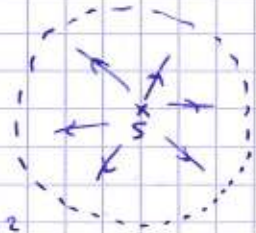


I Chauffage par énergie solaire.

I.A) Puissance absorbée.

① Puissance surfacique p_i

* P est la puissance rayonnée par le soleil à travers une sphère de rayon d_{rs} , de surface $S = \pi (d_{rs})^2$



D'où la puissance surfacique : $p_i = \frac{P}{S} = \frac{4P}{\pi d_{rs}^2}$

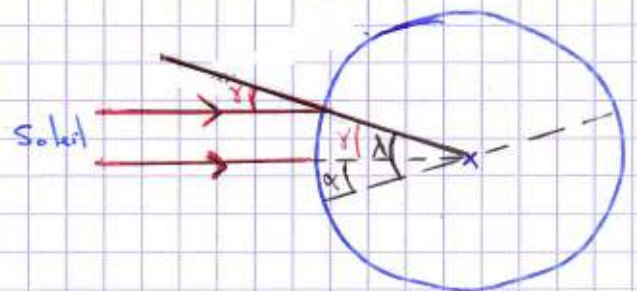
AN: $p_i = \frac{3,85 \cdot 10^{26} \times 4}{\pi \times (1,50 \cdot 10^{11})^2} = \underline{\underline{21,8 \text{ kW.m}^{-2}}}$

* Les rayons lumineux sont en partie réfléchis et absorbés par l'atmosphère, c'est pourquoi cette puissance n'est pas intégralement disponible à la surface de la Terre.

② Puissance surfacique p_e

2.a) Déterminons l'inclinaison γ :

$$\gamma = \lambda - \alpha$$



AN: $\gamma = 49 - 23 = \underline{\underline{26^\circ}}$

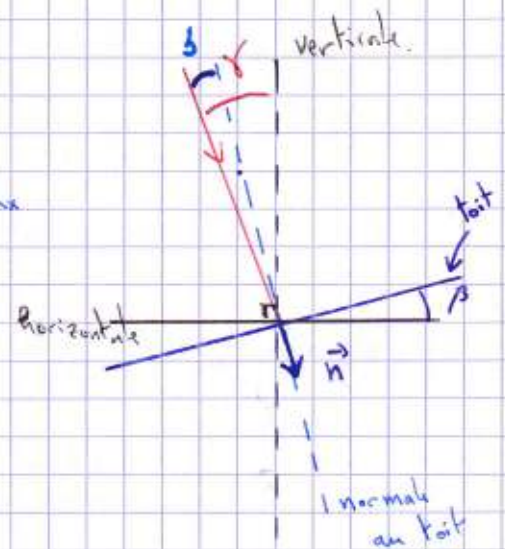
2.b) Soit $\vec{n}$ le vecteur normal (unitaire) au toit.

$$p_e = p_i \cos \beta$$

où $\beta = \gamma - \alpha$ est l'angle entre les rayons lumineux et la normale au toit.

(Cela vient du calcul de $dP = \vec{\Pi} \cdot d\vec{S}$

où $\vec{\Pi}$ est le vecteur de Poynting associé à l'onde lumineuse).



A.N. : $P_2 = 21,8 \cdot 10^3 \times \cos(6^\circ) = \underline{\underline{21,7 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2}}}$

③ Surface des panneaux.

* Puissance reçue par le panneau : $P_0' = P_2 \times S$

Il restitue alors la puissance : $P_0 = P_2 \cdot S \cdot \eta$.

D'où la surface $S = \frac{P_0}{\eta \cdot P_2}$

* A.N. : $S = \frac{2,20 \cdot 10^3}{0,70 \times 21,7 \cdot 10^3} = \underline{\underline{0,145 \text{ m}^2}}$

④ Les panneaux ont surface supérieure à S pour fournir P_0 pour compenser les pertes dues à la réflexion des rayons sur les panneaux.

I.b) Chauffage d'un ballon d'eau chaude.

① Durée du chauffage Δt_1 (sans perte)

* Système : V_0 d'eau. ($m = \rho_0 \cdot V_0$)

* Transformad. : passage de θ_0 à θ_1

* 1^{er} principe : $\Delta U = W + Q = P_0 \cdot \Delta t_1$

* "Loi de Joule" : $\Delta U = V_0 \rho_0 c \Delta \theta = V_0 \rho_0 c (\theta_1 - \theta_0)$

d'où $\Delta t_1 = \frac{V_0 \rho_0 c (\theta_1 - \theta_0)}{P_0}$

A.N. : $\Delta t_1 = \frac{0,300 \times 10^{-3} \times 4,18 \cdot 10^3 \times (60 - 15)}{2,2 \cdot 10^3} = \frac{56550}{2200} \text{ s} \approx 25,7 \text{ s}$

$\Delta t_1 \approx 7808 \text{ min.}$

(c'est raisonnable)

② Puissance perdue par le fluide caloporteur.

* Système "ouvert": fluide caloporteur. entre A et B

* 1^{er} principe: $\Delta Q_h = P_R + P_i$

Ici la ^{seule} puissance qui intervient est la perte $P_R = P_p$.

* "Loi de Joule": $\Delta h = c \cdot \Delta T = c \cdot \Delta \theta$.

D'où $D \cdot c \cdot \Delta \theta = P_p$

AN: $P_p = 1,2 \cdot 10^2 \times 3,3 \cdot 10^3 \times 6,5 = \underline{\underline{0,26 \text{ kW}}}$.

③ Durée du chauffage Δt_2 (avec pertes).

