

LE LIDAR ET LA PHYSICO-CHIMIE ATMOSPHERIQUE

I. LIDARS atmosphériques

I.A – Équations simplifiées du lidar atmosphérique

I.A.1.a) la vitesse de propagation est la même en tout point, l'impulsion est donc reçue à $t = t_0 + \frac{2z}{c}$.

au cours de la durée t_l d'une impulsion, l'onde interagit avec les molécules interceptées entre z et

$$z + \Delta z = z + ct_l. \Delta z = ct_l. \text{ AN : } \Delta z = 2,1\text{m}.$$

I.A.1.b) pour éviter la superposition des signaux dus aux différentes impulsions rediffusés par les molécules à la cote z , la durée T_l entre deux impulsions successives doit vérifier : $T_l = \frac{1}{F_l} \geq 2 \frac{z}{c}$. soit : $z \leq z_{\max} = \frac{c}{2F_l} \approx 7500\text{km}$

on a bien : $z = 12\text{km} < z_{\max}$. L'onde peut sonder cette altitude.

I.A.2. l'atmosphère étant transparent à l'onde, le bilan de puissance s'écrit : $P(z) - P(z + dz) = dP_{\text{ray}}$

$$\Rightarrow \frac{dP(z)}{dz} = -\alpha(z)P(z). \text{ Ou encore : } \frac{d \ln(P(z))}{dz} = -\alpha(z). \text{ On intègre entre 0 et } z, \text{ on obtient :}$$

$$\ln\left(\frac{P(z)}{P_0}\right) = -\int_0^z \alpha(u) du \Rightarrow P(z) = P_0 \exp\left[-\int_0^z \alpha(u) du\right].$$

I.A.3) la puissance diffusée dans la direction de l'onde est $k\alpha(z)\mathcal{P}(z)\Delta z = k\alpha(z)\mathcal{P}(z)ct_l$. Celle rétrodiffusée

vers le détecteur en est la moitié. Soit : $\mathcal{P}_{rd}(z) = \frac{1}{2}k\alpha(z)ct_l\mathcal{P}(z) = \frac{1}{2}ct_l\beta(z)\mathcal{P}(z)$.

I.A.4) la puissance reçue par le détecteur est proportionnelle à la puissance diffusée en z et à l'angle solide

$\Omega = \frac{A}{z^2}$ sous le quel est vue A depuis l'altitude z .

I.B – Dipôle rayonnant

I.B.1) a) pour une OEMPPM se propageant dans le vide : $\omega = kc = \frac{2\pi c}{\lambda_0}$.

b) - $l_0 \ll \lambda$ signifie que la charge oscillante est non relativiste ($\dot{z}_{\max} = \omega l_0 \ll \omega \lambda = 2\pi c$) et que le champ électromagnétique est quasi-stationnaire sur des distances de même ordre que la dimension l_0 du dipôle.

- $l_0 \ll r$ (approximation dipolaire) signifie que la dimension du dipôle est négligeable devant les distances où l'on cherche ses effets et apparaît donc comme ponctuel (confondu à O).

c) La zone de rayonnement est définie telle que : $r \gg \lambda$

I.B.2) Le plan (OM, Oz) est un plan de symétrie pour le moment dipolaire, donc, $\vec{B}(M, t)$ est normal à ce plan.

Soit : $\vec{B}(M, t) = B_\varphi(M, t) \vec{u}_\varphi$.

b) le terme $t - \frac{r}{c}$ signifie que les variations de $\vec{p}$ en O sont ressenties en M à $\frac{r}{c}$ plus tard. $\tau_p = \frac{r}{c}$ est le temps que met l'onde émise en O pour parvenir à M distant de $r = OM$ de O.

c) d'après le théorème d'Ampère, $[B]L = [\mu_0]QT^{-1} \Rightarrow [\alpha] = \frac{[B]L}{[\mu_0][\ddot{p}]} = \frac{[B]L}{[\mu_0]QLT^{-2}} = \frac{1}{LT^{-1}}$. α est bien homogène à l'inverse d'une vitesse. Il est donc cohérent d'écrire $\alpha = 1/c$.

$$d) \vec{E} = \vec{B} \times c \vec{u}_r = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\sin \theta}{r} \ddot{p} \left(t - \frac{r}{c} \right) \vec{u}_\theta.$$

I.C – puissance rayonnée

I.C.1) a) l'onde rayonnée a localement la structure d'onde plane, donc : $\vec{B} = \frac{\vec{u}_r}{c} \times \vec{E}$. D'où :

$$\vec{R} = \vec{E} \times \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{E} \times \left(\frac{\vec{u}_r}{\mu_0 c} \times \vec{E} \right) = \frac{\vec{E}^2}{\mu_0 c} \vec{u}_r = \frac{\mu_0}{16\pi^2 c} \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \ddot{p}^2 \left(t - \frac{r}{c} \right) \vec{u}_r.$$

b) la puissance instantanée rayonnée à travers une sphère Σ de centre O de rayon R est :

