

Première partie
Capteur de proximité

A Étude du condensateur de mesure

A.1. On considère une surface fermée Σ . On note Q la charge électrique à l'intérieur de Σ . Le théorème de

GAUSS s'écrit :
$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

A.2. Si les effets de bords sont négligeables, les plans $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ et $(M, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ sont des plans de symétrie de la distribution de charge. Donc $\vec{E}(M) = E(r, \theta, z)\vec{e}_z$.

La distribution de charge est invariante par toute translation dans le plan (Oxy) , donc $\vec{E}(M) = E(z)\vec{e}_z$.

Soit Σ le cylindre de génératrices parallèles à (Oz) , de section d'aire S représenté ci-contre. Le théorème de GAUSS s'écrit
$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}.$$

En admettant que le champ électrique est nul à l'extérieur du condensateur :
$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = SE(z).$$

Donc $E(z) = \frac{Q}{S\varepsilon_0}$

Le champ électrique à l'intérieur du condensateur est

$$\vec{E} = \frac{Q}{S\varepsilon_0} \vec{e}_z$$

L'énergie électromagnétique dans le condensateur est

alors $W = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 dS$. D'où $W = \frac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 S}$

Or l'énergie électromagnétique dans le condensateur est liée la capacité C par $W = \frac{Q^2}{2C}$.

D'après les deux expressions de W :
$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

A.3. Si les effets de bords sont négligeables, les plans $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ et $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ sont des plans de symétrie de la distribution de charge. Donc $\vec{E}(M) = E(r, \theta, z)\vec{e}_r$.

La distribution de charge est invariante par toute translation d'axe (Oz) et par toutes rotations d'axe (Oz) , donc $\vec{E}(M) = E(r)\vec{e}_r$.

Soit Σ le cylindre de génératrices parallèles à (Oz) , de rayon r

représenté ci-contre. Le théorème de GAUSS s'écrit
$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}.$$

Or
$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 2\pi r \ell E(r).$$

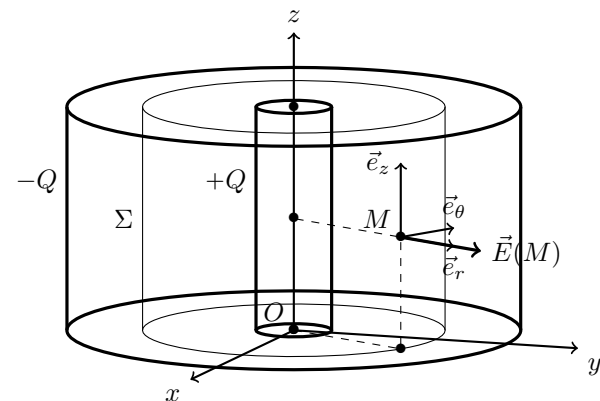
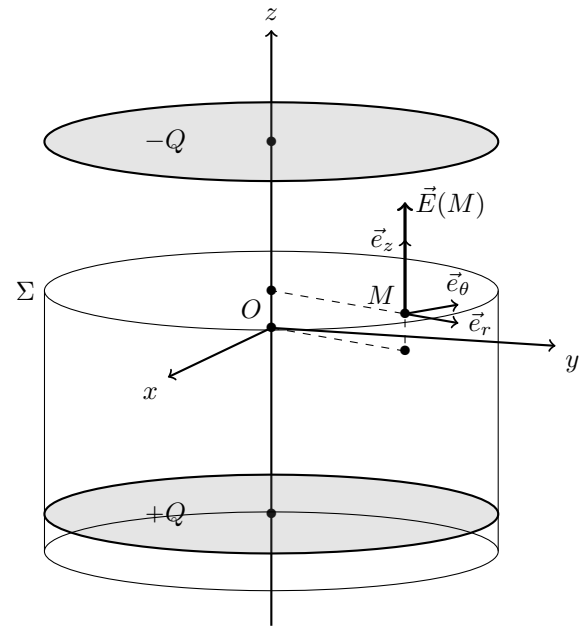
Le champ électrique à l'intérieur du condensateur est

$$\vec{E}(M) = \frac{Q}{2\pi r \ell \varepsilon_0} \vec{e}_r$$

L'énergie électromagnétique dans le condensateur est alors $W = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\varepsilon_0}{2} \left(\frac{Q}{2\pi r \ell \varepsilon_0} \right)^2 2\pi r \ell dr$

D'où $W = \frac{Q^2}{4\pi \ell \varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$. Or $W = \frac{Q^2}{2C}$.