* Système: V_0 d'eau.

* 1^{er} principe: $\Delta U = (P_0 - 2P_p) \Delta t_2$

* De plus: $\Delta U = V_0 \rho \cdot c_0 (\theta_1 - \theta_0)$

D'où $\Delta t_2 = \frac{V_0 \rho \cdot c_0 (\theta_1 - \theta_0)}{P_0 - 2P_p}$

AN: $\Delta t_2 = \frac{9,300 \times 10^3 \times 4,18 \cdot 10^3 (60 - 15)}{2,2 \cdot 10^3 - 2 \times 0,26 \cdot 10^3} = 33,6 \cdot 10^3 \text{ s} \approx \underline{\underline{9,33 \text{ h}}}$.

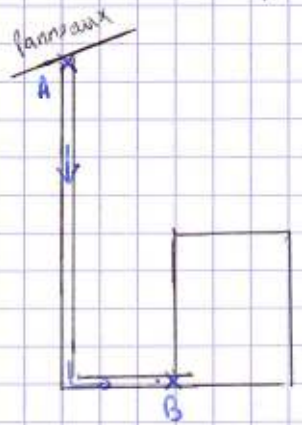
$\Delta t_2 \approx 9 \text{ h } 20 \text{ min.}$ (temps raisonnable, aussi)

④ * La puissance perdue le long d'une conduite est proportionnel à la différence de température entre l'intérieur et l'extérieur du tube.

* Le fluide qui remonte a une température plus faible (que le fluide qui descend) et donc plus proche de la température extérieure.

* Ainsi la puissance perdue par le fluide qui remonte devrait être inférieure à P_p .

⑤ L'échangeur est placé en bas. En effet, l'eau chauffée va monter par convection dans le ballon ce qui assurera une meilleure homogénéisation de la température de l'eau.



I.C/ Dilatation des tuyaux.

① Régression linéaire : $Sl = f(\vartheta)$

* D'après les résultats expérimentaux : $Sl = 2,88 \times \vartheta - 180,56$
(corrélation 0,993)

D'où la pente $a = 2,88 \left(\frac{1 \text{ mm}}{100} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \right) = 2,88 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} = 2,88 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{K}^{-1}$

② Coefficient de dilatation.

$$\alpha_T = \frac{1}{l} \left(\frac{\partial l}{\partial T} \right)_p = \frac{a}{l}$$

AN : $\alpha_T = \frac{1}{2,0} \times 2,88 \cdot 10^{-5} = 1,44 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

* La valeur est proche de α_{T_0} , mais légèrement inférieure

$$\Rightarrow \frac{\Delta \alpha_T}{\alpha_{T_0}} = \frac{1,64 \cdot 10^{-5} - 1,44 \cdot 10^{-5}}{1,44 \cdot 10^{-5}} \approx 12\%$$

③ Dilatation maximale.

$$\alpha_T = \frac{1}{l} \left(\frac{\partial l}{\partial T} \right)_p \approx \frac{1}{l} \frac{\Delta l_{\max}}{\Delta T_{\max}} = \frac{1}{l} \frac{\Delta l_{\max}}{\Delta \vartheta_{\max}}$$

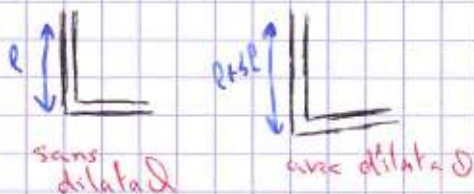
$$\Delta l_{\max} \approx \alpha_T \cdot l \cdot \Delta \vartheta_{\max}$$

(cela se fait en tenant compte de l'ordonnée à l'origine)

AN : $\Delta l_{\max} = 1,44 \cdot 10^{-5} \times 6,0 \times (30 - 15) = 6,48 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 6,48 \text{ mm}$

* Cette dilatation est faible par rapport à la longueur des tuyaux ($\approx 1\%$).

Elle pourra être compensée par une déformation légère au niveau d'un corde placé en haut ou en bas du tube.



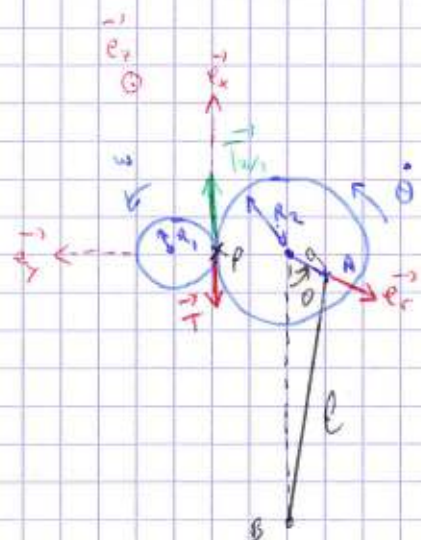
* La puissance thermique échangée entre le fluide caloporteur et l'eau est proportionnelle à la différence de température. Plus celle-ci est importante, plus l'eau chauffera rapidement, c'est pourquoi le fluide caloporteur à une température plus élevée.

II Pompage par éolienne.

II.A Etude mécanique.

① Condition de roulement sans glissement.

- * La condition s'écrit : $R_1 \omega = -R_2 \dot{\theta}$
(Les roues tournent en sens inverse).



$$R_1 \omega = -R_2 \frac{d\theta}{dt}$$

② T.M.C pour D1

- * Système : { D1 + hélice }.

- * Référentiel : terrestre Rr (galiléen).