$$\mathcal{P}(t) = \oiint_{\Sigma} \vec{R}(M, t) \cdot d\vec{s}(M) = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\mu_0}{16\pi^2 c} \frac{\sin^2 \theta}{R^2} \ddot{p}^2(t - R/c) R^2 \sin \theta d\theta d\varphi = \frac{\mu_0 \ddot{p}^2(t - R/c)}{16\pi^2 c} \times 2\pi \times \frac{4}{3}.$$

$$\text{Or: } p(t) = p_0 \cos(\omega t) \Rightarrow \ddot{p} \left(t - \frac{r}{c} \right) = -\omega^2 p_0 \cos(\omega(t - r/c)). \text{ D'où : } \langle \mathcal{P}_m \rangle = \frac{\mu_0}{6\pi c} \langle \ddot{p}^2(t - R/c) \rangle_T = \frac{\mu_0}{12\pi c} \omega^4 p_0^2.$$

c) la propagation est supposée dans le vide illimité (pas de puissance cédée aux charges et pas de stockage d'énergie électromagnétique), donc le vecteur radiant est à flux conservatif.

$$\text{I.C.2) } \mathcal{E}_0 = \frac{1}{\Sigma} \iint_{\Sigma} \langle \vec{R} \rangle \cdot d\vec{s} = \frac{\vec{E}_0^2}{2\mu_0 c}; \vec{p}(t) = \frac{e^2}{m\omega_0^2} \vec{E}(0, t) \Rightarrow \langle \ddot{p}^2(t - r/c) \rangle = \frac{e^4 \omega^4}{m^2 \omega_0^4} \frac{\vec{E}_0^2}{2} = \frac{e^4 \omega^4}{m^2 \omega_0^4} \mu_0 c \mathcal{E}_0. \text{ D'où :}$$

$$\langle \mathcal{P}_m \rangle = \frac{\mu_0^2 e^4}{6\pi m^2} \mathcal{E}_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^4. \sigma = \frac{\mu_0^2 e^4}{6\pi m^2}. \sigma \text{ est homogène à une surface.}$$

Remarque : Dans cette expression, l'atténuation de l'onde due au rayonnement n'est pas prise en compte.

I.C.3) la puissance rayonnée par les molécules de la couche d'atmosphère comprise entre z et $z+dz$ en

$$\text{interaction avec l'onde est : } d\mathcal{P}_{\text{ray}}(z) = \langle \mathcal{P}_m \rangle n(z) S dz = \sigma \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^4 n(z) \mathcal{E}(z) S dz = \sigma \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^4 n(z) \mathcal{P}(z) dz = \alpha(z) \mathcal{P}_{\text{ray}}(z).$$

$$\text{D'où : } \alpha(z) = n(z) \sigma \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^4.$$

I.D – Choix de la source laser - Étude d'une source laser à solide : le saphir dopé titane : Ti : saphir

I.D.1) cristal ionique de Corindon

a) configuration électronique de Al : $[Al] = 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1$. Al renferme 3 électrons de valence. Le cation le plus stable qu'il peut former est Al^{3+} de configuration $[Al^{3+}] = 1s^2 2s^2 2p^6 = [Ne]$ similaire à celle du Néon (gaz rare).

b) La neutralité électrique de l'édifice de formule Al_pO_3 implique: $3p - 2 \times 3 = 0 \Rightarrow p = 2$. D'où la formule de l'oxyde: Al_2O_3 (alumine).

c) le nombre d'ions O^{2-} par maille est $N_O = 1 + 4 \times \frac{1}{12} + 4 \times \frac{1}{6} = 2$. Donc, d'après la neutralité de la structure, le nombre des ions Al^{3+} est : $N_{Al} = \frac{2}{3} N_O = \frac{4}{3}$. Les ions Al^{3+} occupent $\frac{N_{Al} \times 100}{2} = \frac{200}{3} \# 66,7\%$ des sites octaédriques de la structure du Corindon.

d) la masse volumique du Corindon est $\mu = \frac{N_O \times M(O) + N_{Al} \times M(Al)}{N_A \times V_{maille}} = \frac{2 \times M(O) + 4 \times M(Al) / 3}{N_A \times a^2 c \times \sin(\pi/3)}$.

AN : $\mu \# 3960 \text{ kg.m}^{-3}$.

e)

i) distance cation – anion

$$d_{Al-O}^2 = \left(\frac{c}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{2 \cos 30^\circ}\right)^2$$

