

Autour d'un dragster à réaction

I Mesure de l'accélération par un système embarqué

I.A Analyse du mouvement mécanique

1. Pour le ressort de droite (N° 2), de longueur $\ell_2 = x_2 - x - \frac{b}{2}$ donc d'allongement $\Delta\ell_2 = \ell_2 - \ell_0$, la force exercée sur le mobile est $\vec{F}_2 = +k\Delta\ell_2\hat{e}_x$ (force exercée sur l'extrémité gauche du ressort) ou encore $\vec{F}_2 = -k\left(x - x_2 - \frac{b}{2} + \ell_0\right)\hat{e}_x$. Le même raisonnement conduit à exprimer la force exercée par le ressort

de gauche (N° 1) $\vec{F}_1 = -k\Delta\ell_1\hat{e}_x = -k\left(x - x_1 - \frac{b}{2} + \ell_0\right)\hat{e}_x$ donc $\vec{F}_r = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ s'écrit $\vec{F}_r = -2kL\hat{e}_x$

De même, la force exercée par l'amortisseur de droite ne dépend que de la vitesse relative de ses extrémités, $\frac{d\ell_2}{dt} = -\dot{x} = -\dot{L}$, avec $\vec{F}_2' = -f\dot{L}\hat{e}_x$; on a de même $\vec{F}_1' = +f\frac{d\ell_1}{dt} = -f\dot{L}\hat{e}_x$ donc $\vec{F}_a = \vec{F}_1' + \vec{F}_2'$ s'écrit

$$\vec{F}_a = -2h\dot{L}\hat{e}_x$$

L'énoncé utilise ici le terme « coefficient de frottement » pour le coefficient f ; ce terme, qui est explicitement défini par le programme à l'occasion de la définition de la loi de Coulomb du frottement sec, est ici inapproprié.

2. Le mobile est soumis, en plus des forces $\vec{F}_r$ et $\vec{F}_a$, à des forces verticales (le poids du système et les réactions du support, sans frottement); enfin, le référentiel d'étude est galiléen et l'accélération du point O y est donnée par la loi de composition, $\vec{a}(O/\text{sol}) = \vec{a}(O/\text{bati}) + \vec{a}(\text{bati}/\text{sol}) = (\ddot{x} + a)\hat{e}_x$ (mouvement de translation) avec $\ddot{x} = \ddot{L}$. Finalement, le théorème de la résultante dynamique appliqué en projection sur l'axe (Ox) fournit $m(\ddot{L} + a) = -2kL - 2f\dot{L}$. Après division par m , on remarque que $\frac{2k}{m} = \omega_0^2$ et

$$f = \mu\sqrt{2km} \text{ donc } \frac{2f}{m} = 2\mu\omega_0 \text{ donc enfin } \boxed{\frac{d^2L}{dt^2} + 2\mu\omega_0\frac{dL}{dt} + \omega_0^2L(t) = -a(t)}$$

L'expression « principe fondamental de la dynamique » est ici inappropriée. L'énoncé comporte une faute d'orthographe (« notamment »).

3. Passant en notations complexes, l'équation précédente se recopie $(-\omega^2 + 2j\mu\omega\omega_0 + \omega_0^2)\underline{L} = -\underline{a}$ qui prend aussi la forme $\frac{\underline{L}}{\underline{a}} = -\frac{G}{1 + 2j\mu\xi - \xi^2}$: on reconnaît ici un filtre passe-bas du second ordre. Une mesure de $\underline{a}$ impose pour la grandeur $\underline{L}$ une expression indépendante de la fréquence (donc de la forme effective de $a(t)$, qui n'est sûrement pas sinusoïdale) et proportionnelle à $\underline{a}$ (mesure linéaire), ce qu'on réalise à très basse fréquence; il faut réaliser la double condition $1 \gg \xi^2$ et $1 \gg 2\mu\xi$ donc $\omega \ll \omega_0 \cdot \min\left(1, \frac{1}{\mu}\right)$ pour