- * Moments subis :
- acc du vent : $\vec{C} = -C \vec{e}_z$
 - acc de D2 : $\vec{M}_{O_1} = \vec{O_1 P} \wedge \vec{T}_{D_2} = \vec{O_1 P} \wedge (-\vec{T})$
 $= -R_1 \vec{e}_y \wedge T \vec{e}_x = R_1 T \vec{e}_z$

• les moments du poids et de la réaction de l'axe sont nuls, car ils s'appliquent en O1.

- * T.M.C % à O1z : $J_1 \omega = -C + R_1 \times T$

③ Etude de D2 et de la balle.

Qual Relat entre l, alpha, x0, y0 :

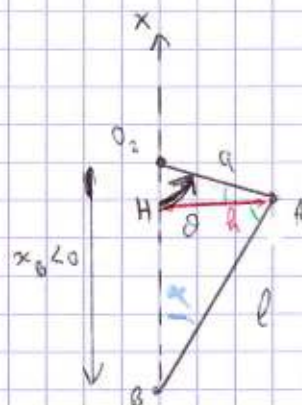
$$x_0 = -O_2 H - HB$$

$$= -a \cos \theta - l \cos \alpha = -a \cos \theta - l \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\text{On pose, } \begin{cases} l = BH = a \sin \theta \\ l = l \sin \alpha \end{cases} \rightarrow \sin \alpha = \frac{a}{l} \sin \theta$$

$$\text{donc } x_0 = -a \cos \theta - l \left(1 - \frac{a^2}{l^2} \sin^2 \theta \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$x_0 = -a \cos \theta - l \left[1 - \frac{a^2}{l^2} (1 - \cos^2 \theta) \right]^{\frac{1}{2}}$$



b) Expression $\ddot{x}_B$:

$$(x_B + a \cos \theta)^2 = l^2 (1 - a^2 \sin^2 \theta) = l^2 - a^2 \sin^2 \theta$$

$$x_B^2 + 2x_B a \cos \theta + a^2 \cos^2 \theta = l^2 - a^2 \sin^2 \theta$$

Dérivons $\Rightarrow 2\dot{x}_B x_B + 2\dot{x}_B a \cos \theta - 2x_B a \dot{\theta} \sin \theta - 2a^2 \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta = -2a^2 \cos \theta \sin \theta$

$$2\dot{x}_B (x_B + a \cos \theta) = 2x_B a \dot{\theta} \sin \theta$$

$$\dot{x}_B = \frac{x_B a \dot{\theta} \sin \theta}{x_B + a \cos \theta}$$

Rq: cette question est sans intérêt pour la suite et purement calculatoire 😊

si Car $a \ll l$: repartons directement de l'expression de x_B .

$$x_B = -a \cos \theta - l \left(1 - \frac{a^2}{l^2} \sin^2 \theta \right) \approx -a \cos \theta - l \quad (\text{ordre 1})$$

Dérivons: $\dot{x}_B \approx +a \dot{\theta} \sin \theta$

④ AcS réciproques.

* Système: tige (de masse $m \neq 0$)

* Référentiel: R_0 (galiléen)

* Forces: $\vec{F}_B$ et $\vec{F}_A$

* 2nd loi de Newton: $0_{\text{cm}} \vec{a} = \vec{F}_A + \vec{F}_B$

Ainsi quelle que soit $\vec{a}$, on a $\vec{F}_A = -\vec{F}_B$ (les forces sont colinéaires).



⑤ THC pour D_2 .

* La tige AB est de masse négligeable d'après ④,

$$-\vec{F} = -(-\vec{F}') \Rightarrow \vec{F} = -\vec{F}'$$

• $(-\vec{F})$: est l'acél de (Σ) sur AB

• $(-\vec{F}')$: est l'acél de D_2 sur AB.

$$\vec{a} \quad \vec{F}' = -\vec{F} = -F \cdot \vec{u}_2$$



* Système: D_2 .

* Référentiel: R_2 (galiléen).

* Moments subis:

- les moments dus poids et de la réaction de l'axe sont nuls car ces forces s'appliquent en O_2 .
- ax. d de D_1 : $\vec{\sigma}_{O_2}(\vec{T}) = \vec{O_2 P} \wedge \vec{T} = (R_2 \vec{e}_y) \wedge (-T \vec{e}_x) = R_2 T \vec{e}_z$
- ax. d de AB: $\vec{\sigma}_{O_2}(\vec{F}') = \vec{O_2 A} \wedge \vec{F}' = (a \vec{e}_r) \wedge (-F \vec{e}_x) =$
 $= -aF \sin(\pi - \theta) \vec{e}_z$
 $= -aF \sin \theta \vec{e}_z$

* TMC pour D_2 , % à O_2 :

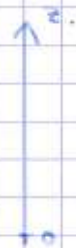
$$J_2 \ddot{\theta} = R_2 T - aF \sin \theta.$$

II.B) Etude hydraulique.

① R.F.S.F. en référentiel galiléen

* Pour un fluide en équilibre: $\frac{dp}{dz} = -\rho g$

où ρ est la masse volumique.



* Rg: cas général: $\text{grad } P = \vec{f}_v$, où $\vec{f}_v$ est la résultante des forces volumiques.