D'après les deux expressions de W :
$$C = \frac{2\pi \ell \varepsilon_0}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$



Le résultat est bien de la forme : $C = \frac{\alpha}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$ avec $\alpha = 2\pi\ell\epsilon_0$

A.4. $C(z)$ est la capacité d'un condensateur plan formé de deux armatures d'aire $S = \pi r^2$ distantes de z . Donc d'après A.2 :

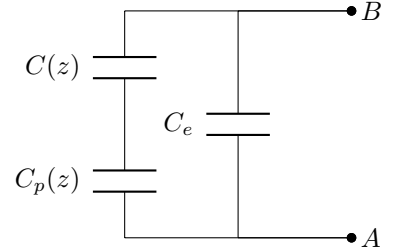
$$C(z) = \frac{\pi r^2 \epsilon_0}{z}$$

$C_e(z)$ est la capacité d'un condensateur cylindrique formé de deux armatures de rayon r et $r + e$ et de longueur ℓ . Donc d'après A.3 :

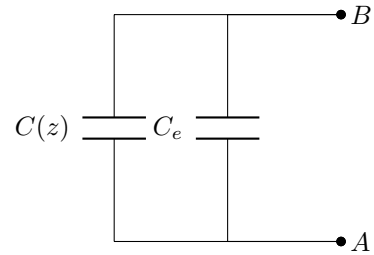
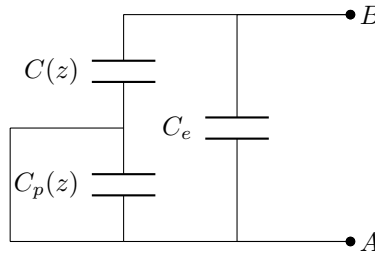
$$C_e = \frac{2\pi\ell\epsilon_0}{\ln \frac{r+e}{r}}$$

A.5. La capacité équivalente à l'association représentée ci-contre est :

$$C_{AB} = C_e + \frac{C(z)C_p(z)}{C(z) + C_p(z)}$$



A.6. Relier électriquement l'armature extérieure de la sonde de mesure à la surface métallique permet de s'affranchir de la capacité parasite C_p .



A.7. D'après A.5 et dans la limite $C_p \rightarrow \infty$: $C_{AB}(z) = \frac{\pi r^2 \epsilon_0}{z} + \frac{2\pi\ell\epsilon_0}{\ln \frac{r+e}{r}}$

Au premier ordre en $\frac{e}{r}$: $C_{AB}(z) \simeq \frac{\pi r^2 \epsilon_0}{z} + 2\pi\ell\epsilon_0 \frac{r}{e}$

$$C_{AB}(z) \simeq \pi\epsilon_0 r \left(\frac{r}{z} + \frac{2\ell}{e} \right)$$

A.8. Avec $z = z_0 + \Delta z$, $C_{AB} \simeq \pi\epsilon_0 r \left(\frac{r}{z_0 + \Delta z} + \frac{2\ell}{e} \right)$

Donc au premier ordre en $\frac{\Delta z}{z_0}$: $C_{AB} \simeq \pi\epsilon_0 r \left(\frac{r}{z_0} \left(1 - \frac{\Delta z}{z_0} \right) + \frac{2\ell}{e} \right)$

Donc $C_{AB} \simeq \pi\epsilon_0 r \left(\frac{r}{z_0} + \frac{2\ell}{e} \right) \left(1 - \frac{\frac{r}{z_0}}{\frac{r}{z_0} + \frac{2\ell}{e}} \frac{\Delta z}{z_0} \right)$

Donc $C_{AB} \simeq \pi\epsilon_0 r \left(\frac{r}{z_0} + \frac{2\ell}{e} \right) \left(1 - \frac{re}{re + 2\ell z_0} \frac{\Delta z}{z_0} \right)$

$$\text{On pose } \begin{cases} C_0 = \pi\epsilon_0 r \left(\frac{r}{z_0} + \frac{2\ell}{e} \right) \\ k = -\frac{re}{re + 2\ell z_0} \end{cases} \text{ alors } C_{AB} = C_0 \left(1 + k \frac{\Delta z}{z_0} \right)$$

Soit $C_0 = 7 \text{ pF}$ et $k = -0,2$

B Conditionnement du capteur

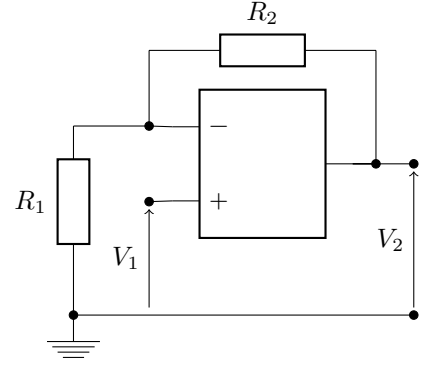
B.1. Mise en équation :

$$\begin{cases} V_- = V_1 & \text{AO idéal en régime linéaire} \\ V_- = V_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} & \text{pont diviseur de tension} \end{cases}$$

Donc : $V_1 = V_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$.