obtenir $L(t) = -\frac{a(t)}{\omega_0^2}$

Pour une mesure performante, on peut de plus imposer la diminution la plus rapide possible des transitoires, ce qui impose de se placer en régime proche du régime critique; l'équation caractéristique de l'équation différentielle qui régit les oscillations libres est $x^2 + 2\mu\omega_0x + \omega_0^2$, de discriminant réduit $\Delta' = (\mu^2 - 1)\omega_0^2$. Un régime quasi-critique impose donc la relation supplémentaire $\mu \simeq 1$ ce qui permet d'ailleurs de simplifier la condition fréquentielle en $\omega_0 \gg \omega$ pour toutes les pulsations des diverses composantes de Fourier de l'accélération $a(t)$ à mesurer.

I.B Analyse du mouvement mécanique

4. Écrivons la loi des nœuds au point de potentiel v_3 , sous la forme $0 = \frac{V_s - v_3}{R} + \frac{0 - v_3}{R} + C_1\frac{d}{dt}(v_1 - v_3) + C_2\frac{d}{dt}(v_2 - v_3)$, donc aussi $\frac{V_s}{R} + (C_1 - C_2)V_1\omega\cos(\omega t) = \frac{2}{R}v_3 + (C_1 + C_2)\frac{dv_3}{dt}$ qu'on écrit encore (après multiplication par $R/2$) $\tau\frac{dv_3}{dt} + v_3(t) = \frac{V_s}{2} + V_2\omega\tau\cos(\omega t)$

5. La solution générale de l'équation homogène (régime libre) est $V_0 e^{-t/\tau}$; une solution particulière de l'équation complète (régime forcé) sera cherchée sous la forme $\alpha + \beta \cos(\omega t + \varphi)$; la substitution dans l'équation différentielle impose $\alpha = \frac{V_s}{2}$ et, en notations complexe, $V_2 \omega \tau = \beta e^{j\varphi} [1 + j\omega \tau] = V_2 \omega \tau$. Finalement, on

peut écrire la solution demandée $v_3(t) = V_0 e^{-t/\tau} + \frac{V_s}{2} + V_2 \frac{\omega \tau}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \cos(\omega t - \varphi)$ avec pour retard de phase $\varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ et $\tan \varphi = -\omega \tau$

6. Si $t \gg \tau$, $e^{-t/\tau} \rightarrow 0$ (le régime forcé est atteint) et $\omega \tau = 5 \cdot 10^2 \gg 1$ donc $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\omega \tau}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \rightarrow 1$ donc

$$v_3(t) \simeq \frac{V_s}{2} + V_2 \sin(\omega t)$$

7. En négligeant les effets de bord (figure 1), le potentiel électrostatique ne dépend que de x donc $\vec{E} = -\frac{dV}{dx} \hat{e}_x$ avec, au voisinage de chacune des surfaces métalliques, $\vec{E} = \frac{Q}{\epsilon_0 S} \hat{e}_x$, par application du théorème de Coulomb. Entre les armatures, l'équation de Maxwell-Gauss $\text{div } \vec{E} = 0$ (dans le vide) s'écrit $\frac{dE}{dx} = 0$ donc finalement $\frac{dV}{dx} = -\frac{Q}{\epsilon_0 S}$, $\forall x$ permet d'écrire la tension $U = V(0) - V(e) = -\int_0^e \frac{dV}{dx} dx$ soit $Q = CU$ avec l'expression (classique) $C = \frac{\epsilon_0 S}{e}$

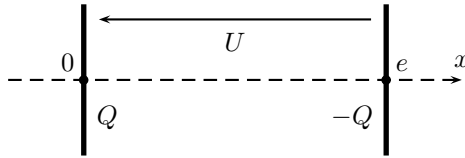


FIGURE 1 – Capacité d'un condensateur plan

8. Pour le condensateur de droite, d'épaisseur $d - L$, $C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d - L}$; de même, $C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d + L}$

9. On en déduit immédiatement $\frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} = -\frac{L}{d}$ donc $v_3(t) = \frac{V_s}{2} - \frac{L}{d} V_1 \sin(\omega t)$