$$\Rightarrow d_{Al-O} = \sqrt{\left(\frac{c^2}{16} + \frac{a^2}{3}\right)}$$

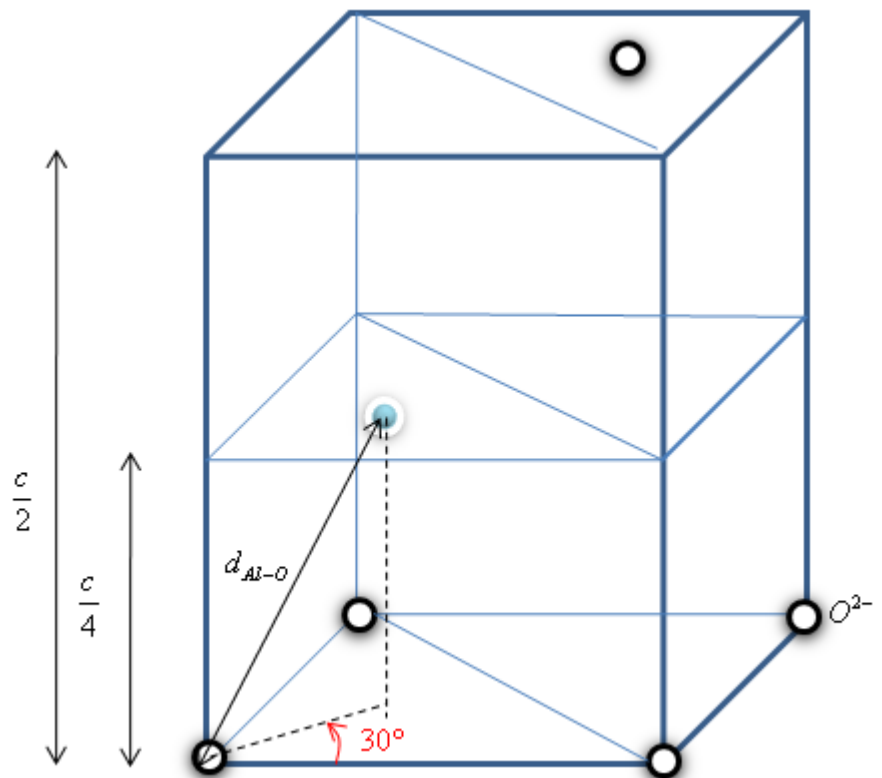
AN : $d_{Al-O} \# 192 \text{ pm}$

ii) rayon cationique

$$d_{Al-O} = R(O^{2-}) + R(Al^{3+})$$

$$\Rightarrow R(Al^{3+}) = d_{Al-O} - R(O^{2-})$$

AN : $R(Al^{3+}) \# 66,5 \text{ pm}$



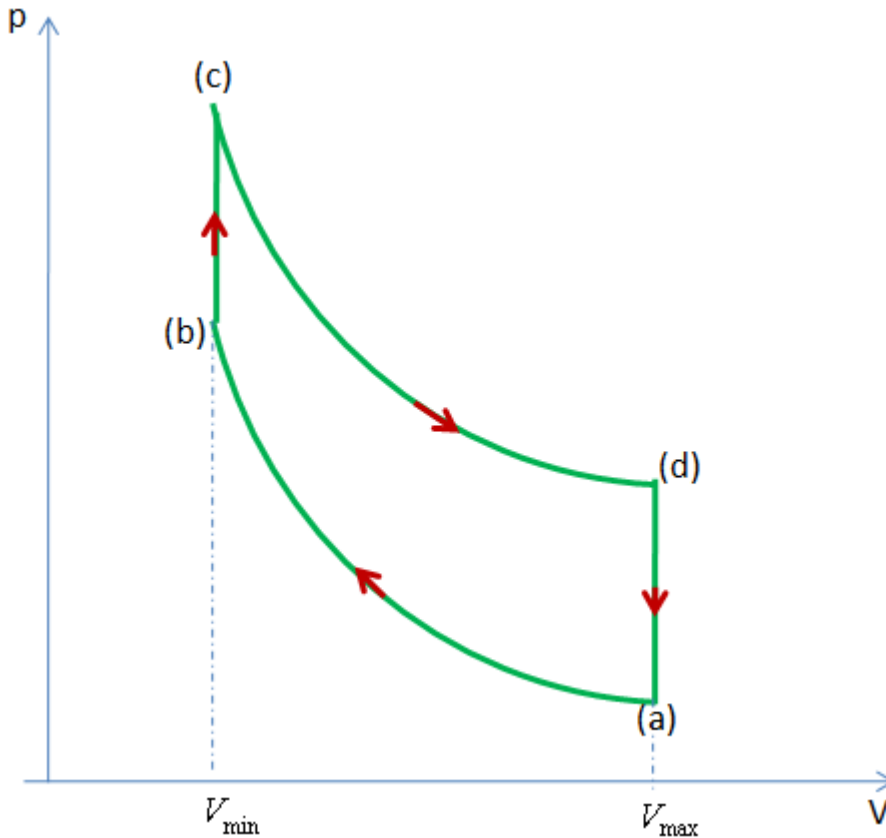
I.D.2) Source laser à solide Ti : saphir

a) plus la charge du cation est grande, plus ses électrons périphériques sont retenus par le noyau (constante d'écran plus faible). Le rayon cationique diminue donc avec la charge.

b) $d_{Al-O} = 100 \frac{R(Ti^{3+}) - R(Al^{3+})}{R(Al^{3+})} \# 13\% < 15\%$. Al^{3+} peut être substitué par Ti^{3+} dans la structure du Corindon.

II. Production anthropogénique de dioxyde de carbone

II. A. allure du cycle thermodynamique dans le diagramme de Clapeyron



II.B. $V_2 = V_{\min} = V_{\max}$ -Cylindrée = 100 cm^3 . $\alpha = V_1/V_2 = 10$.