La fonction de transfert du montage amplificateur est :

$$\boxed{\underline{H}_1(j\omega) = 1 + \frac{R_2}{R_1}}$$



Le montage a une structure de pont diviseur de tension :

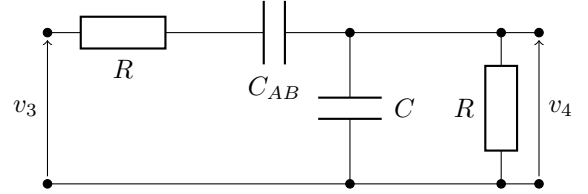
$$V_4 = V_3 \frac{\frac{R}{1+RCj\omega}}{R + \frac{1}{C_{AB}j\omega} + \frac{R}{1+RCj\omega}}$$

Donc :

$$\frac{V_4}{V_3} = \frac{RC_{AB}j\omega}{RC_{AB}j\omega(1+RCj\omega) + 1 + RCj\omega + RC_{AB}j\omega}$$

La fonction de transfert du filtre de Wien est : $\boxed{\underline{H}_2(j\omega) = \frac{RC_{AB}j\omega}{1 + R(C + 2C_{AB})j\omega + R^2CC_{AB}(j\omega)^2}}$

Le montage est un filtre passe bande du second ordre.



B.2. La fonction de transfert est : $\underline{H}(j\omega) = \underline{H}_1(j\omega)\underline{H}_2(j\omega)$

Donc : $\boxed{\underline{H}(j\omega) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{RC_{AB}j\omega}{1 + R(C + 2C_{AB})j\omega + R^2CC_{AB}(j\omega)^2}}$

La tension V_s vérifie alors :

$$\left[1 + R(C + 2C_{AB})j\omega + R^2CC_{AB}(j\omega)^2\right] V_s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) RC_{AB}j\omega V_s$$

$$\left[1 + R\left(C + \left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right)C_{AB}\right)j\omega + R^2CC_{AB}(j\omega)^2\right] V_s = 0$$

L'équation différentielle vérifiée par $v_s(t)$ est alors :

$$\boxed{R^2CC_{AB} \frac{d^2v_s}{dt^2} + R\left(C + \left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right)C_{AB}\right) \frac{dv_s}{dt} + v_s(t) = 0}$$

Le système se comporte comme un oscillateur harmonique si : $C + \left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right)C_{AB} = 0$

Donc, la condition d'oscillation sinusoïdale est $\boxed{R_2 = R_1 \left(1 + \frac{C}{C_{AB}}\right)}$

$v_s(t)$ vérifie alors : $R^2CC_{AB} \frac{d^2v_s}{dt^2} + v_s(t) = 0$

La pulsation des oscillations est $\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{CC_{AB}}}$

B.3. $\boxed{R_2 = 2R_1 \text{ donc } R_2 = 200 \text{ k}\Omega}$ et $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ donc $\omega_0 = 1,4 \times 10^6 \text{ rad s}^{-1}$

