre) et $n.o.(Cl) = -I$ (chlore plus électro-négatif que le soufre) donc $n.o.(S) = +IV$

(on peut aussi trouver $n.o.(S)$ en vérifiant dans la demi-équation électronique $2\text{SOCl}_2 + 4e^- = \text{S} + \text{SO}_2 + 4\text{Cl}^-$ que l'on passe de $2 \times IV = VIII$ à $0 + IV$, via l'échange de $4e^-$)

- b) Le chlorure de thionyle subit une réduction (passage d'un n.o. des éléments soufre de VIII à 0 et IV)

- c) Cette électrode liquide joue donc le rôle de cathode.

III.B.3) Bilan de la pile



b) E.B. de fonctionnement de cette pile : $4 \text{ Li} + 2 \text{ SOCl}_2 = 4 \text{ Li}^+ + \text{S} + \text{SO}_2 + 4 \text{ Cl}^-$

c) F.é.m de cette pile : $e = E_{\text{SOCl}_2/\text{S}} - E_{\text{Li}}$

A.N. : $e = 3,8 \text{ V}$

d) C'est une valeur relativement élevée (f.e.m. de l'ordre d'1V pour une pile alcaline ou saline classique).

e) Ne pas conserver une pile ou batterie au lithium usagée ou endommagée (car risque de pollution, et de réactions vives donc dangereuses)

III.C – Quelques propriétés du chlorure de thionyle

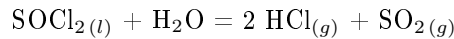
III.C.1) Structure

Formule de Lewis :

SCHEMA

Géométrie de la molécule (**hors programme**): $\text{AX}_3\text{E}_1 \Rightarrow$ pyramide à base triangulaire.

III.C.2) Réaction sur l'eau



a) $\Delta_r H^\circ(T = 298 \text{ K}) = \sum \nu_i \Delta_f H_i^\circ(T) = 2 \Delta_f H^\circ(\text{HCl}) + \Delta_f H^\circ(\text{SO}_2) - \Delta_f H^\circ(\text{SOCl}_2) - \Delta_f H^\circ(\text{H}_2\text{O}) = 49,4 \text{ kJ.mol}^{-1}$.

b) $\Delta_r S^\circ(T = 298 \text{ K}) = \sum \nu_i S_{m,i}^\circ(T) = 2 S_m^\circ(\text{HCl}) + S_m^\circ(\text{SO}_2) - S_m^\circ(\text{SOCl}_2) - S_m^\circ(\text{H}_2\text{O}) = 330 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

c) $\Delta_r G^\circ(298 \text{ K}) = \Delta_r H^\circ(298 \text{ K}) + T \Delta_r S^\circ(298 \text{ K}) = -48,9 \text{ kJ.mol}^{-1}$

d) $K^\circ(T) = e^{-\frac{\Delta_r G^\circ(T)}{RT}} \Rightarrow K^\circ(298 \text{ K}) = 3,8.10^8$.

e) Cette réaction est donc: endothermique ($\Delta_r H^\circ < 0$) et totale ($K^\circ \gg 1$).

IV. Positionnement à l'ancienne

IV.A – Moment $\vec{\Gamma}$ exercé par un champ magnétique $\vec{B}$ sur une aiguille aimantée $\vec{\mathcal{M}}$: $\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}$.

IV.B – L'aiguille est contenue dans le plan horizontal local $(\vec{e}_\theta, \vec{e}_\phi)$

Donc l'effet de la composante verticale du champ magnétique serait de faire tourner l'aiguille autour d'un axe $\perp \vec{e}_r$ c-à-d un axe du plan : cet effet n'est pas permis ici.

Donc seules sont intéressantes les composantes horizontales $\in (\vec{e}_\theta, \vec{e}_\phi)$ du champ $\vec{B}$

IV.C - Les positions d'équilibre de $\vec{\mathcal{M}}$ correspondent à l'alignement dans le sens de $\vec{B}$ ou en sens inverse de $\vec{B}$: alors $\vec{\Gamma} = \vec{0}$

Alignement dans le sens de $\vec{B}$: équilibre stable car un petit déplacement angulaire à partir de cette position fait naître un couple $\vec{\Gamma}$ qui tend à ramener $\vec{\mathcal{M}}$ vers $\vec{B}$

Alignement dans le sens inverse à $\vec{B}$: équilibre instable car un petit déplacement angulaire à partir de cette position fait naître un couple $\vec{\Gamma}$ qui tend à écarter encore plus $\vec{\mathcal{M}}$ de $\vec{B}$

V. Positionnement – éléments sur le système GPS

V.A – Généralités sur le système GPS

V.A.1) Flotte GPS, orbites des émetteurs

a) Vitesse et accélération en coordonnées polaires: $\vec{v} = \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta$ et $\vec{a} = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \vec{e}_r + (2 \dot{r} \dot{\theta} + r \ddot{\theta}) \vec{e}_\theta$

