

Partie I : Mesure du rayon de courbure d'un miroir

I.1.1 $I(n) = I_0 (1 + \cos \Delta\phi(n))$

I.1.2 $\Delta\phi(n) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L(n)$

I.1.3.a $\Delta L(n) = S_2 n - S_1 n = \left[d^2 + y^2 + \left(z + \frac{a}{2}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \left[d^2 + y^2 + \left(z - \frac{a}{2}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$
 $\Delta L(n) = \frac{a z}{d}$ (après DL)

I.1.3.b $I(n) = I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{a z}{d} \right) \right]$

I.1.3.c $p_0 = \frac{\Delta L(0)}{\lambda} = 0$ on a une frange brillante

I.1.3.d On obtient sur l'écran des franges rectilignes d'équation $z = \text{cte.}$

pour les franges brillantes $p = \frac{a z}{\lambda d} = k$ k entier

d'où $z = k \frac{\lambda d}{a}$

interfrange $\boxed{d_i = \frac{\lambda d}{a}}$

I.1.3.e le premier maximum est pour $p=1$

$z = \frac{500 \cdot 10^{-9} \cdot 1}{10^{-3}} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

I.1.4 a $\Delta L(n) = S_2 n - S_1 n$

on a $S_2 n^2 = (\vec{S_2 S} + \vec{S n})^2 = \frac{a^2}{4} + S n^2 + a S n \cos i$

car comme $S n \gg a$ $S_2 n \approx S n \left(1 + \frac{a^2}{8 S n} + \frac{a}{2 S n} \cos i \right)$

de même $S_1 n \approx S n \left(1 + \frac{a^2}{8 S n} - \frac{a}{2 S n} \cos i \right)$

d'où $\Delta L(n) = a \cos i$

I.1.4.b $\sin i = i = \frac{p}{d}$ et $\cos i = 1 - \frac{i^2}{2}$

d'où $\Delta L(r) = a \left(1 - \frac{p^2}{2d^2} \right)$

I.1.4.c $I(r) = I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi a}{\lambda} - \frac{2\pi a p^2}{2\lambda d^2} \right) \right]$

I.1.4.d si $p=0$ $p_0 = \frac{\Delta L(0)}{\lambda} = \frac{a}{\lambda} = \frac{10^{-3}}{500 \cdot 10^{-9}} = 2000$

c'est un entier.

On aura une tache brillante au centre

I.1.4.e On obtient des anneaux

I.1.4.f le premier max correspond à $p_1 = p_0 - 1$

soit $\frac{a}{\lambda} \left(1 - \frac{p_1^2}{2d^2} \right) = \frac{a}{\lambda} - 1$

