

Corrigé QCM ENAC 2014

I Pendule simple asymétrique

- 1 Aucune orientation ni figure ne sont données pour cette question. On va supposer qu'il y a une bonne réponse parmi celles proposées et on va s'inspirer de la figure 1 de l'énoncé. Pas très clair si on doit considérer le pendule simple comme une masse m à l'extrémité d'un fil idéal ou comme un solide constitué d'une barre de longueur ℓ sans masse à l'extrémité de laquelle se trouve localisée une masse m . Vu la question 3 l'hypothèse de la barre est incohérente. Mais parle-t-on vraiment de liaison pivot parfaite dans le cas du fil...Bref...

Pour une masse m en mouvement circulaire de rayon ℓ , de vitesse angulaire $\dot{\theta}$: $\vec{L}_O = m\ell \vec{e}_r \wedge \ell \dot{\theta} \vec{e}_\theta = m\ell^2 \dot{\theta} \vec{e}_z$.

Réponse D.

- 2 La masse m est soumise à son poids dont le moment par rapport à Oz est $-mg\ell \sin \theta$ et à la tension du fil dont le moment par rapport à l'axe Oz est nul. L'application du théorème du moment cinétique par rapport à Oz , appliqué à la masse m donne $m\ell^2 \ddot{\theta} = -mg\ell \sin \theta$. Dans l'hypothèse de petites oscillations, on linéarise l'équation en $m\ell \ddot{\theta} = -mg\ell \theta$, soit $\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell} \theta = 0$.

Si ω est une constante *réelle*, alors l'équation précédente se met sous la forme $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$. Réponse A.

On reconnaît un oscillateur harmonique de pulsation $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$, et donc une période du

mouvement $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$.

Réponse C

- 3 L'énergie cinétique de la masse est simplement $\mathcal{E}_{c,g} = \frac{1}{2} m \ell^2 \dot{\theta}_g^2$. L'énergie potentielle de pesanteur *en prenant l'origine en O* est $\mathcal{E}_{p,g} = -mgx = -mg\ell \cos \theta_g$. Il n'y a pas d'autres forces conservatives et donc l'énergie mécanique vaut $\mathcal{E}_{m,g} = \frac{1}{2} m \ell^2 \dot{\theta}_g^2 - mg\ell \cos \theta_g$

Réponse B

Le système est conservatif car la force non conservative ne travaille pas. En dérivant l'expression de l'énergie mécanique par rapport au temps il vient, après élimination de la solution dégénérée $\dot{\theta}_g = 0$: $\ddot{\theta}_g^2 + \frac{g}{\ell} \sin \theta_g = 0$

A priori on ne fait plus l'hypothèse de petites oscillations d'où

Réponse C

- 4 Compte tenu des réponses proposées il y a clairement une erreur d'énoncé : on regarde ce qu'il se passe à droite ! L'équation du mouvement s'obtient simplement en remplaçant θ_g par θ_d et ℓ par ℓ_d .

Réponse C

Il en est de même dans le terme d'énergie cinétique. En revanche pour l'énergie potentielle de pesanteur, si on garde la même origine on a $\mathcal{E}_{p,d} = -mgx = -mg(\ell - \ell_d) - mg\ell_d \cos \theta_g$.

Dès lors l'énergie mécanique vaut $\mathcal{E}_{m,d} = \frac{1}{2} m \ell_d^2 \dot{\theta}_d^2 - mg\ell_d \cos \theta_d - mg(\ell - \ell_d)$

Réponse A

- 5 La période est la moitié de la somme des périodes correspondant aux oscillations complètes des pendules de longueurs l et l_d , soit $T = \frac{1}{2}2\pi \left(\sqrt{\frac{l}{g}} + \sqrt{\frac{l_d}{g}} \right)$.

Réponse A

- 6 En supposant que le contact du fil avec le clou ne soit pas dissipatif, l'énergie mécanique du système sera constante au cours du mouvement. Les altitudes maximales seront atteintes quand l'énergie cinétique sera nulle : l'énergie mécanique sera alors entièrement sous forme potentielle. Comme celle-ci n'est liée qu'à l'altitude, on peut affirmer que les altitudes maximales à gauche et à droite seont les mêmes.

En conséquence, comme la partie effective du fil à droite est plus petite que celle à gauche, il faudra nécessairement une plus grande amplitude angulaire à droite qu'à gauche.

Réponse C

II Optique

- 7 Un rayon arrivant sur un dioptre donne naissance à un rayon réfléchi et un rayon réfracté.