10. $s_1 = h v_1 v_3$ donc, après développements et en remarquant que $\sin^2(\omega t) = \frac{1}{2} (1 - \cos(2\omega t))$, il vient

$$s_1(t) = h \left[\frac{V_s^2}{4} - \frac{L}{2d} V_1^2 \right] + h \frac{V_1 V_s}{2} \left[1 - \frac{L}{d} \right] \sin(\omega t) + h \frac{L}{2d} V_1^2 \cos(2\omega t)$$

Le filtre utilisé a pour fonction de transfert $\frac{s}{s_1} = \frac{1}{1 + j R_f C_f \omega}$; c'est donc un filtre passe-bas du premier ordre avec ici $R_f C_f \omega = 10^2 \gg 1$: les termes de pulsation ω et 2ω donc complètement coupés par le filtre tandis que la composante continue est conservée,

$s(t) \simeq h \left[\frac{V_s^2}{4} - \frac{L(t)}{2d} V_1^2 \right]$ Comme enfin $L(t) = -\frac{a(t)}{\omega_0^2}$ et $\omega_0^2 = \frac{2k}{m}$, il vient donc

aussi $s(t) \simeq h \left[\frac{V_s^2}{4} + \frac{m}{4dk} V_1^2 a(t) \right]$ et les mesures des variations de $s(t)$ permettent une mesure de $a(t)$.

II Propulsion de l'engin par un réacteur d'avion !

II.A Premier principe pour un système ouvert

11. En régime permanent, la masse dm_e entrant dans le système pendant la durée dt est égale à la masse dm_s

qui en sort, ce qui permet d'écrire l'égalité des débits massiques, $\frac{dm_e}{dt} = \frac{dm_s}{dt} = D_m$

12. On étudie l'évolution de t à $t + dt$ du système fermé constitué, à l'instant t de la partie centrale et de la masse dm_e dans la canalisation d'entrée ; son énergie interne est alors $U_e + U_{pc}$. À l'instant $t + dt$, ce même système occupe la partie centrale et la masse dm_s dans la canalisation de sortie ; son énergie interne est

donc $U_{pe} + U_s$. Pour cette évolution de ce système fermé, on a donc $\Delta U = U_s - U_e$. Plus généralement, la variation de son énergie totale est $\Delta E = U_s + E_{p,s} + E_{c,s} - U_e + E_{p,e} + E_{c,e}$. Le premier principe de la Thermodynamique appliqué à ce système fermé s'écrit alors $\Delta E = Q + W$ où $Q = 0$ (les parois du système sont calorifugées) et $W = \delta W_i + \delta W_p$ où le travail des forces de pression est $\delta W_p = (P_e S_e) d\ell_e - (P_s S_s) d\ell_s$. Finalement,
$$(U_s + P_s S_s d\ell_s + E_{p,s} + E_{c,s}) - (U_e + P_e S_e d\ell_e + E_{p,e} + E_{c,e}) = \delta W_i$$

On peut regretter le choix des notations « finies » $U_e, E_{c,e}, E_{p,e}, \dots$ pour des grandeurs qui sont en fait infinitésimales pour les masse dm à l'entrée et à la sortie.

13. $S_s d\ell_s$ est le volume de la masse dm dans la canalisation de sortie donc $U_s + P_s S_s d\ell_s = H_s = h_s dm$; de même, $E_{p,s} = dm g z_s$ et $E_{c,s} = \frac{1}{2} dm c_s^2$ donc, après division par dm , il vient la forme pratique

$$\omega_i = \left(h_s + g z_s + \frac{1}{2} c_s^2 \right) - \left(h_e + g z_e + \frac{1}{2} c_e^2 \right)$$

II.B Force de poussée du réacteur – Étude de la tuyère

14. L'écoulement est adiabatique et réversible donc toute masse (constante) d'air (gaz parfait) y suit la loi de

Laplace $P^{1-\Gamma} T^\Gamma = \text{cte}$ donc $T_s = T_e \left(\frac{P_e}{P_s} \right)^{\frac{1-\Gamma}{\Gamma}}$ donc, numériquement et en revenant aux températures Celsius $\theta = T - 273 \text{ K}$, $\theta_s = 547^\circ \text{C}$

La constante numérique $0^\circ \text{C} = 273 \text{ K}$ ne figure pas dans l'énoncé.