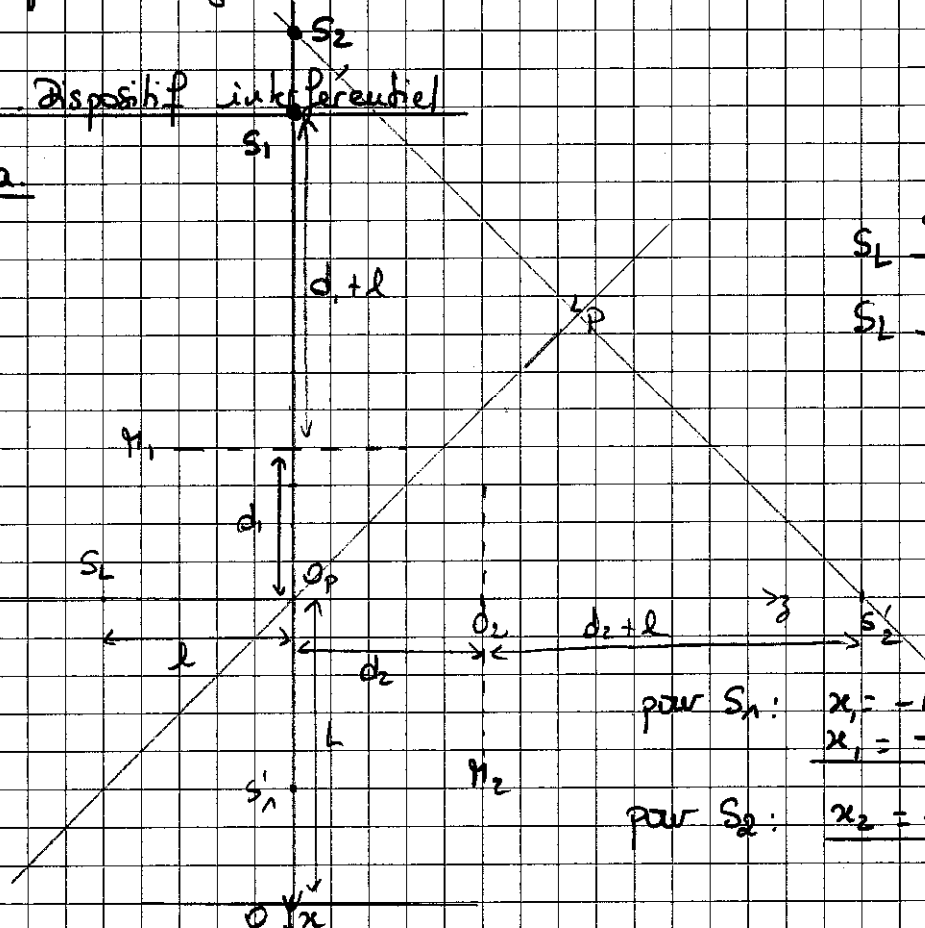
$p_1^2 = \frac{2d^2}{a}$ soit $p_1 = d \cdot \sqrt{\frac{2}{a}}$

AN: $p_1 = 1 \cdot \left(\frac{2 \cdot 500 \cdot 10^{-9}}{10^{-3}} \right)^{1/2} \approx 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

I.1.5 Pour voir les interférences localisées à l'infini, il faut placer une lentille convergente en sortie et un écran dans le plan focal image de la lentille.

I.2. Dispositif interférentiel

I.2.1.a



$S_L \xrightarrow{\eta_2} S'_2 \xrightarrow{L_3} S_e$
 $S_L \xrightarrow{L_2} S'_1 \xrightarrow{\eta_1} S_1$

pour S_1 : $x_1 = -L - d_1 - d_1 - l$
 $x_1 = -L - 2d_1 - l$

pour S_2 : $x_2 = -L - 2d_2 - l$

I.2.3.b $S_1 H_2 = 2l \cos \alpha$ $S_1 S'_1 = 4l \cos \alpha$

et $\cos \alpha = \frac{S_1 S_2}{S'_1 S_2} = \frac{d - (L - l)}{4l \cos \alpha}$

donc $\boxed{d = L + l(4 \cos^2 \alpha - 1)}$

$\sin \alpha = \frac{a}{2SS'_1}$ d'où $\boxed{a = 4l \sin(2\alpha)}$

I.2.3.c les sources sont sur un axe // à l'écran
on a des franges rectilignes

I.2.3.d l'interfrange vaut $\Delta i = \frac{\lambda d}{a} = \frac{\lambda [L + l(4 \cos^2 \alpha - 1)]}{4l \sin 2\alpha}$

comme α est petit $\Delta i \approx \frac{\lambda (L + 3l)}{8l \alpha}$

$\alpha \approx \frac{\lambda (L + 3l)}{8l \Delta i} = \frac{500 \cdot 10^{-9} \cdot 1}{8 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 1,25 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$

I.2.3.e si on augmente α , Δi diminue

I.3. Mesure du rayon de courbure d'un miroir

I.3.1 $\frac{1}{O_2 S'_2} + \frac{1}{O_2 S_2} = \frac{2}{R_2}$ $O_2 S_2 = -2l$

donc $\boxed{O_2 S'_2 = \frac{2l R_2}{4l + R_2}}$

I.3.2 $S_L \xrightarrow{L_P} S'_1 \xrightarrow{P_1} S_1$ $x_1 = -L - 2l - l = -L - 3l$
 $S_L \xrightarrow{P'_2} S'_2 \xrightarrow{L_P} S_2$ $x_2 = -O_P S'_2 - l = -O_P O_2 - O_2 S'_2 - l$
 identique à $-2l a$

pour S_2 : $x_2 = -l - \frac{2l R_2}{4l + R_2} - l = \frac{-4l^2 - 3l R_2}{4l + R_2} - l$