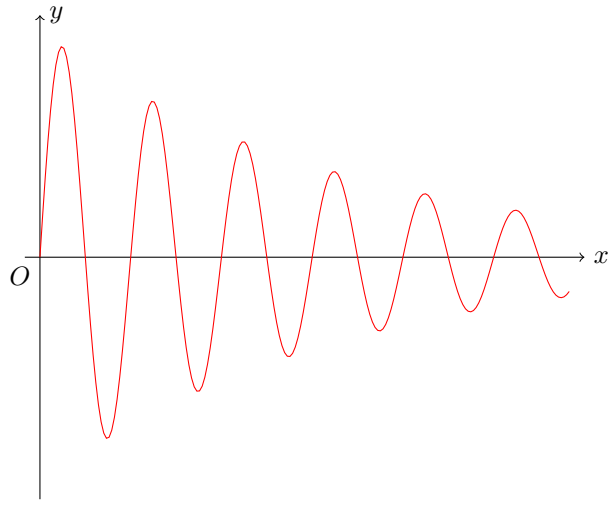
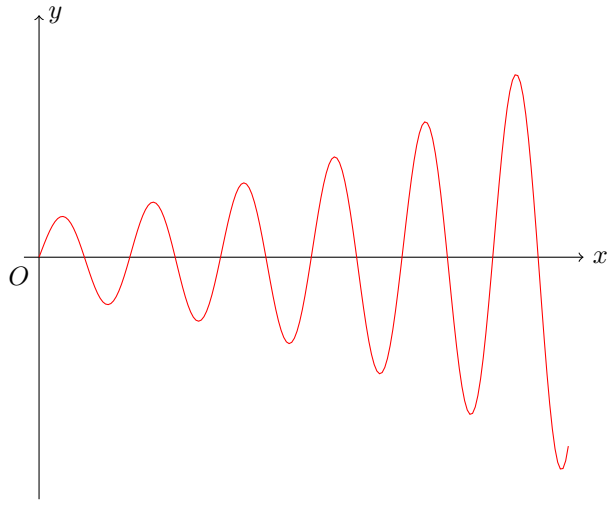
B.4. D'après A.8 : $C_{AB} = C_0 \left(1 + k \frac{\Delta z}{z_0}\right)$ et $R_2 = 2R_1$.

L'équation différentielle vérifiée par $v_s(t)$ est donc :

$$(RC_0)^2 \left(1 + k \frac{\Delta z}{z_0}\right)^2 \frac{d^2v_s}{dt^2} + RC_0 \left[1 - \left(1 + k \frac{\Delta z}{z_0}\right)\right] \frac{dv_s}{dt} + v_s(t) = 0$$

Donc, au premier ordre en $\frac{\Delta z}{z_0}$:

$$(RC_0)^2 \left(1 + 2k \frac{\Delta z}{z_0} \right) \frac{d^2 v_s}{dt^2} + RC_0 k \frac{\Delta z}{z_0} \frac{dv_s}{dt} + v_s(t) = 0$$

$\Delta z > 0$ $k\Delta z < 0$	$\Delta z < 0$ $k\Delta z > 0$
Oscillations amorties	Oscillations amplifiées jusqu'à saturation de l'AO
	

B.5. Avec une valeur adaptée de R_2 , $v_s(t)$ vérifie : $\frac{1}{\omega_0^2} \left(1 + 2k \frac{\Delta z}{z_0} \right) \frac{d^2 v_s}{dt^2} + v_s(t) = 0$

La pulsations des oscillations est alors : $\omega_{osc} = \omega_0 \left(1 - k \frac{\Delta z}{z_0} \right)$

C Conditionnement du signal

C.1. Le montage présente un pont diviseur de tension en e^+ : $\underline{e}^+ = \underline{V}_2 \frac{1}{1 + R_3 C_3 j\omega}$.

La loi des nœuds en terme de potentiel en e^- est : $\frac{v_2 - e^-}{R_3} + \frac{v_5 - e^-}{R_3} = 0$

Donc $\underline{e}^- = \frac{1}{2}(v_2 + v_5)$

L'AO est idéal et fonctionne en régime linéaire : $e^+ = e^-$. Donc $\underline{V}_2 \frac{1}{1 + R_3 C_3 j\omega} = \frac{1}{2}(\underline{V}_2 + \underline{V}_5)$

La transmittance du circuit est alors : $\underline{T}_5 = \frac{1 - R_3 C_3 j\omega}{1 + R_3 C_3 j\omega}$

Comme $|\underline{T}_5| = 1$, $\underline{V}_5 = \underline{V}_2$.

Le déphasage φ entre v_5 et v_2 est donné par $\varphi = \arg(\underline{T}_5)$

Donc $\varphi = 2 \arg(1 - R_3 C_3 j\omega)$: $\varphi = -2 \arctan(R_3 C_3 \omega)$

Le montage étudié est un passe-tout déphaseur.

C.2. Le bloc B est un multiplieur.