Trajectoire circulaire : $r = \text{cste} \Rightarrow \vec{v} = r \dot{\theta} \vec{e}_r$ et $\vec{a} = -r \dot{\theta}^2 \vec{e}_r + r \ddot{\theta} \vec{e}_\theta$

TMC dans $\mathcal{R}_{\text{géocentrique}}$ appliqué au satellite soumis à la force gravitationnelle, centrale :

$$\frac{d\mathcal{L}_O(\vec{M})}{dt} = \vec{\mathcal{M}}_O(f_{\text{grav}}) = \vec{0} \Rightarrow \mathcal{L}_O(\vec{M}) = O\vec{M} \wedge m \vec{v} = m r^2 \dot{\theta} \vec{e}_\theta = \text{cste}$$

$$\Rightarrow r^2 \dot{\theta} = \text{cste} \Rightarrow \dot{\theta} = \text{cste} \Rightarrow v = r \dot{\theta} = \text{cste}$$

$$\vec{v} = v \vec{e}_r \text{ et } \vec{a} = -r \dot{\theta}^2 \vec{e}_r = -\frac{v^2}{r} \vec{e}_r$$

$$b) \text{ PFD appliqué au satellite dans } \mathcal{R}_{\text{géocentrique}} : f_{\text{grav}} = m \vec{a} \Rightarrow -\frac{\mathcal{G} M_T m}{r^2} = -m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{\mathcal{G} M_T}{r}}$$

$$\text{Or } v = \frac{2\pi r}{T} = r\omega = \sqrt{\frac{\mathcal{G} M_T}{r}} \Rightarrow T = 2\pi \frac{r^{3/2}}{\sqrt{\mathcal{G} M_T}} = 2\pi \frac{(R_T + H)^{3/2}}{\sqrt{\mathcal{G} M_T}}$$

c) Orbites géostationnaires : $T_{\text{sat}} = T_{\text{Terre}}$ donc l'orbite de ces satellites est contenue dans le plan équatorial, et ils restent toujours au-dessus du même point de l'équateur.

Problème: pas très adaptés pour communiquer avec des points éloignés de l'équateur.

d) D'après ce qui précède, ce qui correspond à la 3ème loi de Kepler, $\frac{T^2}{r^3} = \text{cte}$ (pour tout objet tournant autour du même centre attracteur)

$$\text{Ici : } \frac{T_{GPS}^2}{(R_T + H_{GPS})^3} = \frac{T_{Galileo}^2}{(R_T + H_{Galileo})^3} \Rightarrow T_{Galileo} = T_{GPS} \frac{(R_T + H_{Galileo})^{3/2}}{(R_T + H_{GPS})^{3/2}}$$

A.N. : $T_{Galileo} = 35\,961\text{ s}$ soit $9\text{h}59'21''$

V.A.2) Principe du GPS

a) OEM : propagation à vitesse: $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

Une erreur de Δt sur une mesure de durée correspond donc à une erreur ΔL sur une mesure de position : $\Delta L = c \Delta t$
 Pour obtenir une erreur maximale sur les distances de $\Delta L \simeq 10 \text{ m}$, il faut donc une erreur temporelle maximale de $\Delta t = \frac{10}{3 \cdot 10^8} \simeq 330 \text{ ns}$

b) Entre 2 niveaux d'énergie distants de ΔE , la radiation associée est de fréquence ν_{rad} , telle que : $\Delta E = h \nu_{\text{rad}} = \frac{h}{T_{\text{rad}}} = \frac{h c}{\lambda_{\text{rad}}}$

$\nu_{\text{rad}} = 9\,192\,631\,770 \text{ Hz}$ soit $9,2 \text{ GHz}$

$T_{\text{rad}} = \frac{1}{9\,192\,631\,770} = 0,109 \text{ ns}$ et $\lambda_{\text{rad}} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{9,19 \cdot 10^9} = 0,033 \text{ m}$ soit 33 mm

$\Delta E = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 9,19 \cdot 10^9 = 6,09 \cdot 10^{-24} \text{ J}$ soit $3,81 \cdot 10^{-5} \text{ eV}$ (car $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$)

c) Ces ondes (millimétriques) sont dans le même domaine de fréquence que celles utilisées dans les télécommunications par téléphone portable, ou dans les micro-ondes.