I.3.3 $a = x_2 - x_1 = \frac{8l^2}{4l + R_2} \approx \frac{8l^2}{R_2}$ si $R_2 \gg l$

et $d = -x_1 + \frac{a}{2} \approx -x_1$ donc $d \approx L + 3l$

I.3.4 on a de nouveau des anneaux (S_1 et S_2 sont sur un axe // à l'écran)

I.3.5 ordre au centre : $P_0 = \frac{a}{\lambda}$

ordre au 5^e anneau brillant : $\frac{a}{\lambda} \left(1 - \frac{P_5^2}{2d^2} \right) = P_0 - 5$

$$P_5^2 = \frac{5\lambda}{a} \cdot 2d^2 = 10 \frac{\lambda (L+3l)^2}{8l^2} \cdot R_2$$

d'où $R_2 = \frac{8l^2 \cdot P_5^2}{10 \lambda (L+3l)^2} = \frac{8 \cdot (10 \cdot 10^{-2})^2 \cdot (12,5 \cdot 10^{-3})^2}{10 \cdot 500 \cdot 10^{-9} \cdot 1^2}$

$R_2 = 2,5 \text{ m}$

Partie II : les télescopes pour l'observation de la Terre

II.1.1 Convergent par former une image de la Terre sur la barrette de capteurs.

II.1.2 $G_T = \frac{c}{c_T} = \frac{f'}{h}$

II.1.3 a $f' = h \frac{c}{c_T} = 694 \cdot 10^3 \cdot \frac{12,6 \cdot 10^{-6}}{0,7} = \underline{12,6 \text{ m}}$

C'est grand pour une seule lentille

II.1.3 b on note N le nombre de colonnes

$G_T = \frac{c}{c_T} = \frac{N \cdot c}{L_T}$ d'où $L_T = N \cdot c_T = 3 \cdot 10^4 \cdot 0,7 = \underline{21 \text{ km}}$

II.1.4 $G_T = \frac{f'}{h} = \frac{2c}{l_T}$ $l_T = 2 \cdot c_T = \underline{1,4 \text{ m}}$

II.1.5 $\tan\left(\frac{\beta}{2}\right) = \frac{L_T}{2 \cdot h} = \frac{21 \cdot 10^3}{2 \cdot 694 \cdot 10^3} = \frac{1}{70}$ (petit angle)

donc $\beta \approx \frac{1}{35} \text{ rad}$ on est dans les conditions de Gauss.

II.1.6 a le satellite a une trajectoire circulaire de rayon R_T (au niveau du sol)

d'où $V_{ST} = \frac{2\pi R_T}{T_S} = \frac{2\pi \cdot 6370 \cdot 10^3}{60 \cdot 100} = \underline{6,4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}}$

II.16.b

Pour une ligne d'épaisseur c_T $\Delta t = \frac{c_T}{v_{ST}} = \frac{97}{64 \cdot 10^3} \approx 10^{-4} \text{ s}$

II.16.c

 $l'_T = 2c_T$ donc $\Delta t' = 2\Delta t \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ s}$

II.2.1.