15. L'application de la relation précédente (premier principe en écoulement permanent) à la tuyère avec $\omega_i = 0$, $z_e = z_s$ et $c_e^2 \ll c_s^2$ impose $\frac{1}{2} c_s^2 + h_s - h_e = 0$; comme enfin pour un gaz parfait $dh = c_p dT = c_p d\theta$ (seconde

loi de Joule), il vient $c_s = \sqrt{2c_p(\theta_e - \theta_s)}$ ou $c_s = 841 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

16. Considérons le système fermé formé du gaz contenu à l'instant t dans le réacteur plus la masse dm_e qui va entrer dans celui-ci au cours de la durée dt (figure 2); à l'instant $t + dt$, ce même gaz occupe le réacteur et une zone de sortie au-delà de la tuyère, de masse $dm_s = dm_e$. La variation de quantité de mouvement de ce système pendant la durée dt est $dm \vec{c}_s - dm \vec{c}_e$; elle est aussi égale à $\sum \vec{F}_{\text{ext}} dt$, où $\sum \vec{F}_{\text{ext}}$ est la somme des forces extérieures exercées sur ce fluide.

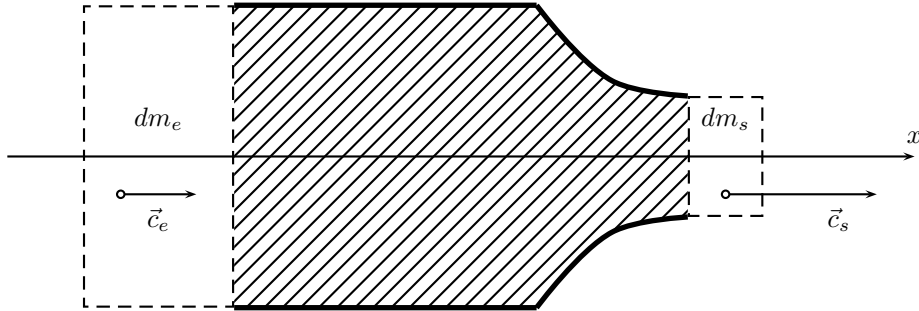


FIGURE 2 – Théorème de la résultante dynamique pour un système ouvert

On peut alors décomposer ces forces exercées sur le fluide sous la forme $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{F}_{r \rightarrow f} + \vec{F}_{(e,s) \rightarrow f}$, forces exercées par le réacteur sur le fluide qui s'écoule, et forces exercées par d'autres fluides (l'air des sections d'entrée et de sortie) sur le fluide qui s'écoule. Nous noterons donc $-\vec{F}_{r \rightarrow f} = \vec{F}_{(e,s) \rightarrow f} + D_m(\vec{c}_e - \vec{c}_s)$. Le calcul n'est pas achevé; on doit aussi tenir compte de l'ensemble des forces exercées par l'air qui environne le réacteur sur ses côtés, $\vec{F}_{c \rightarrow r}$ pour obtenir la force de poussée demandée : $\vec{\Pi} = \vec{F}_{c \rightarrow r} + \vec{F}_{f \rightarrow r}$ ou, à cause du principe des actions réciproques, $\vec{\Pi} = \vec{F}_{c \rightarrow r} - \vec{F}_{r \rightarrow f}$. Compte tenu de l'étude précédente, $\vec{\Pi} = \vec{F}_{c \rightarrow r} + \vec{F}_{(e,s) \rightarrow f} + D_m(\vec{c}_e - \vec{c}_s)$.

