

Correction – PT thermodynamique 2013

I Étude des échanges énergétiques

1. Il y a deux échangeurs thermiques : la machine est ditherme. Elle est réceptrice car le seul élément échangeant du travail entre le fluide et le milieu extérieur est le compresseur, qui reçoit effectivement du travail de la part de l'extérieur.

2. Évaporateur : transformation du fluide "liquide $\rightarrow$ vapeur", qui est endothermique.

Donc le fluide reçoit un transfert thermique positif.

Donc le milieu extérieur au fluide cède un transfert thermique. Ce "milieu extérieur" doit donc être l'intérieur du congélateur. L'évaporateur est donc placé à l'intérieur du compartiment.

3. Faire un diagramme $p-v$ et tracer l'allure du cycle. Il doit être dans le sens anti-horaire car il s'agit d'une machine réceptrice. Le coté liquide est à gauche, le coté vapeur à droite.

On voit alors clairement que l'évaporateur doit être après le détendeur (c'est donc l'échangeur 2), et que le condenseur doit se situer après le compresseur (c'est donc l'échangeur 1).

4. Condenseur : transformation du fluide "vapeur $\rightarrow$ liquide", qui est exothermique.

Le fluide cède donc un transfert thermique vers le milieu qui lui est extérieur (en l'occurrence, la pièce dans laquelle est le congélateur).

Le rôle du condenseur est donc de transférer la chaleur prise au compartiment du congélateur vers l'extérieur. Il est placé à l'arrière du congélateur.

5. Voir question 28.

6. Voir question 28.

7. ★ Par définition, $HR = \frac{p_{H_2O}}{p_{sat}}$.

On connaît $HR = 0.6$ et $p_{sat} = 4000 \text{ Pa}$ à 30°C (données), on en déduit donc la pression partielle en H_2O : $p_{H_2O} = HR \times p_{sat}$.

★ Par définition, $HA = \frac{m_{H_2O}}{m_{air\ sec}}$ (en g au numérateur et en kg au dénominateur), le tout dans un volume $V = 1 \text{ m}^3$.

On a par ailleurs : $m_{air\ sec} = \mu_{air} V = 1.3 \text{ kg}$.

Et également : $m_{H_2O} = n_{H_2O} \times M_{H_2O} = \frac{p_{H_2O} V}{RT} \times M_{H_2O}$.

On connaît alors tout, et on en déduit $HA = 16 \text{ g/kg}$.

★ On retrouve bien la même chose en lisant le diagramme de l'annexe 1.

8. L'humidité absolue $HA = \frac{m_{H_2O}}{m_{air\ sec}}$ se conserve car la masse de vapeur d'eau ou de l'air sec dans un volume donné ne change pas (tant qu'il n'y a pas condensation).

Dans le diagramme, on reste donc à la même ordonnée $HA = 16 \text{ g/kg}$.

Lorsque la température diminue on se déplace vers la gauche, le taux HR change et atteint 100% pour $T = 21^\circ\text{C}$. En dessous, l'eau condense.

9. Énergie thermique libérée par l'eau lors du changement d'état exothermique "vapeur $\rightarrow$ solide" : $Q = m_{\text{H}_2\text{O}} \times (l_v + l_f)$.

Volume d'air dans le congélateur : $V = \frac{1}{2} \times (20 \times 50 \times 50) \text{ cm}^3 = 25 \text{ L}$.

La masse d'eau dans le congélateur est $m_{\text{H}_2\text{O}} = \text{HA} \times m_{\text{air sec}} = \text{HA} \times \mu_{\text{air}} \times V$

On a donc $Q = \text{HA} \times \mu_{\text{air}} \times V \times (l_v + l_f)$ pour la condensation solide de l'eau dans le congélateur.

La puissance associée est $\mathcal{P}_{\text{eau}} = 40 \times Q / (12 \times 3600 \text{ s})$, soit $\boxed{\mathcal{P}_{\text{eau}} = 1.3 \text{ W}}$.

10. La condensation solide de la vapeur d'eau entraîne la formation de glace, qui s'accumule dans le congélateur et devient ainsi gênante.

11. $\boxed{\mathcal{P}_{\text{cond}} = \frac{m_{\text{aliments}} c_{\text{cong}} \Delta T}{\Delta t} = 15 \text{ W}}$.