② Résultante des forces de pression sur le piston: $\vec{R}$.

$$\vec{R} = (-P' + P_{atm}) \times s \quad \vec{e}_x$$

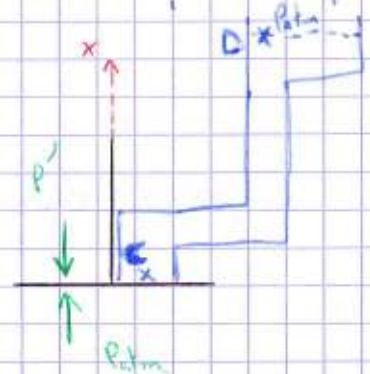
• L'eau est incompressible, $\rho = \text{cte}$, donc par intégral:

$$P_c - P_a = \rho g (z_0 - z_c)$$

$$\text{d'où } P' - P_{atm} = \rho g H. \rightarrow P' = P_{atm} + \rho g H.$$

Ainsi

$$\vec{R}' = -\rho g H \cdot s \quad \vec{e}_x \quad (\text{vers le bas})$$



③ T.R.C pour $\{(\Sigma), \text{piston}\}$

* Système: $\{(\Sigma), \text{piston}\}$

* Forces:
 • poids: $\vec{P} = M\vec{g} = -Mg\vec{e}_x$
 • forces de pression: $\vec{R} = -p_0 g H s \vec{e}_x$
 • accl de A0 sur Σ : $\vec{F} = F\vec{e}_x$

* T.R.C: $M\vec{a} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}$

projeté selon $\vec{e}_x$: $M\ddot{x}_0 = -Mg - p_0 g H s + F$

④ Eq. diff pour θ .

(1) $\left. \begin{aligned} &\bullet R_1 \omega = -R_2 \dot{\theta} \\ &\bullet J_1 \omega = -C + R_1 T \end{aligned} \right\} \Rightarrow J_1 \frac{R_2}{R_1} \dot{\theta} = C - R_2 T. \quad (6)$

(3) $\left. \begin{aligned} &\bullet \ddot{x}_0 = a \ddot{\theta} \sin \theta \\ &\bullet J_2 \ddot{\theta} = R_2 T - a F \sin \theta \end{aligned} \right\} \Rightarrow \ddot{x}_0 = a \ddot{\theta} \sin \theta + a \dot{\theta}^2 \cos \theta \quad (7)$

(4) $\bullet J_2 \ddot{\theta} = R_2 T - a F \sin \theta$

(5) $\bullet M \ddot{x}_0 = -Mg - p_0 g H s + F$

(6) $\Rightarrow T = \frac{C}{R_1} - J_1 \frac{R_2}{R_1^2} \dot{\theta}$

(4) + (6) $\Rightarrow J_2 \ddot{\theta} = \frac{R_2}{R_1} C - J_1 \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \dot{\theta} - a F \sin \theta$

$\Rightarrow a F \sin \theta = \frac{R_2}{R_1} C - J_1 \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \dot{\theta} - J_2 \ddot{\theta}$

(5) $\Rightarrow M \ddot{x}_0 = -Mg - p_0 g H s + F$

$\left(M a \ddot{\theta} \sin \theta + M a \dot{\theta}^2 \cos \theta = -Mg - p_0 g H s + F \right) \times a \sin \theta$

$M a^2 \ddot{\theta} \sin^2 \theta + M a^2 \dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \theta = -Mg a \sin \theta - p_0 g H s a \sin \theta + \frac{R_2}{R_1} C - J_1 \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \dot{\theta} - J_2 \ddot{\theta}$

$\ddot{\theta} \left[J_2 + \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 J_1 + M a^2 \sin^2 \theta \right] = \frac{R_2}{R_1} C - a \sin \theta \left[Mg + p_0 g H s + M a \cos \theta \dot{\theta}^2 \right]$

c'est tout! 😊

⑤ Approximation ($\omega \approx 1 \text{ turn/s}$).

$$\begin{cases} J_2 = 50 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^2 \\ J_1 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 = 10 \cdot 10^3 \times 100 \text{ kg.m}^2 \\ \quad \text{erreur d'arrondi ??} \\ Ma^2 = 100 \times (0,20)^2 = 4,0 \text{ kg.m}^2 \end{cases}$$

Ainsi $J_1 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \gg J_2, Ma^2.$

$$g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$$

$$a \ddot{\theta} = a \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \omega^2 = 0,20 \times \frac{1}{100} \times 2\pi = 1,26 \cdot 10^{-2} \text{ m.s}^{-2}$$

$$g \gg a \ddot{\theta}$$

Ainsi en négligeant les termes correspondants:

$$\ddot{\theta} J_1 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 = \frac{R_2}{R_1} C - a \sin \theta [Mg + p_0 g h_0].$$

⑥ Phase descendante

Lors de la descente la vanne est fermée, la surpression $p_0 g h_0$ n'existe plus

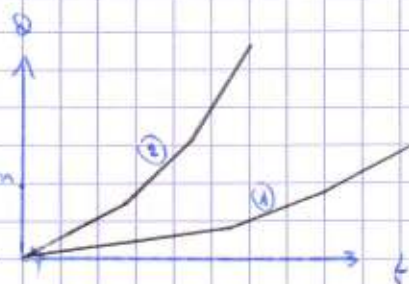
$$\text{d'où } J_1 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \ddot{\theta} = \frac{R_2}{R_1} C - a \sin \theta \cdot Mg.$$

III C) Discussion.

① Identification.

* Courbe 1: θ augmente lentement, le couple est faible: $C_2 = 100 \text{ N.m}$.

* Courbe 2: θ augmente plus vite, $\Rightarrow$ couple fort: $C_2 = 500 \text{ N.m}$.



② Cassures.

* La 1^{ère} cassure correspond à $\theta = \pi$, le poids de (E) accélère la rotation au lieu de la ralentir, d'où la rupture de pente.

* En principe, il faudrait résoudre l'équation en phase descendante de π à 2π .

R_g: il ne faut pas considérer la solution pour $\theta \geq 2\pi$, on repart de 0.



III Etude d'un convertisseur d'énergie hydraulique.

III.A Etude du mouvement de l'équipage mobile.

1) Mise en équation.