Avec $\begin{cases} v_2(t) = V_0 \sin(\omega t) \\ v_5(t) = V_0 \sin(\omega t + \varphi) \\ v_6(t) = \frac{v_2(t)v_5(t)}{E} \end{cases}$, d'où $\underline{v}_6(t) = \frac{V_0^2}{2E} (\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi))$

C.3. Le montage est un diviseur de tension : $\underline{T}_{SC} = \frac{1}{1 + R_4 C_4 j\omega}$

L'étage C est un filtre passe-bas du premier ordre, de pulsation de coupure $\omega_c = \frac{1}{R_4 C_4}$

Si $\omega \ll \omega_c$, la partie sinusoïdale de $v_6(t)$ est coupée par la filtre C, tandis que la partie continue est transmise sans atténuation.

$$\text{Si } \omega \ll \omega_c, v_{sc} = \frac{V_0^2}{2E} \cos \varphi$$

C.4. $v_{sc} = \frac{V_0^2}{2E} \cos \varphi$, donc $v_{sc} = \frac{V_0^2}{2E} \frac{1 - \tan^2 \frac{\varphi}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\varphi}{2}}$.

D'après C.1 $\tan \frac{\varphi}{2} = -R_3 C_3 \omega$, donc : $V_{sc} = \frac{V_0^2}{2E} \frac{1 - (R_3 C_3 \omega)^2}{1 + (R_3 C_3 \omega)^2}$.

ω est la pulsation de la tension $v_2(t)$ déterminée en B.5 : $\omega = \omega_{osc} = \omega_0 \left(1 - k \frac{\Delta z}{z_0}\right)$

Donc $V_{sc} = \frac{V_0^2}{2E} \frac{1 - \left[R_3 C_3 \omega_0 \left(1 - k \frac{\Delta z}{z_0}\right)\right]^2}{1 + \left[R_3 C_3 \omega_0 \left(1 - k \frac{\Delta z}{z_0}\right)\right]^2}$

Pour que V_{sc} soit proportionnelle à Δz , il faut choisir $R_3 C_3 \omega_0 = 1$. Alors :

$$V_{sc} = \frac{V_0^2}{2E} \frac{1 - \left(1 - k \frac{\Delta z}{z_0}\right)^2}{1 + \left(1 - k \frac{\Delta z}{z_0}\right)^2}$$

Au premier ordre en $\frac{\Delta z}{z_0}$: $V_{sc} = -\frac{V_0^2}{2E} k \frac{\Delta z}{z_0}$

C.5. La sensibilité de ce capteur est : $S = \frac{V_{sc}}{\Delta z}$.

Donc $S = -\frac{k V_0^2}{2E z_0}$

Soit $S = 2,5 \text{ V mm}^{-1}$

C.6. Les inconvénients de ce capteur :

— Ce capteur capacitif ne fonctionne qu'avec des surfaces métalliques planes ;

Les avantages de ce capteur :

— Le conditionnement du signal est assez simple ;

— la mesure est indépendante de la nature de la surface (à condition qu'elle soit métallique...) ;

— Les mesures électriques sont moins sensibles aux perturbations extérieures que les mesures magnétiques.

Deuxième partie Capteur de proximité à reluctance variable

D Étude du capteur inductif

D.1. On considère un contour Γ . On note I_e l'intensité enlacée par le contour Γ . Le théorème d'AMPÈRE s'écrit :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I_e.$$

D.2. L'intensité enlacée par Γ est $I_e = NI$ et la circulation de $\vec{H}$ est $\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = 2xH_0 + \ell_1 H_1 + \ell_2 H_2$, donc :

$$2xH_0 + \ell_1 H_1 + \ell_2 H_2 = NI$$

D.3. Le champ magnétique est à flux conservatif, Φ est donc identique à travers toutes les sections d'un tube

de champ :
$$\begin{cases} \Phi = a^2 B_0 \\ \Phi = a^2 B_1 \\ \Phi = aeB_2 \end{cases}$$

D.4. Les excitations magnétiques sont liées aux champs magnétiques par :
$$\begin{cases} B_0 = \mu_0 H_0 \\ B_1 = \mu_1 H_1 \\ B_2 = \mu_2 H_2 \end{cases}$$

D'après le résultat de D.2 :

$$\frac{2x}{\mu_0} B_0 + \frac{\ell_1}{\mu_1} B_1 + \frac{\ell_2}{\mu_2} B_2 = NI$$

En utilisant le résultat de D.3 :
$$I = \frac{B_1}{N} \left(\frac{2x}{\mu_0} + \frac{\ell_1}{\mu_1} + \frac{a\ell_2}{e\mu_2} \right)$$

D.5. Un matériau ferromagnétique peut présenter une aimantation permanente à basse température.

Un matériau ferromagnétique est caractérisé par son cycle d'hystérésis.

Le fer, le cobalt et le nickel sont ferromagnétiques.

Un matériau doux a un cycle d'hystérésis d'aire faible : les pertes d'énergie sont donc faibles.