II.C. $T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}$ et $p_2 V_2^{\gamma} = p_1 V_1^{\gamma} \Rightarrow T_2 = T_1 \alpha^{(\gamma-1)}$ et $p_2 = p_1 \alpha^{\gamma}$. AN : $T_2 \# 753 \text{ K}$; $p_2 \# 25 \text{ bar}$.

II.D. Etat physique de l'octane pure

II.D.1. le volume molaire de la phase liquide est négligeable devant celui de la phase vapeur. en effet, pour les gaz supposés parfaits, $V_{m,\text{gaz}} = \frac{RT}{p}$ et $V_{m,\text{liq}} = \frac{M_i}{\rho_{i,\text{liq}}} \cdot V_{m,\text{oct}} \# 0,16 \text{ L.mol}^{-1}$ et $V_{m\text{H}_2\text{O},\text{liq}} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ L.mol}^{-1}$. sous,

p_2 et T_2 $V_{m,\text{gaz}} \# 2,5 \text{ L.mol}^{-1} \gg V_{m,\text{liq}}$. D'où l'approximation : $\frac{dp}{dT} \simeq \frac{\Delta H_{\text{éb}}^0}{TV_{m,\text{gaz}}}$.

II.D.2. $V_{m,\text{gaz}} = \frac{RT}{p}$.

II.D.3. sur la courbe d'équilibre liquide-gaz, $\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta H_{\text{éb}}^0}{TV_{m,\text{gaz}}} = \frac{p \Delta H_{\text{éb}}^0}{RT^2} \Rightarrow d \ln p = -\frac{\Delta H_{\text{éb}}^0}{R} d\left(\frac{1}{T}\right)$. d'où :

$$p(T) = p^0 \exp\left[-\frac{\Delta H_{\text{éb}}^0}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\text{éb}}}\right)\right].$$

II.D.4. AN : pour l'octane : $T_{\text{éb}} \# 400 \text{ K}$. $p(T_2) \# 140 \text{ bar} > p_2$, trop faible. l'octane est à l'état gazeux sous p_2 à T_2 .

II.E. Etat physique de l'eau pure

II.E.1.

1	2	3	4
gaz	solide	liquide	Fluide hypercritique

II.E.2. A : point triple ; C : point critique ; abscisse de B : température d'ébullition sous pression atmosphérique.

II.E.3. $T_2 > T_C$: H_2O est l'état fluide hypercritique.

II.F. équation de la réaction de combustion de l'octane : $C_8H_{18(g)} + \frac{25}{2}O_{2(g)} \Leftrightarrow 8CO_{2(g)} + 9H_2O_{(g)}$ (1).

II.G. $\Delta_r H_1^0 = 9\Delta_f H^0(H_2O_{(g)}) + 8\Delta_f H^0(CO_{2(g)}) - \Delta_f H^0(C_8H_{18(g)}) - \frac{25}{2}\Delta_f H^0(O_{2(g)})$.

$\Delta_r S_1^0 = 9S_m^0(H_2O_{(g)}) + 8S_m^0(CO_{2(g)}) - S_m^0(C_8H_{18(g)}) - \frac{25}{2}S_m^0(O_{2(g)})$.

AN : $\Delta_r H_1^0 \# -5097 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$. $\Delta_r S_1^0 \# 408,5 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

II.H. $K_1^0(T) = \exp\left(-\frac{\Delta_r G_1^0}{RT}\right)$, $\Delta_r G_1^0 = \Delta_r H_1^0 - T\Delta_r S_1^0$. AN : $K_1^0(T_2) \# 4,4 \cdot 10^{374} \gg 1$: réaction totale.

II.I. - La réaction, étant exothermique ($\Delta_r H_1^0 < 0$), est thermodynamiquement favorisée aux basses températures selon la loi de Van't Hoff.

- $\Delta_r \nu_{\text{gaz}} = 8 + 9 - 1 - \frac{25}{2} > 0$. La réaction est accompagnée par une augmentation de la quantité des gaz.
Elle est donc favorisée aux basses pressions (loi de Le Chatelier).

II.J. $n_{\text{oct},0} = \frac{\rho V_{\text{oct}}}{M_{\text{oct}}} \# 5,65 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$. $n_{O_2,0} \simeq \frac{p_1 V_1}{5RT_1} \# 8 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$. $n_{N_2,0} \simeq \frac{4p_1 V_1}{5RT_1} \# 32 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$.

$\frac{2n_{O_2,0}}{25} \# 6,4 \cdot 10^{-3} \text{ mol} > n_{\text{oct},0}$: l'octane est le réactif limitant.

II.K. la consommation moyenne en essence est de $n_{m,\text{oct}} = \frac{4,3\rho_{\text{oct}}}{M_{\text{oct}}} \# 0,26 \text{ mol} / \text{km}$. la réaction de combustion, étant totale, la production en CO_2 est de $m_{CO_2} = 8n_{m,\text{oct}}M_{CO_2} \# 93 \text{ g} / \text{km}$. La quantité de CO_2 produite par jour, vu le grand nombre de véhicules qui roulent sur terre est assez considérable.