 $\frac{f'_2}{f_{m2}} = \frac{R_{m2}}{2}$ donc $R_{m2} = 2160 \text{ mm}$

II.2.2

 $\overline{S_{m2}D} = f'_{m2}$

II.2.3

 si $L_T = 60 \text{ km}$ et $N = 6000$ edoux

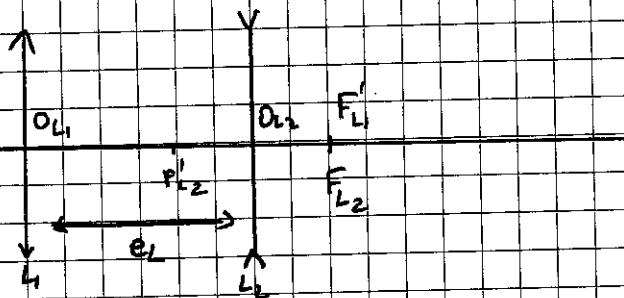
alors $l_T = \frac{60 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^3} = 10 \text{ m}$

on a toujours $G_T = \frac{c}{l_T} = \frac{f'_{m2}}{h}$

donc $c = \frac{1080 \cdot 10^{-3}}{832 \cdot 10^3} \cdot 10 \approx 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ m}$

II.2.4

II.2.5a.

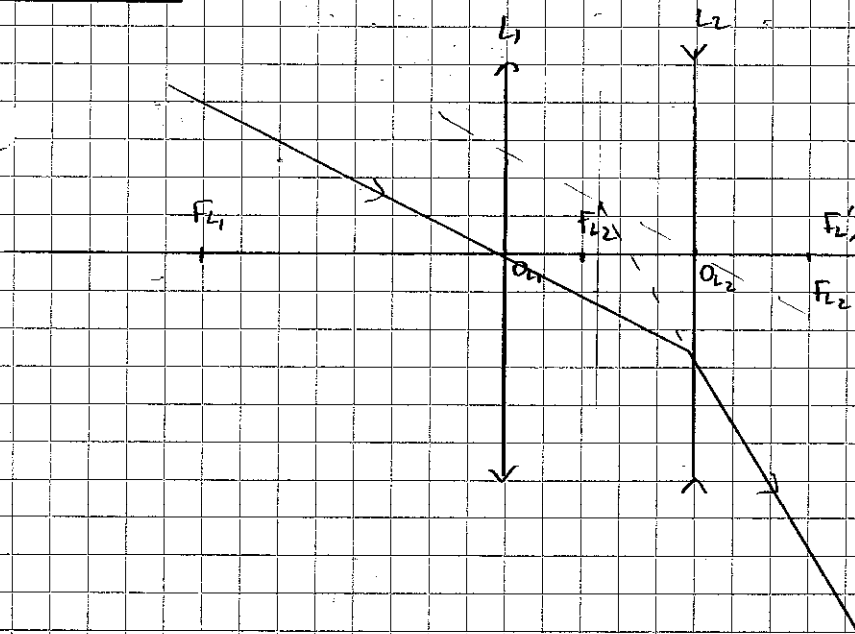


le système est afocal $F'_{L1} = F_{L2}$

$$\underline{f'_{L1} = e_L - f_{L2}}$$

II 2.5.b & c

⑦



II 2.6

Electromagnetisme : GSM 4G

(8)

Partie III : propagation dans l'air

III.1.1

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

$$\text{div } \vec{E} = 0$$

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

III.1.2

$$\text{rot}(\text{rot } \vec{E}) = -\Delta \vec{E} = \text{rot}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\Delta \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

III.1.3 a

$$\vec{k} = k \vec{e}_z \quad (\text{propagation})$$

$$\vec{E}_m = E_m \vec{e}_x \quad (\text{polarisation})$$

III.1.3 b

$$\vec{OM} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z$$

$$\vec{k} \cdot \vec{OM} = kz$$

$$\text{donc } \vec{E}(M, t) = E_m e^{j(kz - \omega t)} \vec{e}_x$$

III.1.3 c

$$\Delta \vec{E} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = -k^2 E_m e^{j(kz - \omega t)} \vec{e}_x = -k^2 \vec{E}(M, t)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 E_m e^{j(kz - \omega t)} \vec{e}_x = -\omega^2 \vec{E}(M, t)$$

III.1.3 d

$$\text{relation de dispersion: } k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