1.a) Théorème d'Archimède

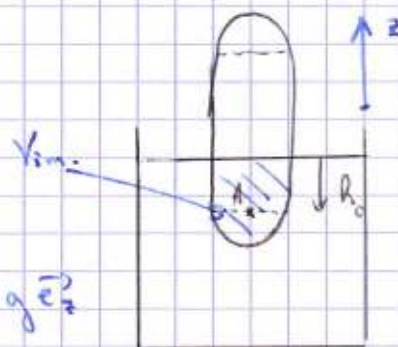
- * Tout corps plongé dans un fluide subit une force (de la part du fluide) égale au poids du fluide déplacé et dirigée vers le haut, appelée "poussée d'Archimède".

1.b) Pos. d'équilibre.

- * Système: flotteur.

- * Référentiel: R_f (galiléen)

- * Forces:
 - poussée d'Archimède: $\vec{T} = -\rho V_{im} \vec{g} = +\rho V_{im} g \vec{e}_z$
 - poids: $\vec{P} = M \vec{g} = -M g \vec{e}_z$



- * À l'équilibre: $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

Selon $\vec{O}_z$: $-Mg + \rho V_{im} g = 0$

de plus $V_{im} = h_0 \cdot \pi a^2 + \frac{2}{3} \pi a^3$

D'où

$$M = \rho h_0 \pi a^2 + \frac{2}{3} \rho \pi a^3$$

1.c) Condi. $h_0 = 2a$.

$$M = \rho \frac{2a}{3} \pi a^2 + \frac{2}{3} \rho \pi a^3$$

d'où $M = \frac{4\pi}{3} \rho a^3$

1.d) Relat.

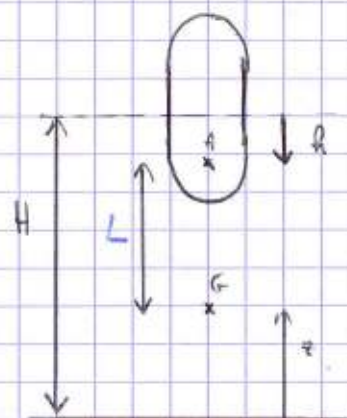
D'après le schéma: $H = h + L + z$

et à l'équilibre $H_0 = h_0 + L + z_0$

↳

$$H - H_0 = h - h_0 + z - z_0$$

$$\text{ou } H - h - z = H_0 - h_0 - z_0$$



1.e) Équation du mouvement Hors-Equilibre.

• Forces:
$$\begin{cases} \vec{P} = -Mg \vec{e}_z = -\frac{4\pi}{3} \rho a^3 g \vec{e}_z \\ \vec{\pi} = (h \pi a^2 + \frac{2}{3} \pi a^3 \rho g) \vec{e}_z = [(h-h_0) \pi a^2 \rho g + \frac{4\pi}{3} \rho a^3 g] \vec{e}_z \\ \text{force cm: } \vec{F}_{em} = -\beta \dot{z} \vec{e}_z \end{cases}$$

• 2nd loi de Newton: $M \vec{a} = \vec{P} + \vec{\pi} + \vec{F}_{em}$

Selon Oz $\Rightarrow M \ddot{z} = -\frac{4\pi}{3} \rho a^3 g + (h-h_0) \pi a^2 \rho g + \frac{4\pi}{3} \rho a^3 g - \beta \dot{z}$

or $\begin{cases} h-h_0 = H-H_0 - (z-z_0) = \eta(t) - \xi(t) \\ \xi(t) = z(t) - z_0 \\ \Rightarrow \dot{\xi} = \dot{z} \quad \text{et} \quad \ddot{\xi} = \ddot{z} \end{cases}$

Ainsi $M \ddot{\xi} = (\eta - \xi) \pi a^2 \rho g - \beta \dot{\xi}$

$M \ddot{\xi} + \beta \dot{\xi} + \gamma \xi = \gamma \eta \quad \text{avec } \gamma = \pi a^2 \rho g.$

② Réponse en régime harmonique.

12.a) Impédance mécanique:

$$\frac{d\xi}{dt} \xleftrightarrow{\quad} \underline{V} \quad / \quad \ddot{\xi} \xleftrightarrow{\quad} j\omega \underline{V} \quad / \quad \xi \xleftrightarrow{\quad} \frac{\underline{V}}{j\omega}$$

Ainsi l'équation du mouvement devient:

$$M j\omega \underline{V} + \beta \underline{V} + \frac{\gamma \underline{V}}{j\omega} = \gamma \underline{\eta}$$

$$\text{d'où } \underline{V} = \frac{\gamma \underline{\eta}}{\beta + j[M\omega - \frac{\gamma}{\omega}]}$$

$\text{soit } \underline{V} = \frac{\gamma \underline{\eta}}{\underline{Z_m}(\omega)} \quad \text{où } \underline{Z_m}(\omega) = \beta + j[M\omega - \frac{\gamma}{\omega}].$

2.b) Impédance de rayonnement.