Il reste à remarquer que, l'air dans les canalisations d'entrée et de sortie étant à la même pression P_0 (pression atmosphérique) tout comme celui qui environne le réacteur, $\vec{F}_{c \rightarrow r} + \vec{F}_{(e,s) \rightarrow f}$ est une somme de forces de pression exercées sur une surface fermée : $\vec{F}_{c \rightarrow r} + \vec{F}_{(e,s) \rightarrow f} = - \oint P_0 d\vec{S} = \vec{0}$. Ce résultat n'est vrai qu'en l'absence de toute composante non normale dans les forces exercées par les fluides (modèle non visqueux). On établit ainsi la relation $\vec{\Pi} = D_m(\vec{c}_e - \vec{c}_s)$. On notera que le résultat ne dépend pas du

référentiel d'étude puisque la différence des vitesses fait disparaître la vitesse d'entraînement (uniforme) liée au déplacement (accéléré) du réacteur.

Cette question est totalement hors de la lettre et de l'esprit du programme pour cette filière. Extrait du programme officiel MPSI : « Les systèmes ouverts, par exemple faisant intervenir une masse variable (fusée...) sont hors programme. ». Extrait du programme officiel MP : « Les lois de la mécanique des systèmes sont formulées pour les systèmes fermés. Aucune connaissance ne peut être exigée sur la mise en œuvre de ces lois pour un système ouvert. » Il s'agit clairement d'une conséquence du choix dangereux de proposer le même sujet pour deux filières différentes. ...

Numériquement, $\|\vec{c}_e\| \ll \|\vec{c}_s\|$ donc $\|\vec{\Pi}\| = D_m c_s = 6,73 \cdot 10^4 \text{ N}$

17. L'accélération du centre de masse de la machine est $\vec{a} = \frac{\vec{\Pi}}{m}$, en l'absence de toute autre force... Il faut donc ici négliger tous les frottements. On obtient $a = 63,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ donc $\frac{a}{g} = 6,47$

18. Si la masse du système est considérée comme constante, l'intégration de l'équation du mouvement $\ddot{x} = a = \text{cte}$ avec $x(0) = 0$ et $\dot{x}(0) = 0$ (départ arrêté) fournit $x = \frac{a}{2}t^2$ donc $t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = 3,10 \text{ s}$ et on peut ainsi espérer descendre en dessous du temps obtenu pour un dragster « classique ».

On remarque que, du fait du débit sortant du réacteur, cette masse m de l'appareil accéléré n'est en fait pas constante; la perte de masse $D_m t \simeq 240 \text{ kg}$ reste modeste mais pas négligeable au regard de la masse totale initiale $m = 1060 \text{ kg}$ de l'appareil. La prise en compte de cette diminution de la masse pendant le mouvement se traduirait en fait par une accélération plus grande, donc un temps de parcours encore plus faible. On peut par exemple proposer une solution approchée, à partir de $\ddot{x} = \frac{\Pi}{m_0 - D_m t}$ soit, au pris d'un développement au premier ordre, $\ddot{x} = a_0 \left(1 + \frac{D_m t}{m_0}\right)$ où a_0 est l'accélération initiale évoquée plus haut. Deux intégrations successives conduisent à $x(t) = a_0 \frac{t^2}{2} \left(1 + \frac{D_m t_0}{3m_0}\right)$ et, pour une distance x donnée, le temps de parcours vérifie, toujours au premier ordre, $t = \sqrt{\frac{2x}{a_0}} \left[1 - \frac{D_m t_0}{6m_0}\right]$, soit, numériquement, $t = 2,98 \text{ s}$ pour $x = 305 \text{ m}$.

L'étude du mouvement d'un point matériel à masse variable est hors programme, aussi bien pour les classes MPSI et PCSI (même intitulé du programme pour cette partie). Rappelons que la seule apparition des systèmes ouverts en Mécanique dans le programme PC consiste à l'établissement de l'expression de la force de poussée, aucunement l'intégration de l'équation du mouvement.

III Contrôle d'épaisseur de certaines pièces

III.A Contrôle d'épaisseur d'un dépôt métallique

19. Calculons d'abord la différence de marche au point I d'incidence d'un rayon incident avec la face supérieure (lame semi-réfléchissante) du système (figure 3 à gauche). Un des rayons est directement réfléchi tandis que l'autre doit effectuer en plus le trajet IJI . Si on néglige toute différence de phase lors des réflexions (ou si elles se compensent), $\delta = (IJI) = 2IJ = 2x \tan \epsilon$.