Réponse D

- 8 Loi de Descartes de la réfraction $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin r$, soit $r = \arcsin \left(\frac{n_1}{n_2} \sin i_1 \right)$

Réponse D

- 9 La fonction proposée pour n_2 est une fonction croissante de la fréquence (pour $\nu > 0$ bien sûr...). Du rouge au violet la fréquence augmente, et donc l'indice n_2 aussi, en conséquence r doit diminuer de manière à ce que $n_2 \sin r = Cte$.

Réponse A

- 10 Question ambiguë, plutôt trois fois qu'une... Soit on s'intéresse uniquement à ce dioptre sans se soucier de l'origine du rayon lumineux dans le milieu d'indice n_1 , auquel cas il existe effectivement un angle d'indidence sur le deuxième dioptre au-delà duquel il y aura réflexion totale. J'imagine que l'angle ℓ dont parle l'énoncé est cet angle d'indidence. Dans ce cas on a $\sin \ell = \frac{n_1}{n_2}$ et Réponse C.

Soit le rayon se propageant dans le milieu d'indice n_2 provient lui-même du premier milieu d'indice n_1 . Si le deuxième dioptre est parallèle au premier, ce qui n'est pas précisé dans l'énoncé, alors l'angle d'indidence est r . Par le principe du retour inverse de la lumière ce r ne peut pas être supérieur à l'angle d'indidence limite calculé précédemment ! Donc il y aura toujours un rayon réfracté. Réponse A.

- 11 Il faudrait connaître la position relative du deuxième dioptre par rapport au premier pour calculer l'angle d'indidence correspondant. Si on suppose que les deux dioptres sont parallèles, alors cet angle d'indidence vaut r . D'après le principe de retour inverse de la lumière la dernière réfraction se fait avec un angle $r' = i$, qui n'est aucune des réponses proposées..

Réponse E.

- 12 On va encore supposer que les deux dioptres sont parallèles. Le décalage latéral est donné par $\Delta = e \frac{\sin(i-r)}{\cos r}$. En développant $\sin(i-r)$ et en prenant en compte la loi de la

réfraction $n_1 \sin i = n_2 \sin r$, il vient tous calculs faits $\Delta = e \sin i \left(1 - \frac{\cos i}{\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2 i}} \right)$.

Ce n'est aucune des réponses proposées.

Réponse E.

III Pont de Wien

- 13 L'impédance d'un condensateur étant infinie à basse fréquence. Il se comporte donc comme un coupe-circuit.

Réponse B.

De même son impédance est nulle en haute fréquence. Il se comporte donc comme un court-circuit.

Réponse C.

- 14 L'étude asymptotique directement sur le circuit montre que la tension de sortie est nulle aussi bien en basse qu'en haute fréquence. C'est donc un filtre passe-bande.

Réponse A.

- 15 Par un diviseur de tension on établit facilement que $\underline{T} = \frac{1}{3 + j \left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega} \right)}$, ce qui n'est ni la réponse A ni la réponse B ! Et donc comme on ne sait pas comment l'énoncé veut que w intervienne dans la fonction de transfert, on ne peut pas identifier ω_0 ! Il est probable que la réponse attendue soit $\omega_0 = \frac{1}{RC}$...

Peut-être Réponse C.

- 16 En prenant donc $\omega_0 = \frac{1}{RC}$, on a $\underline{T} = \frac{1}{3 + j \left(w - \frac{1}{w} \right)}$ dont le module est $|\underline{T}| = \frac{1}{\sqrt{9 + j \left(w - \frac{1}{w} \right)^2}}$, d'où réponse A.

La phase est alors donnée par $\varphi = -\arctan \left(\frac{w - \frac{1}{w}}{3} \right) = \arctan \left(\frac{\frac{1}{w} - w}{3} \right)$, d'où réponse C.

J'imagine qu'il n'y avait pas la bonne réponse dans la question précédente pour pouvoir piéger les candidats en les incitant à choisir la réponse A dans cette question et dans la question précédente...

- 17 Le gain est clairement maximal pour $w = 1$, soit $\omega = \omega_0$ ou encore $f = f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$. L'application numérique donne $f_0 \simeq 16 \text{ kHz}$.

Réponse B.

Le gain maximal vaut alors 1/3, dont la valeur en décibels est négative.

Réponse C.

- 18 L'étude asymptotique montre qu'en basse fréquence $\varphi \rightarrow \pi/2$ et qu'en haute fréquence $\varphi \rightarrow -\pi/2$ d'où

Réponse C.

IV Thermodynamique

- 19 En supposant γ constant, l'application de la loi de Laplace $pV^\gamma = Cte$ donne immédiatement $V_1 = V_0 \eta^{-1/\gamma}$.