V.A.3) Ondes électromagnétiques

a) $\vec{E}(z, t) = E_{0x} \cos(\omega t - k z + \phi_x) \vec{e}_x + E_{0y} \cos(\omega t - k z + \phi_y) \vec{e}_y$

Polarisation circulaire droite $\Leftrightarrow \phi_y - \phi_x = \frac{\pi}{2}$ et $E_{0x} = E_{0y}$

d'où finalement un champ : $\vec{E}(z, t) = E_0 (\cos(\omega t - k z) \vec{e}_x - \sin(\omega t - k z) \vec{e}_y)$

b) L'extrémité du vecteur champ électrique décrit un cercle, parcouru en sens horaire (quand on regarde l'onde incidente nous parvenir).

c) Champ magnétique : $\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{E_0}{c} (\sin(\omega t - k z) \vec{e}_x - \cos(\omega t - k z) \vec{e}_y)$

Vecteur de Poynting $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \vec{e}_z$.

d) Puissance moyenne P reçue par le récepteur = flux du vecteur de Poynting = $\Pi S \Rightarrow E_0 = \sqrt{\frac{\mu_0 c P}{S}}$

A.N. : $E_0 = 8,7 \cdot 10^{-5} \text{ V.m}^{-1}$

V.B – Mesures de vitesse – effet Doppler

V.B.1) Lorsqu'un véhicule avec une sirène se rapproche, on entend un son de fréquence plus élevée (son plus aigu), puis lorsqu'il s'éloigne de fréquence plus basse (son plus grave).

V.B.2) Amplitude d'une OEM se propageant selon les $x > 0$: $E(x, t) = E_0 \sin(\omega t - k x)$

V.B.3) Vitesse de $\mathcal{R}'$ par rapport à $\mathcal{R}$ = vitesse d'entraînement = $V \vec{e}_x$

Or les vitesses vérifient : $\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e$ soit $\vec{v}(M/\mathcal{R}) = \vec{v}(M/\mathcal{R}') + \vec{V}$

Donc les abscisses x et x' (donnant la position absolue et relative de l'émetteur) vérifient : $x = x' + V t$

V.B.4) Si $\vec{E}'(x', t) = \vec{E}(x, t)$ alors $E_0 \sin(\omega t - k x) = E_0 \sin(\omega t - k x) \Leftrightarrow E_0 \sin(\omega t - k x' - k V t) = E_0 \sin(\omega' t - k x')$

$$\Leftrightarrow \omega - k V = \omega' \Leftrightarrow \omega' = \omega \left(1 - \frac{V}{c}\right)$$

V.B.5) Si on veut pouvoir mesurer des vitesses de $V \sim 1 \text{ m.s}^{-1}$, il faut pouvoir mesurer des différences de fréquences $\frac{\omega' - \omega}{\omega} = \frac{\Delta \omega}{\omega} = \frac{\delta f}{f} = \frac{V}{c} \simeq 3 \cdot 10^{-9}$ soit quelques Hz pour des fréquences f de quelques GHz, comme utilisées dans les GPS.

V.C – Alimentation d'une antenne circulaire

V.C.1) Une antenne portée par $\vec{e}_y$ donne naissance à une OPPM polarisée selon $\vec{e}_y$.
Donc pour produire un second champ électrique polarisé rectilignement selon $\vec{e}_x$, il faut une antenne disposée selon $\vec{e}_x$

V.C.2) Pour avoir une polarisation circulaire droite en sommant les 2 champs dus aux 2 antennes, il faut : $\vec{E}_{\text{tot}} = +E_0 \cos(\omega t - k z + \phi) \vec{e}_x - E_0 \sin(\omega t - k z + \phi) \vec{e}_y = +E_0 \cos(\omega t - k z + \phi) \vec{e}_x + E_0 \cos(\omega t - k z + \phi - \pi/2) \vec{e}_y$
Il faut donc une tension : $u_x(t) = U_0 \cos(\omega t)$ (déphasée de $-\pi/2$ par rapport à $u_y(t)$)

V.C.3) $\underline{H} = \frac{s}{\underline{e}} = \frac{Z_c - R}{Z_c + R} = \frac{1 - j R C \omega}{1 + j R C \omega}$.

V.C.4) Module : $\left| \underline{H} \right| = \frac{\sqrt{1 + (R C \omega)^2}}{\sqrt{1 + (R C \omega)^2}} = 1$ et ce $\forall \omega$

V.C.5) Phase $\phi(\omega) = \arg(\underline{H}(\omega)) = \arctan(-R C \omega) - \arctan(R C \omega) = -2 \arctan(R C \omega)$
Donc $\phi \rightarrow 0$ à $\omega \rightarrow 0$ et $\phi \rightarrow -\pi$ à $\omega \rightarrow +\infty$

V.C.6) Pour obtenir la tension u_x à partir de la tension u_y , il faut donc obtenir un déphasage de $-\pi/2$, soit $R C \omega = 1$
donc R et C tels que $\boxed{R C = \frac{1}{\omega}}$

Avec $\omega = 2 \pi f = 9,9.10^9 \text{ rad.s}^{-1}$, il faut donc $R C \simeq 10^{-10} \text{ rad.s}^{-1}$, donc par exemple $R = 100 \Omega$ et $C = 1 \text{ pF}$
Commentaire : un tel montage à AO ne serait cependant pas très indiqué à de telles fréquences, car la BP des AO est en général inférieure au MHz (donc très très inférieure au GHz ici utilisé).