Le feuilletage permet de réduire les courants de Foucault dans le matériau. Les pertes d'énergie par effet Joule sont alors faibles dans un tel matériau.

Un matériau ferromagnétique doux feuilleté permet de réduire les pertes énergétiques.

D.6. La bobine comporte N spires, donc : $\Phi_0 = N\Phi$. D'après D.3, $\Phi_0 = Na^2 B_1$.

Or, $\Phi_0 = LI$. Donc :
$$L = \frac{Na^2 B_1}{I}$$

D'après D.4 :
$$L(x) = \frac{N^2 a^2}{\frac{2x}{\mu_0} + \frac{\ell_1}{\mu_1} + \frac{a\ell_2}{e\mu_2}}$$

D.7. Avec $x = x_0 + \Delta x$, $L(x) = \frac{N^2 a^2}{\frac{2x_0}{\mu_0} + \frac{2\Delta x}{\mu_0} + \frac{\ell_1}{\mu_1} + \frac{a\ell_2}{e\mu_2}}$

Donc, $L(x) = \frac{N^2 a^2}{\left(\frac{2x_0}{\mu_0} + \frac{\ell_1}{\mu_1} + \frac{a\ell_2}{e\mu_2} \right) \left(1 + \Delta x \frac{\frac{2}{\mu_0}}{\frac{2x_0}{\mu_0} + \frac{\ell_1}{\mu_1} + \frac{a\ell_2}{e\mu_2}} \right)}$

$$L(x) = L_0 \frac{1}{1 + A\Delta x} \text{ avec } \begin{cases} L_0 = \frac{N^2 a^2}{\frac{2x_0}{\mu_0} + \frac{\ell_1}{\mu_1} + \frac{a\ell_2}{e\mu_2}} \\ A = \frac{\frac{2}{\mu_0}}{\frac{2x_0}{\mu_0} + \frac{\ell_1}{\mu_1} + \frac{a\ell_2}{e\mu_2}} \\ \Psi = \frac{2}{\mu_0} \end{cases}$$

D.8. La reluctance est $R = \frac{NI}{\Phi}$ avec, d'après D.6 $\Phi = \frac{LI}{N}$. Donc
$$R = \frac{N^2}{L(x)}.$$

En utilisant le résultat de D.6 :
$$R = \frac{1}{a^2} \left(\frac{2x}{\mu_0} + \frac{\ell_1}{\mu_1} + \frac{a\ell_2}{e\mu_2} \right)$$

On peut construire une analogie formelle entre la réductance et la résistance électrique :

	$R = \frac{NI}{\Phi}$	$\longleftrightarrow$	$R_e = \frac{U}{I}$	
réductance	R	$\longleftrightarrow$	R_e	résistance
intensité	NI	$\longleftrightarrow$	U	tension
flux magnétique	Φ	$\longleftrightarrow$	I	intensité

La réductance $R = \frac{1}{a^2} \left(\frac{2x}{\mu_0} + \frac{\ell_1}{\mu_1} + \frac{a\ell_2}{e\mu_2} \right)$ est celle de l'association en série de trois éléments de réductances respectives $R_1 = \frac{2x}{a^2\mu_0}$, $R_2 = \frac{\ell_1}{a^2\mu_1}$, $R_3 = \frac{\ell_2}{ea\mu_2}$. La réductance de chaque élément est proportionnelle à sa longueur et est inversement proportionnelle à sa section :

	$R = \frac{\ell}{S\mu}$	$\longleftrightarrow$	$R_e = \frac{\ell}{S\sigma}$	
réductance	R	$\longleftrightarrow$	R_e	résistance
longueur	ℓ	$\longleftrightarrow$	ℓ	longueur
section	S	$\longleftrightarrow$	S	section
perméabilité	μ	$\longleftrightarrow$	σ	conductivité

Le réductance du circuit magnétique étudié dépend de la distance x entre le capteur et le ruban, ce que justifie le nom donné au capteur étudié.