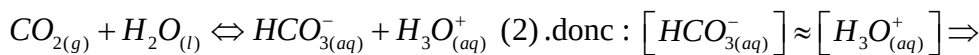
III. Acidité des eaux de pluie

III.A – Acidité due au dioxyde de carbone gazeux

III.A.1) $CO_{2(aq)} + H_2O_{(l)} \Leftrightarrow HCO_3^-(aq) + H_3O^+(aq)$ (1), K_{a1} ; $CO_{2(g)} + H_2O_{(l)} \Leftrightarrow HCO_3^-(aq) + H_3O^+(aq)$ (2).

$CO_{2(g)} \Leftrightarrow CO_{2(aq)}$ (3) . (2) = (1) + (3) $\Rightarrow K_2 = K_3 K_{a1}$. AN : $\Rightarrow K_2 \# 1,4 \cdot 10^{-8}$.

III.A.2) on néglige l'autoprotolyse de l'eau et la 2^{ième} acidité de CO_2 (OH^- et CO_3^{2-} sont minoritaires).



$$K_2 = \frac{[HCO_{3(aq)}^-][H_3O_{(aq)}^+]}{p_{CO_{2(g)}}} \approx \frac{[H_3O_{(aq)}^+]^2}{p_{CO_{2(g)}}} \Rightarrow pH \approx \frac{1}{2} \left(pK_2 - \log \left(\frac{p_{CO_{2(g)}}}{p^0} \right) \right) . \text{AN : } pH \# 5,6 : \text{l'eau de pluie}$$

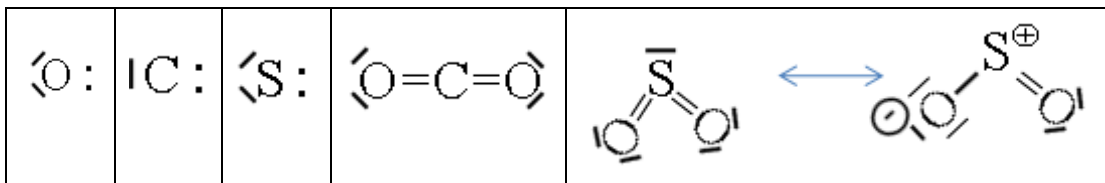
est acide à cause du dioxyde de carbone dissous.

($pH < 6$: OH^- est bien minoritaire. $pH < 8,3$: CO_3^{2-} est ultraminoritaire).

III.A.3) $pH \# 5,57$. le pH va diminuer de $\Delta pH \# 0,05$. L'augmentation de l'acidité des eaux aura, au fil des années, des répercussions sur les écosystèmes (phone et flore).

III.B – Acidité due au dioxyde de soufre gazeux

III.B.1) $[O] = 1s^2 2s^2 2p^4$; $[C] = 1s^2 2s^2 2p^2$; $[S] = 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$.



- Contrairement à CO_2 , SO_2 est polaire, donc très soluble dans un solvant polaire tel que H_2O .
- SO_2 présente des formules limites chargées, donc plus soluble dans l'eau.

III.B.2) $K_{2'} = K_3 \cdot K_{a1'}$. AN : $K_{2'} = K_3 \cdot K_{a1'}$. $K_{2'} \# 0,02$.

$$pH' \approx \frac{1}{2} \left(pK_{2'} - \log \left(\frac{p_{SO_{2(g)}}}{p^0} \right) \right) \# 5,2 . (pH' < \frac{pK_e}{2} - 1 < pK_{a2'} - 1 \text{ autoprotolyse et 2}^{ième} \text{ acidité bien négligeables}).$$

Bien que la teneur de l'atmosphère en CO_2 est beaucoup plus importante qu'en SO_2 , la solubilisation de ce dernier donne des eaux plus acides.

$$\text{III.B.3) a) } \frac{d \ln(pK_{2'})}{dT} = \frac{\Delta_r H_{2'}^0}{RT^2} .$$