12. On suppose qu'il faut congeler les $m = 20 \text{ kg}$ de nourriture et également les amener à -10°C .

On décompose en étapes :

$$\left| \begin{array}{l} m = 20 \text{ kg} \\ T_1 = 20^\circ\text{C} \\ \text{non congelés} \end{array} \right. \xrightarrow{\Delta H_1} \left| \begin{array}{l} m = 20 \text{ kg} \\ T_2 = 0^\circ\text{C} \\ \text{non congelés} \end{array} \right. \xrightarrow{\Delta H_2} \left| \begin{array}{l} m = 20 \text{ kg} \\ T_2 = 20^\circ\text{C} \\ \text{congelés} \end{array} \right. \xrightarrow{\Delta H_3} \left| \begin{array}{l} m = 20 \text{ kg} \\ T_3 = -10^\circ\text{C} \\ \text{congelés} \end{array} \right.$$

La variation d'enthalpie entre l'état initial et l'état final ne dépend pas du chemin suivi, on a donc $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3$.

De plus, on peut écrire $\Delta H_1 = m c_{\text{dec}}(T_2 - T_1)$ et $\Delta H_3 = m c_{\text{cong}}(T_3 - T_2)$ car les aliments sont assimilés à une phase condensée incompressible indilatable. On a aussi $\Delta H_2 = -m l_c$ car il s'agit d'un changement d'état isobare.

On trouve donc finalement $\Delta H = -6.74 \times 10^6 \text{ J}$.

Enfin, le premier principe version isobare appliqué au système {aliments} entre les états initial et final indique que $\Delta H = Q_{\text{reçu}} + W' = Q_{\text{reçu}}$ (pas de travail autre que les forces de pression).

Le transfert thermique à extraire des aliments est donc $Q_{\text{extr}} = -Q_{\text{reçu}}$, et la puissance correspondante

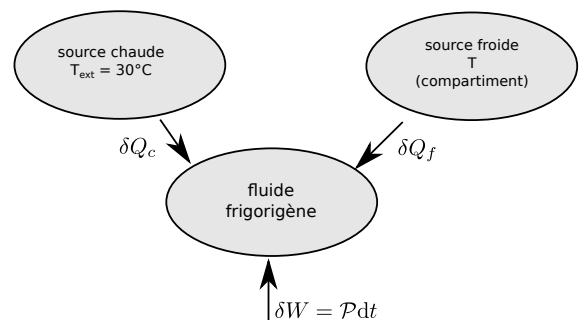
est $\boxed{\mathcal{P}_{\text{cong}} = \frac{Q_{\text{extr}}}{\Delta t} = 156 \text{ W}}$.

13. Finalement, il faut "extraire" du compartiment une puissance $\boxed{\mathcal{P}_f = \mathcal{P}_{\text{cong}} + \mathcal{P}_{\text{cond}} + \mathcal{P}_{\text{eau}} = 172 \text{ W}}$ afin de congeler les aliments en 12 h et de les maintenir à -10°C .

L'énoncé indique que l'on retiendra la valeur de 200 W pour la suite, ce qui est proche.

- 14.

★ On considère un cycle infinitésimal de durée dt du fluide frigorigène, qui reçoit un transfert thermique (algébrique) δQ_f de la part de la source froide (qui est à $T_f = T$, c'est l'intérieur du compartiment), un transfert thermique (algébrique) δQ_c de la part de la source chaude (qui est à $T_c = T_{\text{ext}}$, c'est l'extérieur du congélateur), et un travail (algébrique) $\delta W = \mathcal{P} dt$ avec $\mathcal{P}$ constant (qui prend une valeur que l'on discutera plus tard).



★ Il faut d'abord démontrer que l'efficacité d'une machine frigorifique fonctionnant entre deux sources (une chaude à T_{ext} et une froide à T) est, dans le cas d'un cycle infinitésimal réversible :

$$e_{\text{frigo}} = \frac{\delta Q_f}{\delta W} = \frac{1}{T_{\text{ext}}/T - 1}.$$

Pour cela, on applique le premier et le second principe au système fermé {fluide frigorigène} lors d'un cycle :

$$0 = dU = \delta W + \delta Q_f + \delta Q_c, \quad \text{et} \quad 0 = dS = \delta S_e + \delta S_c = \frac{\delta Q_f}{T_f} + \frac{\delta Q_c}{T_c} + 0.$$

(dU et dS sont nuls car il s'agit d'un cycle, $\delta S_c = 0$ car il est réversible, et on a l'expression donnée pour S_e car les sources gardent une température constante lors du cycle infinitésimal considéré.)