E Conditionnement du capteur

E.1. L'impédance du condensateur de capacité C est :
$$\underline{Z}_C = \frac{1}{Cj\omega_G}$$

L'impédance de la bobine est :
$$\underline{Z}_{L_0} = L_0j\omega_G \text{ et } \underline{Z}_{L(x)} = \frac{L_0}{1 + A\Delta x}j\omega_G$$

L'écart entre ces deux impédances est alors :
$$\Delta \underline{Z} = -\frac{A\Delta x}{1 + A\Delta x}L_0j\omega_G$$

E.2. Le montage est constitué de deux ponts diviseur de tension :

$$\begin{cases} \underline{V}_A(t) = \frac{\underline{Z}_{L_0}}{R + \underline{Z}_{L_0}} \underline{v}_G(t) \\ \underline{V}_B(t) = \frac{R}{R + \underline{Z}_{C_0}} \underline{v}_G(t) \end{cases}$$

La tension mesurée $\underline{u}_{\text{mes}}(t) = \underline{V}_A(t) - \underline{V}_B(t)$ est alors :

$$\underline{u}_{\text{mes}}(t) = \left(\frac{\underline{Z}_{L_0}}{R + \underline{Z}_{L_0}} - \frac{R}{R + \underline{Z}_{C_0}} \right) \underline{v}_G(t)$$

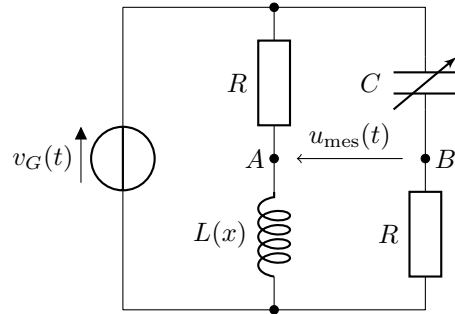
Donc,

$$\underline{u}_{\text{mes}}(t) = \frac{\underline{Z}_{L_0}\underline{Z}_{C_0} - R^2}{(R + \underline{Z}_{L_0})(R + \underline{Z}_{C_0})} \underline{v}_G(t)$$

La tension mesurée est toujours nulle si :
$$\underline{Z}_{L_0}\underline{Z}_{C_0} = R^2$$

La condition précédente s'écrit : $\frac{L_0}{C_0} = R^2$. Donc
$$C_0 = \frac{L_0}{R^2}$$

Soit
$$C_0 = 0,3 \text{ nF}$$



E.3. En remplaçant L_0 par $L(x)$ dans le résultat de E.2 :
$$\underline{u}_{\text{mes}}(t) = \frac{\underline{Z}_{L(x)}\underline{Z}_{C_0} - R^2}{(R + \underline{Z}_{L(x)})(R + \underline{Z}_{C_0})} \underline{v}_G(t)$$

En utilisant le résultat de E.1 et E.2 : $\underline{Z}_{L(x)} = \frac{\underline{Z}_{L_0}}{1 + A\Delta x}$ et $\underline{Z}_{C_0} = \frac{R^2}{\underline{Z}_{L_0}}$

Donc :

$$\underline{u}_{\text{mes}}(t) = \frac{\frac{1}{1+A\Delta x} - 1}{1 + \frac{1}{1+A\Delta x} + \frac{1}{R} \left(\frac{\underline{Z}_{L_0}}{1+A\Delta x} + \frac{R^2}{\underline{Z}_{L_0}} \right)} \underline{v}_G(t)$$

Et :

$$\underline{u}_{\text{mes}}(t) = \frac{-A\Delta x}{2 + A\Delta x + \frac{1}{R} \left(\underline{Z}_{L_0} + \frac{R^2}{\underline{Z}_{L_0}} (1 + A\Delta x) \right)} \underline{v}_G(t)$$

Soit : $\underline{u}_{\text{mes}}(t) = \frac{-A\Delta x}{2 + A\Delta x + j\frac{L_0\omega_G}{R} - j\frac{R}{L_0\omega_G}(1 + A\Delta x)} \underline{v}_G(t)$

E.4. Avec $L_0\omega_G \ll R$, l'expression suivante se simplifie :

$$\underline{u}_{\text{mes}}(t) = -j\frac{L_0\omega_G}{R} \frac{A\Delta x}{(1 + A\Delta x)} \underline{v}_G(t)$$

L'amplitude de $u_{\text{mes}}(t)$ est alors : $U_{\text{mes}} = \frac{L_0\omega_G}{R} \frac{A\Delta x}{(1 + A\Delta x)} V_G$

Le déphasage entre $u_{\text{mes}}(t)$ et $v_G(t)$ est $-\frac{\pi}{2}$.