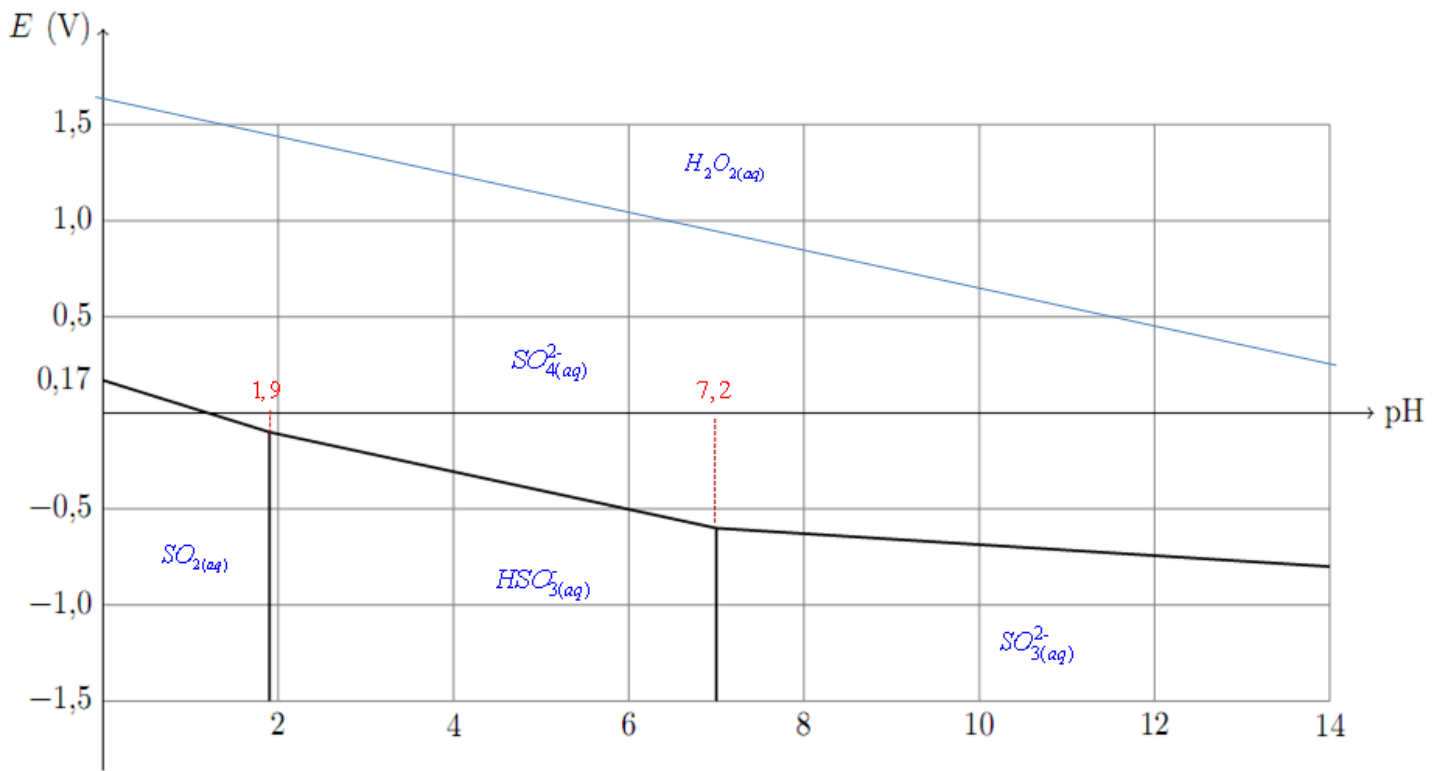
$$\text{b) } pH' \approx \frac{1}{2} \left(\log(K_{2'}) - \log \left(\frac{p_{SO_{2(g)}}}{p^0} \right) \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\ln(K_{2'})}{\ln(10)} - \log \left(\frac{p_{SO_{2(g)}}}{p^0} \right) \right) \Rightarrow \frac{dpH'}{dT} = 2 \ln(10) \frac{\Delta_r H_{2'}^0}{RT^2} .$$

c) AN : $\Delta pH' \approx 2 \ln(10) \frac{\Delta_r H_{2'}^0}{RT^2} \Delta T \# -0,16$. l'acidité des eaux due aux polluants sulfuriques est accentuée par le réchauffement climatique.

III.C – Acidité due à la formation « d'acide sulfurique »

III.C.1) .

espèce	SO_4^{2-}	$SO_{2(aq)}$	HSO_3^-	SO_3^{2-}
n.o(S)	VI	IV		



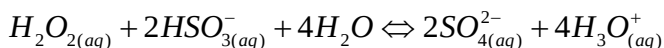
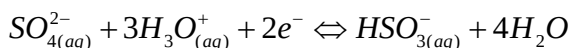
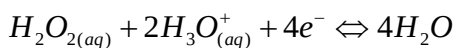
- Sur chaque frontière verticale, il y'a, par convention, équipartition de l'élément soufre entre les deux formes acide et basique et par conséquent égalité des concentrations de l'acide et de sa base conjuguée $\Rightarrow pH = pK_a$.
- $SO_{4(aq)}^{2-} + 4H_3O_{(aq)}^+ + 2e^- \Leftrightarrow SO_{2(aq)} + 6H_2O$: l'équation de la frontière est :

$$E_1 = E^0_{(SO_{4(aq)}^{2-}/SO_{2(aq)})} + \frac{0,06}{2} \log \left(\frac{[SO_{4(aq)}^{2-}]}{[SO_{2(aq)}]} \right) - \frac{4 \times 0,06}{2} pH = E_1 = E^0_{(SO_{4(aq)}^{2-}/SO_{2(aq)})} - \frac{4 \times 0,06}{2} pH .$$

D'où: $E^0_{(SO_{4(aq)}^{2-}/SO_{2(aq)})} = 0,17V$.