III.1.4

pour une OPPS

$$\vec{B}(M, t) = \frac{1}{k} \frac{\partial \vec{E}(M, t)}{\partial t}$$

$$\vec{B}(M, t) = \frac{1}{c} E_m e^{j(kz - \omega t)} \vec{e}_y$$

III.1.5

$$E_m = E_m e^{j\varphi}$$

$$\vec{E}(M, t) = E_m e^{j(kz - \omega t + \varphi)} \vec{e}_x$$

donc

$$\vec{E}(M, t) = E_m \cos(kz - \omega t + \varphi) \vec{e}_x$$

$$\vec{B}(M, t) = \frac{E_m}{c} \cos(kz - \omega t + \varphi) \vec{e}_y$$

III. 2. Puissance et rayonnement

III. 2.1. $\vec{R}(r, t) = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ dimension: $W.m^{-2}$

III. 2.2. $\vec{R}(r, t) = \frac{E_m^2}{\mu_0 c} \cos^2(kz - \omega t + \varphi) \vec{e}_z$

$$\langle ||\vec{R}|| \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_m^2$$

III. 2.3. $4\pi d^2 \langle ||\vec{R}|| \rangle = P_0 \cdot G$

donc $4\pi d^2 \cdot \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_m^2 = P_0 \cdot G$

$$E_m = \left(\frac{P_0 G}{2\pi d^2 \epsilon_0 c} \right)^{1/2}$$

III. 3. Exposition

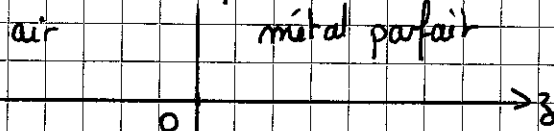
III. 3.1. $E_{m1} = \left(\frac{50 \cdot 63 \cdot 36\pi 10^9}{2\pi (100)^2 \cdot 3 \cdot 10^8} \right)^{1/2} \approx 4,2 V.m^{-1}$

c'est bon pour les 2 normes.

III. 3.2. $E_{m2} = \left(\frac{50 \cdot 2 \cdot 36\pi 10^9}{2\pi 10^2 \cdot 3 \cdot 10^8} \right)^{1/2} = 6 V.m^{-1}$

Partie IV : Réflexion d'une OPPS par un mur de béton

IV.1. Expressions des champs



IV.1.1. $\vec{E}_i(r, t) = E_{mi} e^{j(kz - \omega t)} \vec{e}_x$
 $\vec{B}_i(r, t) = \frac{E_{mi}}{c} e^{j(kz - \omega t)} \vec{e}_y$

IV.1.2. $\vec{E}_r(r, t) = E_{mr} e^{-j(kz + \omega t)} \vec{e}_x$
 $\vec{B}_r(r, t) = -\frac{k \vec{e}_z}{\omega} \wedge \vec{E}_r = -\frac{E_{mr}}{c} e^{-j(kz + \omega t)} \vec{e}_y$

IV.1.3. Dans un métal parfait $\vec{E} = \vec{0}$, $\vec{B} = \vec{0}$
donc $\vec{E}_e(r, t) = \vec{0}$, $\vec{B}_e(r, t) = \vec{0}$