En manipulant ces deux équations on trouve bien ce que l'on a annoncé plus haut pour e_{frigo} .

★ Dans un second temps, on applique le premier principe version isobare au système fermé {compartiment+aliments} entre les instants t et $t + dt$:

$$dH = \delta Q_{\text{reçu}}, \quad \text{avec ici } \delta Q_{\text{reçu}} = -\delta Q_f \quad \text{et} \quad dH = C dT.$$

On a donc $C dT = -\delta Q_f = -\delta W \times e_{\text{frigo}}$ d'après le premier point, soit encore :

$$C dT = -\mathcal{P} dt \times \frac{1}{T_{\text{ext}}/T - 1}, \quad \text{et donc} \quad \boxed{C \left(\frac{T_{\text{ext}}}{T} - 1 \right) dT = -\mathcal{P} dt.}$$

15. On intègre la relation précédente entre les instants $t_i = 0$ (température $T_i = 0^\circ\text{C}$) et t_f (température $T_f = -10^\circ\text{C}$) :

$$\begin{aligned} \int_0^{t_f} \mathcal{P} dt &= - \int_{T_i}^{T_f} C \left(\frac{T_{\text{ext}}}{T} - 1 \right) dT \\ \mathcal{P} t_f &= -C T_{\text{ext}} \int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{T} + C \int_{T_i}^{T_f} dT \\ \boxed{t_f} &= -\frac{C T_{\text{ext}}}{\mathcal{P}} \ln \frac{T_f}{T_i} + \frac{C}{\mathcal{P}} (T_f - T_i). \end{aligned}$$

Il faut choisir une valeur de $\mathcal{P}$ pour pouvoir faire l'application numérique. La puissance calculée à la question 13 (les 200 W retenus) est celle qu'il faut extraire du compartiment du congélateur pour congeler les aliments et les maintenir à -10°C , l'extérieur étant à 30°C , c'est-à-dire qu'il s'agit de $\mathcal{P}_f = \frac{\delta Q_f}{dt}$.

$$\text{Or } \mathcal{P} = \frac{\delta W}{dt} = \frac{\mathcal{P}_f}{e_{\text{frigo}}} = \mathcal{P}_f \times (T_{\text{ext}}/T - 1).$$

Or comme le dit l'énoncé, c'est la puissance $\mathcal{P}$ fournie par le compresseur au fluide qui est constante (car cette puissance est fournie par le compresseur), et non pas $\mathcal{P}_f$. On peut donc faire l'application numérique une fois le régime permanent de la question 13 atteint, donc avec $\mathcal{P}_f = 200 \text{ W}$, $T = -10^\circ\text{C}$ et $T_{\text{ext}} = 30^\circ\text{C}$: on trouve $\mathcal{P} = 30 \text{ W}$.

On a alors enfin $\boxed{t_f = 8 \text{ h.}}$

II Étude du cycle thermodynamique

16. Le régime est stationnaire.

On applique le premier principe au système ouvert {fluide en écoulement dans le détendeur} :

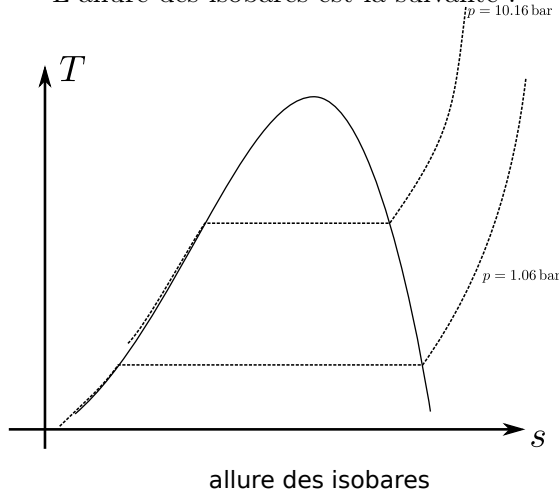
$$\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = w_i + q,$$

avec ici $\Delta e_p = 0$ et $\Delta e_c = 0$ car négligés, $q = 0$ car le détendeur est calorifugé (la détente est donc adiabatique), et $w_i = 0$ car il n'y a pas de parties mobiles.