III.C.2) $H_2O_{2(aq)} + 4H_3O_{(aq)}^+ + 4e^- \Leftrightarrow 6H_2O$. $E_2 = 1,77 + \frac{0,06}{4} \log [H_2O_{2(aq)}] - 0,06 pH \approx 1,56 - 0,06 pH$ (V) .

Pour $4 < pH < 5,5$, le degré d'oxydation IV est sous forme $HSO_{3(aq)}^-$. D'où l'équation bilan :



III.C.3) l'oxydation de $HSO_{3(aq)}^-$ donnerait un pH plus faible pour deux raisons :

- La réaction produit 2 moles de $H_3O_{(aq)}^+$ par mole de $HSO_{3(aq)}^-$ oxydée.
- La disparition de $HSO_{3(aq)}^-$ favorise la solubilisation du dioxyde de soufre (effet d'ion commun).

IV. Formation et suivi des nuages

IV.A – stabilité de l'atmosphère

IV.A.1) Equilibre de l'atmosphère isotherme

a) La condition d'équilibre s'écrit : $p(z)S\bar{u}_z - p(z+dz)S\bar{u}_z - \rho(z)Sdzg\bar{u}_z = \vec{0} \Rightarrow \frac{dp(z)}{dz} = -\rho(z)g$.

L'air est supposé parfait, donc :

$$\rho(z) = \frac{Mdn}{dV} = \frac{Mp(z)}{RT(z)} \Rightarrow \frac{dp(z)}{dz} = -\frac{Mp(z)}{RT(z)} g \quad (1).$$

b) Pour une atmosphère en équilibre isotherme à T_0 , (1)

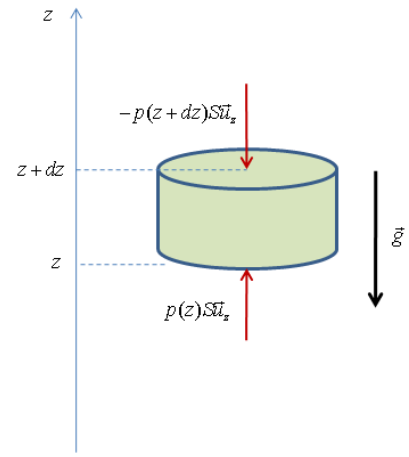
$$\Rightarrow \frac{dp(z)}{p(z)} = d \ln(p(z)) = -\frac{Mg}{RT_0} dz = -\frac{dz}{H} \Rightarrow p(z) = p(0) \exp\left(-\frac{z}{H}\right).$$

où : $H = \frac{RT_0}{Mg}$.

c) $[z]/[H] = 1 \Rightarrow [H] = L$.

d) $M = \frac{M(O_2)}{5} + \frac{4M(N_2)}{5} = \frac{32 + 4 \times 28}{5} = 28,8 g.mol^{-1}$.

e) AN : $H \approx 8 km$. La pression et la densité volumique diminuent exponentiellement avec l'altitude sur une distance caractéristique de 8 km environ. L'épaisseur de l'atmosphère dans ce modèle est de quelques H .



IV.A.2) équilibre de l'atmosphère adiabatique

a) Loi de Laplace : Au cours d'une transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait, $p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T = cste$ (2).

b) (2) et (1) $\Rightarrow \frac{dT}{T} + \frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{dP}{p} = 0 \Rightarrow \Gamma_a = -\frac{dT}{dz} = -\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{TdP}{pdz} = \frac{(\gamma-1) Mg}{\gamma R}$.

c) AN : $\Gamma_a \approx -9,7 K.km^{-1}$. Dans le modèle de l'atmosphère adiabatique, la température diminue, régulièrement avec l'altitude, à raison de 10°C par km environ.

d) $T(z) = T(0) + \Gamma_a z = T(0) - \frac{(\gamma-1) Mg}{\gamma R} z$.

e) D'après la loi de Laplace : $p(z) = p(0) \left(\frac{T(0)}{T(0) + \Gamma_a z} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$.

f) Modèle irréaliste pour les hautes altitudes. Il faut prendre en compte la variation de g avec l'altitude.

IV.A.3) Stabilité

a) Pour un équilibre isotherme : $\Gamma = 0$. dans le model adiabatique : $\Gamma_a = \frac{(\gamma-1) Mg}{\gamma R}$.

b) Suite à la perturbation, la particule de fluide se déplace verticalement sans déformation horizontale $\Rightarrow p_p(z) = p(z)$.

c) La particule de fluide est soumise à l'effet de son poids et à la poussée d'Archimède de l'air environnant : $\delta \vec{F} = \delta \vec{P} + \delta \vec{\pi} = \rho_p \delta V_p \vec{g} - \rho \delta V_p \vec{g} = \delta V_p(z) (\rho(z) - \rho_p(z)) g \vec{u}_z$.

d) Le PFD appliqué à la particule de fluide s'écrit : $\rho_p \delta V_p \frac{d^2 z}{dt^2} \vec{u}_z = \delta \vec{F} \Rightarrow \rho_p(z) \frac{d^2 \delta z}{dt^2} = (\rho(z) - \rho_p(z)) g$.