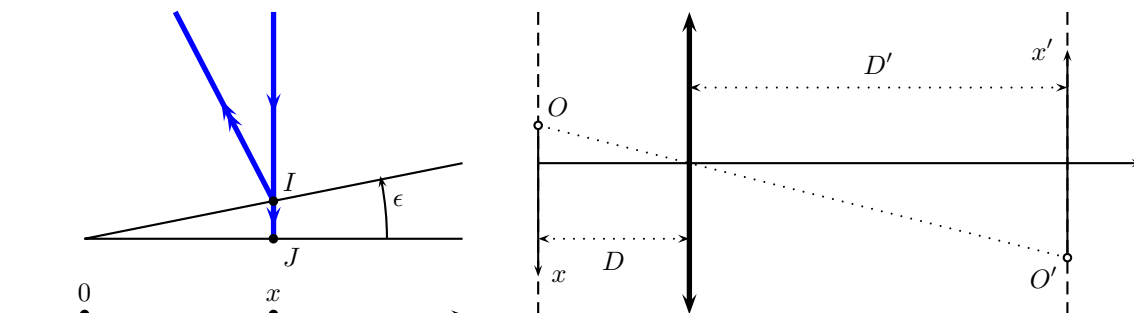


FIGURE 3 – Mesure interférentielle dans un coin d'air

L'observation sur l'écran (figure 3 à droite) se fait sans différence de marche supplémentaire mais avec conjugaison : $x' = \gamma x$ (on a ici choisi $\gamma > 0$) donc $\delta = \frac{\tan \epsilon}{\gamma} x'$; la relation $\delta = p\lambda_0$ définit la frange d'ordre p ; l'interfrange est $d_0 = x'_{p+1} - x'_p$ donc $\boxed{d_0 = \frac{\gamma\lambda_0}{\tan \epsilon}}$. Ici, $\gamma = \frac{D'}{D}$ avec $\frac{1}{D} + \frac{1}{D'} = \frac{1}{f'}$ (relation de conjugaison) donc $\gamma = \frac{D'}{d'} - 1 = 11,5$; de plus, $\tan \epsilon = 1,75 \cdot 10^{-3}$ (on aurait pu écrire $\epsilon = 1,75 \text{ mrad}$) donc $\boxed{d_0 = 3,51 \text{ mm}}$

20. Dans la partie où est situé le dépôt métallique, l'aller-et-retour se fait sur une épaisseur diminuée de e donc la nouvelle différence de marche est $\delta_D = \delta - 2e$; en dehors de celui-ci, $\delta = \frac{2\epsilon}{\gamma} x'$ tandis que dans la zone « décalée », $\delta_D = \frac{2\epsilon}{\gamma} x'_D$. Si on suit une frange donnée, $\delta = \delta_D = p\lambda_0$ donc $x'_D = x' + \frac{\gamma e}{\epsilon}$; il y a décalage de $u = x'_D - x'$ soit $\boxed{u = \frac{\gamma e}{\epsilon}}$ ou, numériquement, $\boxed{e = \frac{\epsilon u}{\gamma} = 89,5 \text{ nm}}$ On évalue un décalage d'une fraction d'interfrange donc une épaisseur d'une fraction de demi-longueur d'onde : c'est l'ordre de grandeur des meilleures mesures possibles par un dispositif interférométrique.
21. Dans un milieu d'indice n , la vitesse de la lumière est $v_\varphi = c/n$ donc la longueur d'onde $\lambda = v_\varphi/f$ (si f est la fréquence de l'onde lumineuse, indépendante du milieu de propagation) vérifie $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$. Reprenant les résultats ci-dessus en remplaçant λ_0 par λ , on en déduit que $\boxed{d_0 \text{ est diminué}}$ (dans un rapport n) tandis que $\boxed{u \text{ est inchangé}}$.
22. Reprenant de même les résultats précédents avec $\epsilon \rightarrow \epsilon' > \epsilon$, on en conclut que $\boxed{d_0 \text{ et } u \text{ diminuent}}$ dans la même proportion : la figure d'interférences subit une homothétie de rapport ϵ/ϵ' .