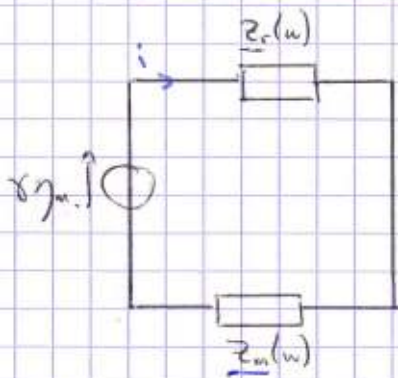
• Ajoutons la force $\vec{F}_r = -Z_r(\omega) \underline{V} \vec{e}_z$ au bilan. Il vient alors à passage aux $\vec{e}$:

$$M j\omega \underline{V} + \beta \underline{V} + \gamma \frac{\underline{V}}{j\omega} = \gamma g_m - Z_r(\omega) \underline{V}$$

$$\text{d'où } \underline{V} = \frac{\gamma g_m}{Z_r(\omega) + \beta + j \left[M\omega - \frac{\gamma}{\omega} \right]}$$

$$\underline{V} = \frac{\gamma g_m}{Z_r(\omega) + Z_m(\omega)}$$

2.c) Analogie électrocinétique:



Pour ce circuit ci-dessus, la loi des Mailles s'écrit:

$$\gamma g_m = [Z_r(\omega) + Z_m(\omega)] \underline{I}$$

On obtient alors pour $\underline{I}$ une expression analogue à celle de $\underline{V}$. γg_m correspond à un générateur de tension sinusoïdale (idéal).

2.d) Puissance rayonnée (moyenne)

* Par analogie, cette puissance correspond à la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans $Z_r(\omega)$.

$$\text{* Rappel: } P_r(\underline{Z}) = \operatorname{Re}(\underline{Z}) \cdot I_{\text{eff}}^2 = \operatorname{Re}(\underline{Z}) \frac{I_m^2}{2}$$

$$\text{Ainsi } \left[P_r = \operatorname{Re}(\underline{Z}_r) \cdot \frac{V_m^2}{2} = \beta_r \cdot \frac{V_m^2}{2} \right]$$

* $\beta_r > 0$: alors $P_r > 0$, cela traduit une perte d'énergie par frottement entre le flotteur et l'eau.

③ Réponse en vitesse.

[3.a] Amplitude $\underline{V}$.

$$* \underline{V} = \frac{\gamma \gamma_m}{z_c + z_m} = \frac{\gamma \gamma_m}{\beta_r + \beta + j[(M + M_{ad})\omega - \frac{\gamma}{\omega}]} = \frac{\frac{\gamma \gamma_m}{\beta + \beta_r}}{1 + j \left[\frac{M + M_{ad}}{\beta + \beta_r} \omega - \frac{\gamma}{\beta + \beta_r} \frac{1}{\omega} \right]}$$

Soit $\underline{V} = \frac{V_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$

avec $V_0 = \frac{\gamma \gamma_m}{\beta + \beta_r}$

et $\begin{cases} Q = \frac{M + M_{ad}}{\beta_r + \beta} \\ Q\omega_0 = \frac{\gamma}{\beta_r + \beta} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q = \frac{[(M + M_{ad}) \gamma]^{\frac{1}{2}}}{\beta_r + \beta} \\ \omega_0 = \left[\frac{\gamma}{M + M_{ad}} \right]^{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

[3.b] Pulsat de résonance:

$$* V_m(\omega) = \frac{V_0}{\left[1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}$$

est maximal pour

$$\omega_r = \omega_0 = \sqrt{\frac{\gamma}{M + M_{ad}}}$$

[3.c] $\omega_r^2 = \frac{\gamma}{M + M_{ad}} = \frac{\pi a^2 p q}{\frac{4\pi}{3} \rho a^3 + \frac{2\pi}{3} \rho a^3} = \frac{q}{2a}$

$$\omega_r = \sqrt{\frac{q}{2a}}$$

* A.N: on souhaite $\omega_r = \frac{2\pi}{T_R} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{T_R^2} = \frac{q}{2a}$

d'où $a = \frac{q T_R^2}{8\pi} = \frac{3,8 \times (6,0)^2}{8 \cdot \pi}$

Il faut: $a = 4,5 \text{ m}$. (o.d.g. cohérent)

[3.d] Optimisation

$$P_v(t) = \beta \dot{v}^2(t) \Rightarrow P_m = \beta \frac{V_m^2(\omega_r)}{2} = \frac{\beta}{2} V_0^2 = \frac{\beta}{2} \left(\frac{\gamma \gamma_m}{\beta + \beta_r} \right)^2$$

$$P_m = \frac{\beta}{2} \left(\frac{\gamma \gamma_m}{\beta + \beta_r} \right)^2$$

• on cherche le maximum de $f(\beta) = \frac{\beta}{(\beta + \beta_r)^2}$

• on cherche à annuler la dérivée $f'(\beta) = \frac{(\beta + \beta_r)^2 - \beta \cdot 2(\beta + \beta_r)}{(\beta + \beta_r)^4}$

$$f'(\beta) = \frac{\beta^2 + \beta_r^2 + 2\beta\beta_r - 2\beta^2 - 2\beta\beta_r}{(\beta + \beta_r)^4} = \frac{-\beta^2 + \beta_r^2}{(\beta + \beta_r)^4}$$

$f'(\beta)$ s'annule donc pour $\boxed{\beta = \beta_r}$

Ainsi la puissance utile moyenne est maximale pour $\boxed{\beta = \beta_r}$

et sa valeur elle donc $\boxed{P_{\text{m}} = \frac{8 \beta_r^2}{8 \beta_r}}$

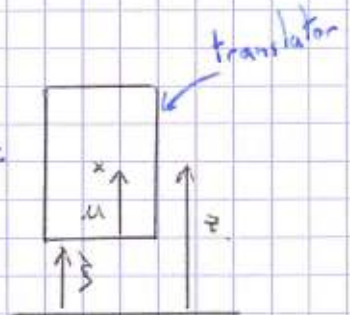
III. B) Modélisation et analyse du générateur linéaire

① fém induite par phase.