Or, au 1^{ier} ordre :

$$\begin{aligned} p(z) = p_p(z) \Rightarrow \rho(z) - \rho_p(z) &= \frac{Mp(z)}{R} \left(\frac{1}{T(z)} - \frac{1}{T_p(z)} \right) = \frac{Mp(z)}{R} \left(\frac{1}{T(z_0) - \Gamma(z) \delta z} - \frac{1}{T(z_0) - \Gamma_a(z) \delta z} \right) \\ &= \frac{Mp(z)}{RT(z_0)} \left(\frac{1}{1 - \frac{\Gamma(z)}{T(z_0)} \delta z} - \frac{1}{1 - \frac{\Gamma_a(z)}{T(z_0)} \delta z} \right) \approx -\frac{Mp(z)}{RT^2(z_0)} (\Gamma_a(z) - \Gamma(z)) \delta z. \text{ de même :} \end{aligned}$$

$\rho_p \frac{d^2 z}{dt^2} = \rho_p (z_0 + \delta z) \frac{d^2 (z_0 + \delta z)}{dt^2} \approx \frac{Mp(z)}{RT(z_0)} \left(1 - \frac{\Gamma_a(z)}{T(z_0)} \delta z \right) \frac{d^2 (\delta z)}{dt^2} \approx \frac{Mp(z)}{RT(z_0)} \frac{d^2 (\delta z)}{dt^2}$. On en déduit

l'équation différentielle : $\frac{d^2 (\delta z)}{dt^2} + \frac{g}{T(z_0)} (\Gamma_a(z) - \Gamma(z)) \delta z = 0$. de la forme : $\frac{d^2 (\delta z)}{dt^2} + k \delta z = 0$ (3).

Où : $k = \frac{g}{T(z_0)} (\Gamma_a(z) - \Gamma(z))$.

- e) L'atmosphère est stable pour $k > 0$. Soit : $\Gamma_a(z) > \Gamma(z)$. (solution de (3) convergente)
- f) Pour une atmosphère isotherme, $k = \frac{g\Gamma_a(z)}{T(z_0)} > 0$. Elle est donc stable.
- g) Dans une atmosphère stable les nuages sont plans. Dans une atmosphère instable les nuages sont dotés de mouvements de convection verticaux.

IV.B – Le LIDAR pour les mesures de vents

IV.B.1) Effet Doppler

a) $\vec{E}_r(M, t) = E_{0r} \cos(2\pi f' t + kx + \varphi_r) \vec{u}_z$.

En notation complexe, $\vec{E}_r(M, t) = \vec{E}_{0r} e^{j(2\pi f' t + kx)}$; $\vec{E}_{0r} = E_0 e^{j\varphi_r} \vec{u}_z$ et $\vec{E}_i(M, t) = \vec{E}_0 e^{j(2\pi f' t - kx)}$; $\vec{E}_0 = E_0 e^{j\varphi} \vec{u}_z$.

- b) Le champ $\vec{E}_1 = \vec{E}_i + \vec{E}_r$ est polarisé normalement au plan conducteur parfait. Le champ électrique est donc continu. En effet : à l'intérieur du conducteur parfait, $\vec{E}_2 = \vec{0}$. En un point M* de l'interface vide – conducteur, $\vec{E}_2(M^*, t) - \vec{E}_1(M^*, t) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_x = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}_2(M^*, t) = \vec{E}_1(M^*, t)$ (1).

$$(1) \Rightarrow \vec{E}_1(x^* = vt, t) = \vec{0}, \forall t \Rightarrow \vec{E}_{0r} = -\vec{E}_0 \quad (E_{0r} = E_0 \text{ et } \varphi_r = \varphi + \pi) \text{ et } 2\pi f \left(t - \frac{vt}{c} \right) = 2\pi f' \left(t + \frac{vt}{c} \right).$$

soit : $f' = f \frac{1 - (v/c)}{1 + (v/c)}$.

IV.B.2) Application à la mesure de la vitesse du vent

a) $v \ll c \Rightarrow f' = f \frac{1 - (v/c)}{1 + (v/c)} \approx f (1 - (v/c))^2 \approx f \left(1 - \frac{2v}{c} \right)$. $f' - f = -\frac{2fv}{c}$.

b) $\frac{f' - f}{f} \approx -\frac{2v}{c}$. AN : $\frac{f' - f}{f} \sim -10^{-7}$.

c) $\tau = \frac{1}{f - f'} \approx \frac{c}{2vf} = \frac{\lambda}{2v}$, AN : $\tau \approx 0,3 \mu s \sim 10\tau_D$.

- d) $\tau_D \sim \tau / 30$ Le détecteur peut effectuer environ 30 mesures par période du signal reçu. Il est donc suffisamment rapide pour enregistrer les variations instantanées de l'onde hétérodyne :

$$s_H(t) = s_0 \left[\vec{E}_{OL}(M, t) + \vec{E}_D(M, t) \right]^2 = s_0 \left[E_O^2 + E_{OD}^2 + 2E_O E_{OL} \cos(2\pi(f - f')t - (\varphi(M) - \varphi'(M))) \right].$$