IV.1.4. la composante tangentielle du champ $\vec{E}$ est continue à l'interface

IV.1.5 en $z=0$ on a $\vec{E}_i(0,t) + \vec{E}_r(0,t) = \vec{0}$

$$\underline{E}_{mi} e^{-j\omega t} + \underline{E}_{mr} e^{-j\omega t} = 0$$

d'où $\underline{E}_{mi} = -\underline{E}_{mr}$ $\underline{r} = -1$

IV.2. Champ total et ondes stationnaires

IV.2.1 $\vec{E}_{\text{total}} = \vec{E}_i + \vec{E}_r$

$$= \underline{E}_{mi} (e^{j(kz-\omega t)} - e^{-j(kz+\omega t)}) \vec{e}_x$$

$$= \underline{E}_{mi} e^{-j\omega t} (e^{jkz} - e^{-jkz}) \vec{e}_x$$

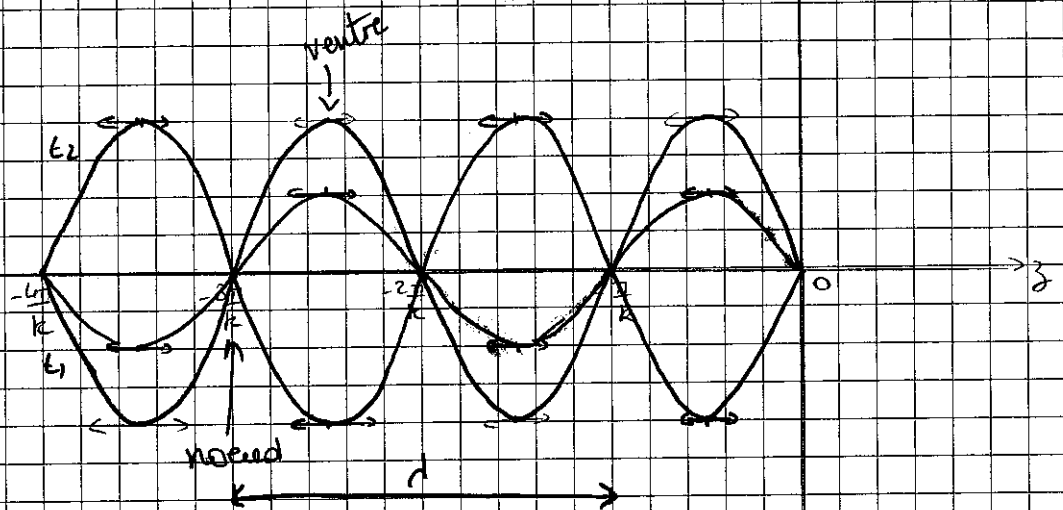
$$= 2j \underline{E}_{mi} \sin(kz) e^{-j\omega t} \vec{e}_x$$

le champ réel est donc:

$$\vec{E}_{\text{total}} = 2 \underline{E}_{mi} \sin(kz) \sin(\omega t) \vec{e}_x$$

IV.2.2 c'est une onde stationnaire, qui s'annule pour $z=0$

IV.2.3 et 4



IV.2.5 $d_{\text{min}} = \frac{\lambda}{4}$

IV.3 $\vec{E}_i = \underline{E}_{mi} e^{j(kz-\omega t)} \vec{e}_x$

$$\vec{E}_r = \underline{r} e^{j\alpha} \underline{E}_{mi} e^{j(-kz-\omega t)} \vec{e}_x = \underline{r} e^{j(\alpha-2kz)} \vec{E}_i$$

d'où $\vec{E}_{\text{total}} = \underbrace{\left[1 + \underline{r} e^{j(\alpha-2kz)} \right]}_{f(z)} \vec{E}_i$

$$\text{IV.6} \quad \|\vec{E}_{\text{total}}\|_{\text{max}} = \left[1 + r^2 + 2r \cos(\alpha - 2kz) \right] E_m$$

$$\|\vec{E}_{\text{total}}\|_{\text{max}} = E_m(1+r^2)$$

$$\|\vec{E}_{\text{total}}\|_{\text{min}} = E_m(1-r^2)$$

$$\rho = \left(\frac{1+r}{1-r} \right)^2$$

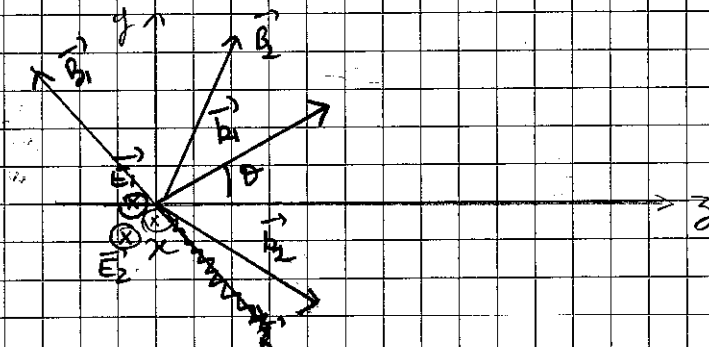
$$\text{IV.6} \quad \Delta u = \frac{\lambda}{8}$$

$$\text{IV.7} \quad \text{pour une fréquence } f = 1000 \text{ MHz}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta u}{v} = \frac{\lambda}{8v} = \frac{c}{8f \cdot v} \approx 2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