④ * les explications ne sont pas très claires... Voici un petit schéma :

on voit clairement $z = \xi + u$

d'où $\boxed{u = z - \xi}$



④ b) Flux de $\vec{B}_0$ à travers la bobine z_{eq} :

$$\Phi_k = \iint_{\text{bobine}} \vec{B}_0 \cdot d\vec{S} = \iint_{\text{bobine}} B_0 \cdot dS = N_s \int_{\text{bobine}} B_0 \cos\left(\frac{\pi u}{l}\right) du dx$$

$$= N_s B_0 l_s \int_{z_{\text{eq}} - \frac{l}{2}}^{z_{\text{eq}} + \frac{l}{2}} \cos\left(\frac{\pi}{l}(z - \xi)\right) dz$$

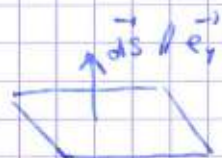
$$= N_s B_0 l_s \frac{l}{\pi} \left[\sin\left(\frac{\pi}{l}(z_{\text{eq}} + \frac{l}{2} - \xi)\right) - \sin\left(\frac{\pi}{l}(z_{\text{eq}} - \frac{l}{2} - \xi)\right) \right]$$

$$= N_s B_0 l_s \frac{l}{\pi} \underbrace{2 \sin\left[\frac{\pi}{l} \frac{l}{2}\right]}_{=1} \cdot \cos\left[\frac{\pi}{l}(z_{\text{eq}} - \xi)\right]$$

D'où $\boxed{\Phi_{k1}(t) = \frac{2}{\pi} B_0 l_s l N_s \cos\left(\frac{\pi}{l}[z_{\text{eq}} - \xi]\right)}$

* loi de Faraday: $\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$

d'où $\boxed{\mathcal{E}_{k1}(t) = -2 B_0 l_s N_s \frac{d\xi}{dt} \sin\left(\frac{\pi}{l}[z_{\text{eq}} - \xi]\right)}$

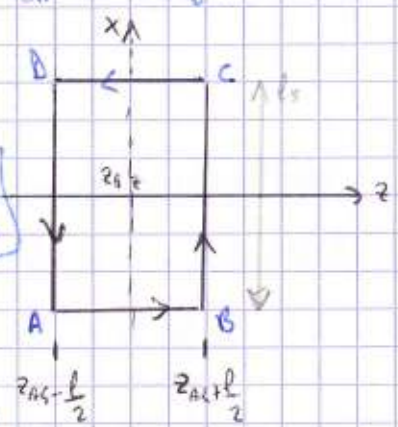


1.c) Utiliser du champ électromoteur de Lorentz:

* Par définition: $\vec{v}_e = -\frac{d\vec{z}}{dt} \vec{e}_z$

* $\vec{E}_L = \vec{v}_e \wedge \vec{B}_0 = -\frac{d\vec{z}}{dt} \vec{e}_z \wedge B_0 \cos\left(\frac{\pi x}{l}\right) \vec{e}_y = +\frac{d\vec{z}}{dt} B_0 \cos\left(\frac{\pi x}{l}\right) \vec{e}_x$

* $\mathcal{E}_{Ae} = \int_{\text{Boucle}} \vec{E}_L \cdot d\vec{l} = N_s \int_{\text{Axe}} \frac{d\vec{z}}{dt} \cdot B_0 \cos\left(\frac{\pi x}{l}\right) \vec{e}_x \cdot d\vec{l}$
 $= N_s \frac{d\vec{z}}{dt} B_0 \left[\int_0^c \cos\left(\frac{\pi}{l} [z_{Ae} + \frac{l}{2}]\right) dx + \int_0^A \cos\left(\frac{\pi}{l} [x_{Ae} - \frac{l}{2}]\right) dx \right]$
($\vec{e}_x \cdot d\vec{l} = 0$ sur AB et CD.)



$\Rightarrow \mathcal{E}_{Ae} = N_s \frac{d\vec{z}}{dt} B_0 l_s \left[\cos\left(\frac{\pi}{l} [z_{Ae} + \frac{l}{2}]\right) - \cos\left(\frac{\pi}{l} [z_{Ae} - \frac{l}{2}]\right) \right]$
 $= -N_s \frac{d\vec{z}}{dt} B_0 l_s 2 \sin\left(\frac{\pi}{l} \cdot \frac{l}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{l} [z_{Ae} - \frac{l}{2}]\right)$

$\mathcal{E}_{Ae} = -2N_s \frac{d\vec{z}}{dt} B_0 l_s \sin\left(\frac{\pi}{l} [z_{Ae} - \frac{l}{2}]\right)$

Résultat cohérent avec la méthode précédente au 1.b)

1.d) fém de l'ensemble A.

* Les circuits sont en série, on somme donc les fém (pour 1 face)

$e_A = \sum_{k=0}^{13} \mathcal{E}_{Ae} = \sum_{k=0}^{13} -2N_s \frac{d\vec{z}}{dt} B_0 l_s \sin\left(\pi [2k + \frac{1}{2}] - \frac{\pi}{2}\right)$
 $= -2N_s \frac{d\vec{z}}{dt} B_0 l_s \sum_{k=0}^{13} \cos\left(\frac{\pi k}{2}\right) = -2N_s \frac{d\vec{z}}{dt} B_0 l_s \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot 14$

et là... on tient compte de la 2ème face $\mathcal{E}_A = 2\mathcal{E}_{Ae}$ d'où:

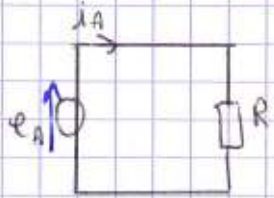
$\mathcal{E}_A = -2 \frac{d\vec{z}}{dt} N_s B_0 l_s N_b \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$ avec $N_b = 28$.