Il reste finalement $\boxed{\Delta h = 0}$, c'est-à-dire que la détente est isenthalpique.

17.

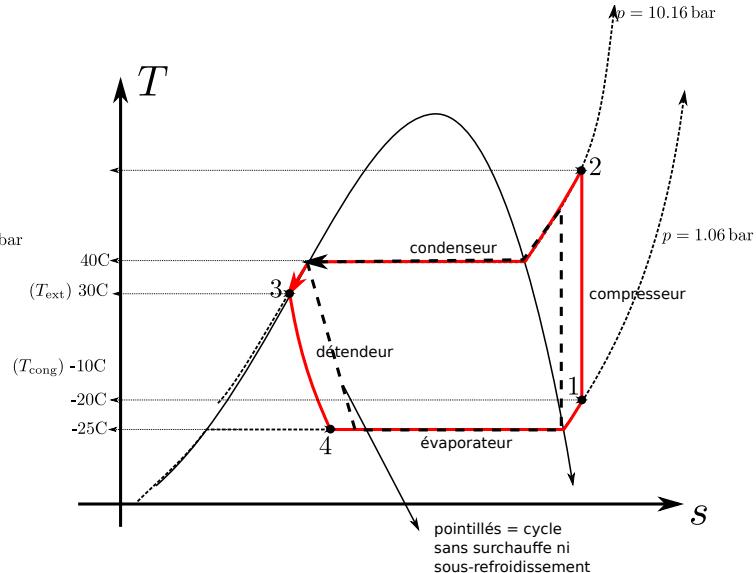
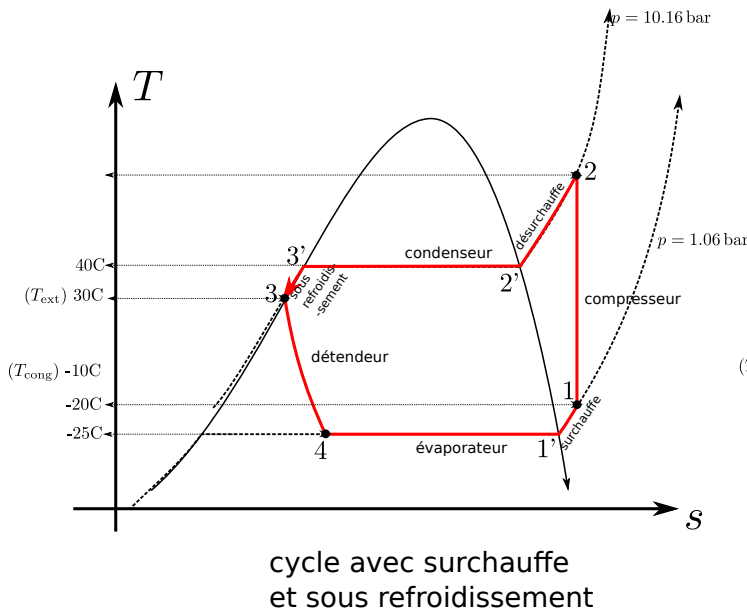
L'allure des isobares est la suivante :



Justifications :

- Dans le domaine où il y a équilibre liquide-vapeur (dans la “courbe en cloche”), il s’agit d’un changement d’état isobare, donc isotherme : la température reste constante. (Ou dit autrement, un corps pur à l’équilibre sous deux phases est un système monovariant.)
- Dans le domaine de la vapeur (à droite), on peut utiliser le modèle du gaz parfait et la seconde identité thermodynamique $c_p dT = dh = Tds + vdp = Tds$ pour montrer que l’on a $\frac{dT}{ds} = \frac{T(s)}{c_p}$, qui s’intègre en $T(s) = A \exp(s/c_p)$. Il s’agit donc d’une exponentielle croissante.
- Dans le domaine liquide (à gauche), on peut utiliser le modèle de la phase condensée incompressible indilatable et la seconde identité thermodynamique pour montrer de même que $T(s) = A \exp(s/c_p)$. En pratique, cette branche d’exponentielle est quasi-confondue avec la courbe de saturation (la “courbe en cloche”).