E.5. Au premier ordre en $A\Delta x$:

$$\underline{u}_{\text{mes,lin}}(t) = -j\frac{L_0\omega_G}{R} A\Delta x \underline{v}_G(t)$$

Donc $u_{\text{mes,lin}}(t) = \frac{L_0\omega_G}{R} A\Delta x V_G \sin(\omega_G t)$

L'erreur relative est alors :

$$\varepsilon = \frac{A\Delta x - \frac{A\Delta x}{1+A\Delta x}}{\frac{A\Delta x}{1+A\Delta x}}$$

Ce qui se simplifie en : $\varepsilon = A\Delta x$ Soit $\varepsilon = 5,0\%$

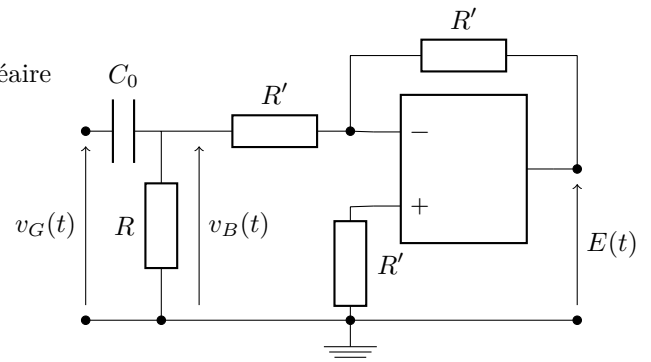
F Conditionnement du signal

F.1. La mise en équation du circuit ci-contre est la suivante :

$$\begin{cases} V_+ = V_- & \text{A.O. idéal en régime linéaire} \\ V_+ = 0 \\ \frac{v_B(t) - V_-}{R'} + \frac{E(t) - V_-}{R'} = 0 & \text{loi des nœuds en } V_- \end{cases}$$

Donc : $E(t) = -v_B(t)$

L'A.O. est un inverseur.



Si $R' \gg R$, le filtre RC_0 a une structure de pont diviseur de tension : $\underline{v}_B(t) = \frac{RC_0 j\omega_G}{1 + RC_0 j\omega_G} \underline{v}_G(t)$

Or, d'après E.2 : $R^2 C_0 = L_0$, donc : $\underline{v}_B(t) = \frac{L_0 j\omega_G}{R + L_0 j\omega_G} \underline{v}_G(t)$

Dans la limite $L_0\omega_G \ll R$: $\underline{v}_B(t) = \frac{L_0}{R} j\omega_G \underline{v}_G(t)$

Donc : $\underline{E}(t) = -\frac{L_0}{R} j\omega_G \underline{v}_G(t)$

En notation réelle : $E(t) = \frac{L_0}{R} \omega_G V_G \sin(\omega_G t)$

F.2. Le multiplieur et le sommateur donnent les relations suivantes :

$$\begin{cases} v(t) = \frac{v_s(t)u_{\text{mes}}(t)}{E(t)} \\ v_s(t) = v(t) + u_{\text{mes}}(t) \end{cases}$$

En éliminant $v(t)$:
$$v_s(t) = \frac{u_{\text{mes}}(t)E(t)}{E(t) - u_{\text{mes}}(t)}$$

Or, d'après F.1 : $E(t) = \frac{L_0}{R} \omega_G V_G \sin(\omega_G t)$ et d'après E.4 : $u_{\text{mes}}(t) = \frac{L_0 \omega_G}{R} \frac{A \Delta x}{(1 + A \Delta x)} V_G \sin(\omega_G t)$

Donc :
$$v_s(t) = \frac{L_0 \omega_G}{R} V_G \frac{\frac{A \Delta x}{(1 + A \Delta x)}}{1 - \frac{A \Delta x}{(1 + A \Delta x)}} \sin(\omega_G t)$$

Donc :
$$v_s(t) = \frac{L_0 \omega_G}{R} V_G A \Delta x \sin(\omega_G t)$$

La tension $v_s(t)$ a une amplitude qui dépend linéairement de Δx .

$$v_s(t) = u_{\text{mes,lin}}(t)$$

F.3. La sensibilité S du capteur peut être définie par :
$$S = \frac{V_s}{\Delta x}$$
 où V_s est l'amplitude de $v_s(t)$.

$$S = \frac{L_0 \omega_G}{R} A V_G$$

Soit $C_0 = 0,4 \text{ V m}^{-1}$

F.4. Les avantages de ce capteur :

- Après conditionnement, la signal électrique est proportionnel à la distance Δx : ce qui permet une mesure de distance ou la réalisation d'un asservissement de position.

Les défauts de ce capteur :

- La valeur de S dépend des caractéristiques magnétiques du ruban. Le dispositif ne fonctionne qu'avec un type de ruban donné.
- Le conditionnement du signal n'est pas simple.
- Comme tout système magnétique, ce dispositif est sensible aux perturbations extérieures : il faudra éviter les sources de champ magnétique au voisinage du dispositif.