1.e) De même pour la phase B; il suffit de changer la valeur z_{Ae} par z_{Be} :

$e_B = \sum_{k=0}^{13} -4N_s \frac{d\vec{z}}{dt} B_0 l_s \sin\left(\pi (2k+1) - \frac{\pi}{2}\right)$
 $\sin \frac{\pi}{2}$

$\mathcal{E}_B = -2 \frac{d\vec{z}}{dt} N_s B_0 l_s N_b \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

1.1) Intensités :



* Pour la phase A : $i_A = \frac{e_A}{R}$

$$i_A = - \frac{2 d\beta}{dt} \frac{l_s N_s N_r B_0}{R} \cos\left(\frac{\pi \beta}{l}\right)$$

* Pour la phase B : $i_B = - \frac{2 d\beta}{dt} \frac{l_s N_s N_r B_0}{R} \sin\left(\frac{\pi \beta}{l}\right)$

2) Force exercée sur le translator.

2.a) * La puissance électromécanique de la fém induite dans la phase A (ou B) est égale à la puissance des forces de Laplace s'exerçant sur cette phase :

$$P_{\text{fém}} = - P_{\text{Laplace}}$$

* Cette relation traduit la conversion électro-mécanique d'énergie :

Énergie électrique $\rightarrow$ Énergie mécanique

* On raisonne dans le référentiel du translator : le stator est mobile dans un champ $\vec{B}$ stationnaire. (Cas de Lorentz).

2.b) Forces de Laplace :

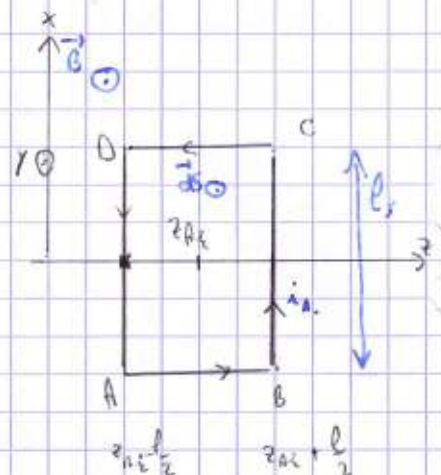
* Pour une bobine de la phase A :

$$\vec{F}_{L_{A1}} = \int_{\text{bobine}} i_A d\vec{l} \wedge \vec{B}_e = N_s i_A \int_{\text{bobine}} d\vec{l} \wedge \vec{B}_e$$

les parties AB et CD se compensent.

$$\begin{aligned} \vec{F}_{L_{A1}} &= N_s i_A \int_B^C dx \vec{e}_x \wedge B_0 \cos\left(\frac{\pi x}{l}\right) \vec{e}_y + N_s i_A \int_A^B dx \vec{e}_x \wedge B_0 \cos\left(\frac{\pi x}{l}\right) \vec{e}_y \\ &= N_s i_A \left[l_s B_0 \cos\left(\frac{\pi [2\alpha l + \frac{l}{2} - \beta]}{l}\right) - l_s B_0 \cos\left(\frac{\pi [2\alpha l - \frac{l}{2} - \beta]}{l}\right) \right] \vec{e}_z \end{aligned}$$

$$\vec{F}_{L_{A1}} = -N_s i_A l_s B_0 \times 2 \sin\left(\frac{\pi (2\alpha l - \beta)}{l}\right) \vec{e}_z$$



* Pour l'ensemble de la phase A:

$$\vec{F}_{LA} = -2 N_s i_A l_s B_0 N_s \cos\left(\frac{\pi}{l} z\right) \vec{e}_z$$

$$\vec{F}_{LA} = + \frac{4 N_s^2 N_b^2 l_s^2 B_0^2}{R} \frac{d\beta}{dt} \cos^2\left(\frac{\pi}{l} z\right) \vec{e}_z$$

le stator est tiré vers
le haut par le translator
(pour $\frac{d\beta}{dt} > 0$)

* De même pour la phase B:

$$\vec{F}_{LB} = -N_b i_B l_s B_0 2 \sin\left(\frac{\pi}{l} [2x - z]\right) \vec{e}_z$$

$$\vec{F}_{LB} = -2 N_b i_B l_s B_0 N_b \sin\left(\frac{\pi}{l} z\right) \vec{e}_z$$

$$\vec{F}_{LB} = + \frac{4 N_s^2 N_b^2 l_s^2 B_0^2}{R} \frac{d\beta}{dt} \sin^2\left(\frac{\pi}{l} z\right) \vec{e}_z \quad (\text{idem})$$

2.c) Force électromagnétique totale sur le translator. (accélération $\vec{F}_{em} = -\vec{F}_L$)

$$\vec{F}_{em} = -\vec{F}_{LA} - \vec{F}_{LB} = - \frac{4 N_s^2 N_b^2 l_s^2 B_0^2}{R} \frac{d\beta}{dt} \left(\cos^2\left(\frac{\pi}{l} z\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{l} z\right) \right) \vec{e}_z$$

$$\vec{F}_{em} = - \beta \frac{d\beta}{dt} \vec{e}_z$$

$$\text{avec } \beta = \frac{4 N_s^2 N_b^2 l_s^2 B_0^2}{R}$$

→ le translator est
freiné (sans le bus pour $\frac{d\beta}{dt}$)

- L'alternance des bobines de chaque phase permet d'obtenir une force indépendante de la position z du translator.

2.d) A.N:

$$\beta = \frac{4 N_s^2 N_b^2 l_s^2 B_0^2}{R}$$

$$\beta = \frac{4 \cdot (17 \times 28 \times 2 \times 1)^2}{2} = \underline{\underline{18 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}}}$$