Partie V : Technologie TMS

V.1.1



$$\text{V.1.2} \quad \vec{E}_1 = E_m e^{j[k_1 \sin \theta - \omega t]} \vec{e}_x \quad \vec{k}_1 \cdot \vec{OH} = k(y \sin \theta + z \cos \theta)$$

$$\text{d'où} \quad \underline{E}_{1x} = E_m e^{j[k(y \sin \theta + z \cos \theta) - \omega t]}$$

$$\text{et} \quad \underline{E}_{2x} = E_m e^{j[k(-y \sin \theta + z \cos \theta) + \varphi - \omega t]}$$

$$\text{V.2.1} \quad \underline{E}_{1x}(P, t) = E_m e^{j[k(-\frac{1}{4} \sin \theta) - \omega t]} = E_m e^{-j(\frac{\pi}{2} \sin \theta + \omega t)}$$

$$\underline{E}_{1x}(Q, t) = E_m e^{j[\frac{\pi}{2} \sin \theta - \omega t]}$$

$$\underline{E}_{2x}(P, t) = E_m e^{j[\frac{\pi}{2} \sin \theta + \varphi - \omega t]}$$

$$\underline{E}_{2x}(Q, t) = E_m e^{j[-\frac{\pi}{2} \sin \theta + \varphi - \omega t]}$$

$$\vec{E}_{\text{total}}(P, t) = E_m e^{-j\omega t} \left[e^{-j\frac{\pi}{2} \sin \theta} + e^{j(\frac{\pi}{2} \sin \theta + \varphi)} \right]$$

$$\vec{E}_{\text{total}}(Q, t) = E_m e^{-j\omega t} \left[e^{j\frac{\pi}{2} \sin \theta} + e^{-j\frac{\pi}{2} \sin \theta + j\varphi} \right]$$

$$\begin{aligned}
 \underline{V.2.2} \quad \vec{E}(t, \phi) &= \vec{E}_{\text{total}}(P, t) + e^{j\phi} \cdot \vec{E}_{\text{total}}(Q, t) \\
 &= E_m e^{-j\omega t} \left[e^{-j\frac{\pi}{2} \sin \theta} + e^{j(\frac{\pi}{2} \sin \theta + \phi)} \right] \\
 &\quad + E_m e^{-j\omega t} e^{j\phi} \left[e^{j\frac{\pi}{2} \sin \theta} + e^{j(-\frac{\pi}{2} \sin \theta + \phi)} \right]
 \end{aligned}$$

$$\text{soit } \vec{E}(t, \phi) = E_m e^{-j\omega t} e^{-j\frac{\pi}{2} \sin \theta} \underbrace{\left[1 + e^{j\phi} e^{j\pi \sin \theta} \right]}_{\phi_1(\phi)} + E_m e^{-j\omega t} e^{j(\frac{\pi}{2} \sin \theta + \phi)} \underbrace{\left[1 + e^{j\phi} e^{-j\pi \sin \theta} \right]}_{\phi_2(\phi)}$$

contribution de 1
contribution de 2

V.2.3 on annule la contribution de $\vec{E}_1$ si $e^{j(\phi_1 + \pi \sin \theta)} = -1$
d'où $\phi_1 = \pi(1 - \sin \theta)$

on annule la contribution de $\vec{E}_2$ si $e^{j(\phi_2 - \pi \sin \theta)} = -1$
soit $\phi_2 = \pi(1 + \sin \theta)$

V.2.4 ? pas d'idée

Alexandra Courteaux
Physique NP - Amiens.

Merci de me signaler les erreurs à : lx.courteaux-ups@gmail.com