III.B Mesure de l'épaisseur de la pièce transparente

Si on intercale sur le trajet « N° 2 » une lame de verre, le chemin optique correspondant augmente fortement et la différence de marche risque même de dépasser la longueur de cohérence ℓ_c , d'où la perte des franges ; si on veut rétablir des franges ($|\delta| < \ell_c$) et même une teinte plate ($\delta \rightarrow 0$), il faut alors augmenter l'autre chemin optique ; dans ce cas, on ne doit surtout pas éloigner le miroir N° 2 de sa position précédente, mais au contraire éloigner le miroir N° 1 (on ne peut pas rapprocher le miroir N° 2 puisque on a placé la lame à son contact...). Il est toutefois possible de montrer dans ce cas qu'on ne peut jamais revenir à une teinte plate ; le schéma envisagé ici est donc conforme à l'énoncé.

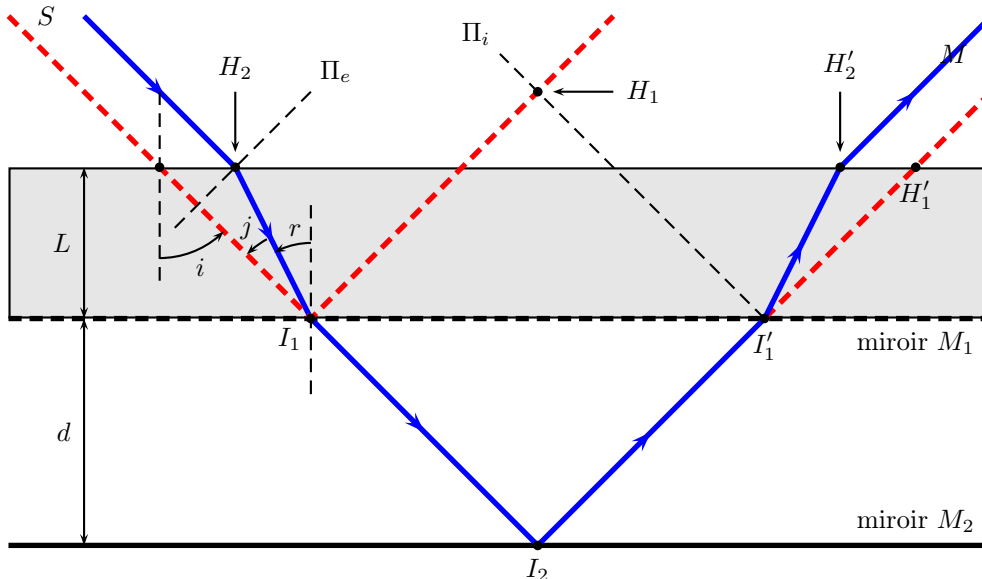


FIGURE 4 – Mesure de l'épaisseur d'une lame de verre : calcul de la différence de marche

23. On va comparer (figure 4) un rayon se réfléchissant en I_1 sur le miroir M_1 et un autre rayon, parallèle à ce dernier et se réfléchissant en I_2 sur le miroir M_2 . Ces deux rayons sont choisis de sorte que la réflexion

sur (M_1) et la sortie de la lame à étudier se font au même point I_1 (après repliement des faisceaux). On calculera $\delta = (SM)_2 - (SM)_1$, la source S et le point d'observation M étant à l'infini

La formulation de l'énoncé (différence de marche « entre deux rayons ») n'a pas de sens sauf à considérer qu'on calcule cette différence de marche à l'infini, ce qui suppose connue dès cette question le lieu d'observation (et de localisation en éclairage large) des franges, question qui semble ici être posée de manière indépendante.

Le chemin optique depuis la source jusqu'au plan de phase Π_e est alors le même sur tous les rayons ; en particulier, on observe ici une première différence de marche $\delta_{S \rightarrow I_2} = nH_2I_2 - H_2I_2 \cos j$. Comme $j = i - r$ et $H_2I_2 = L / \cos r$, on a encore $\delta_{S \rightarrow I_1} = \frac{L}{\cos r} [n - \cos i \cos r - \sin i \sin r]$; avec enfin $\sin i = n \sin r$ et $\sin^2 r = 1 - \cos^2$, cette expression se simplifie en $\delta_{S \rightarrow I_1} = nL \cos r - L \cos i$.