Réponse A.

L'état 0 et l'état final ont même température d'où $P_0 V_0 = P_1 V_f$, soit $V_f = V_0 / \eta$.

Réponse D.

- 20 Toujours par la loi de Laplace $P^{1-\gamma} T^\gamma = Cte$ on obtient $T_1 = T_0 \eta^{1-\gamma}$.

Réponse B.

- 21 L'énergie interne d'un gaz parfait ne dépendant que la température et les états initial et final ayant même température on a nécessairement $\Delta U = 0$.

Réponse C.

- 22 Pour une évolution adiabatique $Q = 0$, d'où

Réponse D.

Pour une cette évolution adiabatique $W = \Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_1 - T_0) = \frac{nRT_0}{\gamma - 1} (\eta^{1-\gamma} - 1)$.

Réponse A.

- 23 Pour la transformation isobare $W = -p_1 (V_f - V_1) = -p_1 V_0 \left(\frac{1}{\eta} - \eta^{-1/\gamma} \right)$. Or $p_1 V_0 = \eta p_0 V_0 = \eta nRT_0$. En reportant il vient donc $W = -nRT_0 (1 - \eta^{1-1/\gamma})$.

Réponse C.

- 24 Pour la transformation isobare on a $\Delta H = Q$, soit ici $Q = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} (T_0 - T_1) = \frac{\gamma nRT_0}{\gamma - 1} (1 - \eta^{1-\gamma})$.

Réponse B.

Pour la deuxième partie de la question (qui telle quelle n'a pas de sens), je suppose qu'il faut calculer le transfert thermique total reçu lors de la transformation faisant passer de l'état 0 à l'état final, en passant par les deux étapes i et ii . Comme l'étape i est adiabatique, on trouve le même transfert thermique que précédemment.

Réponse C.

V Spectromètre

- 25 L'application du théorème de l'énergie cinétique, ou la conservation de l'énergie mécanique donne directement $v_0 = \sqrt{\frac{2qU_a}{m}}$.

Réponse A.

- 26 Le champ B ne peut pas modifier l'énergie cinétique de la particule. En revanche il peut changer (dans le cas général) la direction de son vecteur vitesse (et pas sa norme), ce qui se traduit par une accélération (i.e. $\frac{d\vec{v}}{dt} \neq \vec{0}$). La réponse B est donc correcte. Le champ modifie donc de même la direction de la quantité de mouvement (dans le cas général). La réponse D est correcte aussi.

Réponse B et D.

- 27 Question de connaissance pure

Réponse D.

- 28 Application directe du principe fondamental de la dynamique $m \frac{d\vec{v}}{dt} = q \vec{v} \wedge B \vec{e}_z$, d'où $a = qB/m$.

Réponse A.

- 29 Question ambiguë... Parle-t-on de la trajectoire dans l'accélérateur linéaire (elle est rectiligne Réponse A), dans la zone où règne B (elle est circulaire de rayon $mv_0/(qB)$) réponse B), la trajectoire globale (trajectoire ni rectiligne ni circulaire)?

J'imagine que la réponse attendue est la B.

- 30 Le rayon décrit par un ion de masse m est $R = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2qU_a}{m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2U_a m}{q}}$. Ici $q = 4e$, et la

distance d recherchée vaut $2(R_1 - R_2) = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{U_a}{2e}} (m_1^{1/2} - m_2^{1/2})$.

Réponse A.

VI Thermodynamique

- 31 C'est la définition même de la mole ! Il y a par définition $\mathcal{N}_A$ atomes de C dans 12 g de carbone.

Réponse A.

- 32 L'affirmation A est vraie (penser à un réacteur chimique fermé). L'affirmation B aussi. Un système ouvert peut échanger matière et énergie avec le milieu extérieur, donc l'affirmation C est fausse. Un système isolé ne peut pas échanger d'énergie avec le milieu extérieur, donc l'affirmation D est fausse.

Réponse A et B.

- 33 On a évidemment $pV = nRT$ d'où

Réponse C.

- 34 L'application numérique donne $p = 240.10^3$ (faible respect des chiffres significatifs dans les réponses proposées...)

Réponse D.

- 35 On a $n_v = \frac{N}{V} = \frac{n\mathcal{N}_A}{V} = 6.10^{25} \text{ m}^{-3}$.

Réponse A et D.

- 36 On peut imaginer chaque atome d'hélium au centre d'un cube de côté ℓ , d'où $V_m = \ell^3$. L'application numérique approchée donne $\ell = 3 \text{ nm}$.

Réponse D.