18. Éléments pour effectuer le tracé : on se souvient que le cycle doit être parcouru dans le sens anti-horaire car il s’agit d’une machine réceptrice ; l’évaporateur et le condenseur correspondent à des évolutions le long des isobares, ces isobares sont connectées par le détenteur (évolution isenthalpique) et par le compresseur (évolution isentropique donc verticale, $s = \text{cst}$). Il faut ensuite bien lire l’énoncé pour placer surchauffe, sous-refroidissement et désurchauffe.



(On a également ajouté des informations sur les températures que l’on déduira plus tard.)

19. 1 et 2 : vapeur (ou gaz). 3 : liquide. 4 : mélange liquide-vapeur.

20. Surchauffe : Elle permet d’être certain que le fluide entrant dans le compresseur est à l’état de vapeur. Ceci est souhaitable car un compresseur est conçu pour comprimer un gaz de façon efficace, et non pas un liquide ou un mélange liquide-gaz.

L’inconvénient est que la compression demande alors un peu plus de travail (ceci se voit car la “hauteur” de l’étape de compression dans le diagramme $T-s$ pour le cycle en traits pleins est plus importante que celle pour le cycle en pointillés, ce qui correspond à une différence d’enthalpie massique plus grande et donc à un travail indiqué plus important).

Sous-refroidissement : Il est bénéfique car on voit, en comparant la longueur des étapes dans l'évaporateur pour les deux cycles (longueur qui est liée à la différence d'enthalpie et donc à la chaleur extraite du compartiment) que la chaleur extraite est plus importante dans le cycle en traits pleins. Ceci n'affectant pas l'étape de compression, il en résulte un gain d'efficacité.

21. Au point 4 on a $h_4 = (1-x_{4v})h_{4l} + x_{4v}h_{4v}$, et d'autre part $h_4 = h_3$ car la détente $3 \rightarrow 4$ est isenthalpique.

Donc
$$x_{4v} = \frac{h_3 - h_{4l}}{h_{4v} - h_{4l}} = \frac{241 - 167.6}{382.8 - 167.6} = 0.3.$$

22. ★ On est en régime stationnaire. On applique le premier principe pour le système ouvert {fluide en écoulement dans l'évaporateur}. On néglige Δe_p et Δe_c . Il n'y a pas de parties mobiles donc $w_i = 0$. On a donc $h_1 - h_4 = w_i + q_f = q_f$.

On connaît $h_4 = h_3$ donné par l'enthalpie du liquide saturé à 30°C dans la table.

On ne connaît pas h_1 . On peut écrire que $h_1 - h_{1'} = c_p(T_1 - T_{1'})$ car entre 1 et 1' le fluide est à l'état de vapeur sèche, que l'on assimile à un gaz parfait. Et on connaît $h_{1'}$, donné par l'enthalpie de la vapeur saturante à -25°C dans la table.

On a donc finalement
$$q_f = h_{1'} + c_p(T_1 - T_{1'}) - h_3 = 382 + 0.8 \times 5 - 241 = 145 \text{ kJ/kg.}$$

★ Concernant la variation d'entropie : $s_1 - s_4 = (s_1 - s_{1'}) + (s_{1'} - s_4)$, avec $s_1 - s_{1'} = c_p \ln \frac{T_1}{T_{1'}}$ (pour un gaz parfait sans variation de pression), $s_{1'} = 1.743 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ (vapeur saturante à -25°C), et $s_4 = (1 - x_{4v})s_{4l} + x_{4v}s_{4v}$ (avec s_{4l} et s_{4v} les entropies massiques à -25°C des liquides et vapeurs saturées, dans la table).

D'où
$$s_1 - s_4 = 0.6 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Remarque : On commet évidemment une approximation en utilisant des relations du type $h_1 - h_{1'} = c_p(T_1 - T_{1'})$, qui supposent que la vapeur se comporte comme un gaz parfait. Ce n'est en effet pas le cas trop proche de la courbe de saturation, et le point 1' est justement sur cette courbe ! Pour s'en rendre compte on peut évaluer d'une part $h_{2'} - h_{1'} = h_{\text{vap,sat}}(40^\circ\text{C}) - h_{\text{vap,sat}}(-25^\circ\text{C}) = 35 \text{ kJ/kg}$ d'après les données de la table (qui donc concernent le fluide réel), et $c_p(40 - (-25)) = 52 \text{ kJ/kg}$. La différence est significative.