La différence de marche suivante, à ajouter à celle-ci, amène les deux rayons dans le « pseudo-plan de phase » (Π_i), lorsque les rayons atteignent respectivement les points H_1 et I'_2 ; il s'agit du calcul classique de la différence de marche pour une lame d'air d'épaisseur d , avec donc $\delta_{I_1 \rightarrow \Pi_i} = 2d \cos i$. Le rayon effectif sortant en passant par H_1 est alors en phase avec celui qui passerait par I'_2 .

À partir de ce dernier point, il suffit d'ajouter une seconde différence de marche $\delta_{I'_2 \rightarrow M}$ qui est évidemment égale à celle $\delta_{S \rightarrow I_1}$ déjà calculée. Finalement, $\delta = 2d \cos i + 2L (n \cos r - \cos i)$ qui prend la forme proposée par l'énoncé avec $A = d - L$ et $B = nL$.

Comme on l'a déjà implicitement utilisé, les franges correspondant à la « juxtaposition » d'une lame d'air et d'une lame de verre et sont localisées à l'intersection des rayons émergents, donc à l'infini... qui est aussi le seul lieu où le calcul de la différence de marche est simple.

24. Puisque $\sin i = n \sin r$ s'écrit ici $i = nr$, et avec $\cos i = 1 - \frac{n^2 r^2}{2}$, $\cos r = 1 - \frac{r^2}{2}$, on obtient au premier ordre non nul $\delta(r) = 2B + 2A + r^2 (B + n^2 A)$. La teinte plate correspond à δ indépendant de r donc aussi à $B + n^2 A = 0$ ou $nd = L(n - 1)$.

L'énoncé définit incorrectement cette teinte plate comme un contact optique ; en fait, la différence de marche est alors constante mais non nulle, $\delta = 2L \frac{n^2 - 1}{n}$. Par ailleurs, en l'absence d'application numérique, la valeur de n donnée dans l'énoncé ne sert à rien.

25. On revient ici à une différence de marche « ordinaire » pour une lame d'air : $\delta = 2d \cos i$. Les antioïncidences correspondent à des ordres décalés d'un demi-entier pour les deux longueurs d'onde : $p_1 = \frac{\delta}{\lambda_1}$ et $p_2 = \frac{\delta}{\lambda_2}$ vérifient $p_1 - p_2 \equiv \frac{1}{2}[1]$. En particulier, la première et la onzième antioïncidence correspondent à deux demi-entiers décalés de 10 unités, donc $(p_1 - p_2)_{11} - (p_1 - p_2)_1 = 10$ (ici $p_1 > p_2$ car $\lambda_1 < \lambda_2$). Comme on s'intéresse à la disparition des franges au voisinage du centre de la figure, on prendra $i = 0$, $p_1 - p_2 = 2d \left(\frac{1}{\lambda_m - \frac{1}{2}\Delta\lambda} - \frac{1}{\lambda_m + \frac{1}{2}\Delta\lambda} \right)$ soit $p_1 - p_2 \simeq 2d \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2}$ puisque $\Delta\lambda \ll \lambda_m$; finalement, les écarts de position d sont égaux aux écarts de graduation e (quelle que soit l'origine de celle-ci) et il vient $10 = 2 \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} (e_{11} - e_1)$ ou $\Delta\lambda = \frac{5\lambda_m^2}{e_{11} - e_1}$ soit aussi $\Delta\lambda = 5,95 \cdot 10^{-10} \text{ m}$; compte tenu de la faible précision sur la détermination de l'antioïncidence, les trois chiffres significatifs sont sans doute illusoire et on écrit plutôt $\Delta\lambda \simeq 0,6 \text{ nm}$

Le terme « antioïncidence » employé par l'énoncé n'est pas défini, c'est au candidat d'en deviner la signification.