En particulier, pour cette question et certaines des suivantes, il est possible de trouver des valeurs numériques différentes si l'on utilise d'autres chemins dans le diagramme pour faire les calculs.

23. On passe de l'état ($T_1 = -20^\circ\text{C}$, $p_1 = 1.06 \text{ bar}$) à l'état ($T_2 = ?$, $p_2 = 10.16 \text{ bar}$). La transformation est adiabatique (compresseur calorifugé) et réversible. Le fluide est gazeux et assimilé à un gaz parfait.

On peut donc utiliser la loi de Laplace : $p_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = p_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$, soit encore
$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{(1-\gamma)/\gamma}.$$

24. Premier principe au système ouvert {fluide en écoulement dans le compresseur}, avec $q = 0$ car compresseur calorifugé : $h_2 - h_1 = w_i + q = w_i$.

On utilise $h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1)$ car entre 1 et 2 le fluide est à l'état gazeux, et on l'assimile à un gaz parfait.

On a donc
$$w_i = 6.4 \times 10^4 \text{ J/kg.}$$

25. Très similaire à la question 22.

Premier principe au système ouvert : $q_c = h_3 - h_2 = h_3 - h_{2'} + (h_{2'} - h_2) = h_3 - h_2 = h_3 - h_{2'} + c_p(T_{2'} - T_2) = 241 - 417.8 + 0.8 \times (-20)$, soit
$$q_c = -1.9 \times 10^2 \text{ kJ/kg.}$$

Idem pour la variation d'entropie...

26. $s_4 - s_3 = x_{4v}s_{4v} + (1 - x_{4v})s_{4l} - s_{3l}$, avec s_{4v} et s_{4l} correspondant aux entropies massiques du fluide saturé à -25°C, et s_{3l} au liquide à 30°C. Tout ceci est dans la table.

On peut prévoir le signe de cette variation d'entropie en appliquant le second principe au système ouvert {fluide en écoulement dans le détendeur} : $s_4 - s_3 = s_e + s_c = s_c \geq 0$, puisque $s_e = 0$ car système calorifugé et s_c toujours positif ou nul.

27.
$$\text{COP} = \frac{q_f}{w_{i,\text{compresseur}}} = \frac{1.4 \times 10^5}{6.4 \times 10^4} = 2.3.$$

On peut comparer au COP du cycle de Carnot réversible : $\text{COP}_{\text{Carnot,rev}} = \frac{1}{T_{\text{ext}}/T - 1} = 6.6$ (bien mettre les températures en kelvins).

Le COP est donc inférieur, ce qui s'explique par des irréversibilités (la détente est adiabatique et isenthalpique et donc non réversible, les sur-chauffes et sous-refroidissements sont des échanges de chaleurs non isothermes et sont irréversibles).

28. Abaisser la température de condensation permet de diminuer l'aire du cycle, et donc le travail à fournir, tout en ne touchant pas à l'étape $4 \rightarrow 1$ et donc sans changer q_f . Ceci entraîne donc un gain d'efficacité.

Cela dit, cette température (qui ici est de 40°C) ne peut pas descendre en dessous de la température extérieure (ici 30°C) car sinon l'échange de chaleur au niveau du condenseur ne se fait plus dans le bon sens !

On remarque qu'en hiver on peut abaisser davantage cette température de condensation, puisque la température extérieure est inférieure. Ceci répond aux questions 5 et 6 : lorsque l'on passe en hiver il est avantageux pour le COP d'abaisser la basse pression (c'est-à-dire d'abaisser la température de condensation).

29. Voir cours.

30. Dans le I, on a retenu une puissance frigorifique globale de 200 W , c'est-à-dire que $200\text{ W} = \mathcal{P}_f = q_f \times D_m$ avec q_f calculé à la question $q_f = 145\text{ kJ/kg}$ calculé à la question 22 et D_m le débit massique recherché.

Il faut donc
$$D_m = \frac{\mathcal{P}_f}{q_f} = 1.4\text{ g/s}.$$