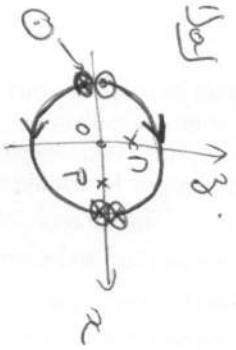


I Déterminer pour chaque cas con

pour repédier @ netcomu.

A. Déterminer l'électromagnétique en considération fermée.



Le plan (OPy) est plan de symétrie
courants donc $\vec{B}(P)$ est porté par (Ox)

⊥ au plan.

donc $\vec{B}(P) = B(x, 0, 0) \vec{u}_x$
 $= B(x) \vec{u}_x$

b) Le plan (ONx) est plan d'antisymétrie des courants donc $\vec{B}(P)$ est
porté par ce plan (Oy z).

Le plan (ONy)

(Oyz)

donc $\vec{B}(N)$ est à l'intersection des deux plans : $\vec{B}(N) = B(0, 0, 3) \vec{u}_z$
 $= B(3) \vec{u}_z$

2) 2a. Par symétrie (à développer) $\vec{B}(N) = B_0(x) \vec{u}_0$

$= B(3) \vec{u}_z$

pour la loi d'Ampère sur un cercle de rayon r

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$

$B 2\pi r = \mu_0 I$

$B(N) = B_0(x) \vec{u}_0 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_0$

b) Le fil de gauche crée au P :

$\vec{B}_g(P) = \frac{\mu_0 I}{2\pi(a+x)} \vec{u}_g$



$\vec{B}_d(P) = \frac{\mu_0 I}{2\pi(a-x)} \vec{u}_d$ pour le fil de droite

$\vec{B}(P) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{1}{a+x} + \frac{1}{a-x} \right) \vec{u}_g = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{2a}{a^2 - x^2} \vec{u}_g$

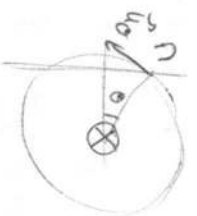
c) Le fil de gauche crée en N.

$d = \sqrt{a^2 + 3^2} = \frac{a}{\cos \theta} = \frac{3}{\sin \theta}$

$\vec{u}_0 = \vec{u}_g \cos \theta - \vec{u}_d \sin \theta$

$\vec{B}_g(N) = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} (-\sin \theta \vec{u}_x + \cos \theta \vec{u}_g)$

et $\vec{B}_d(N) = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} (-\sin \theta \vec{u}_x - \cos \theta \vec{u}_g)$



$\vec{B}(N) = \frac{2\mu_0 I}{2\pi d} \cos \theta \vec{u}_g$ (seuls les termes ux s'annulent)

ou $\cos \theta = \frac{a}{d} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 3^2}}$

d'où $\vec{B}(N) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{2a}{(a^2 + 3^2)} \vec{u}_g$

d)

$\vec{B}(0) = \frac{\mu_0 I}{\pi a} \vec{u}_g$

$\vec{B}_{moy} = \vec{B}(0) = \frac{\mu_0 I}{\pi(a^2 - R^2)} \vec{u}_g$ (sur un A semi.)

$\Delta B = \left| \frac{\mu_0 I}{\pi a} \left[1 - \frac{a^2}{a^2 - R^2} \right] \right| = \frac{\mu_0 I}{\pi a} \frac{R^2}{a^2 - R^2}$

$\frac{\Delta B}{B(0)} = \frac{R^2}{a^2 - R^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{R}\right)^2 - 1}$ soit $\frac{a}{R} = \sqrt{\frac{B(0)}{\Delta B} + 1} = \sqrt{11}$
 $= 3,3$

$\left(\frac{a}{R} \right)_{min} = 3,3$

$$2) Q = \iint \vec{v} \cdot d\vec{S} = \iint \sqrt{2g(R-H-z)} \, dz \, dy$$

$$= \sqrt{2g} \int_0^B dy \int_0^{R-H} \sqrt{R-H-z} \, dz$$

$$= B \sqrt{2g} \left[\frac{2}{3} (R-H)^{3/2} \right]$$

$$Q = \frac{2B}{3} \sqrt{2g} (R-H)^{3/2}$$

3) Le ru parcourt $Q(R_s - R)$ en Δt d'où $Q(R_s - R) = C \Delta t$

$$\text{et } R = R_s - \frac{C \Delta t}{2}$$

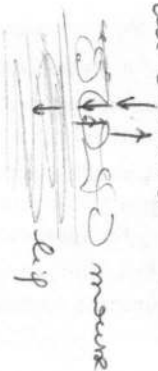
C dépend de T , donc il faut déterminer C avant de calculer R .

ρ ni il ya de la mesure: 2 problèmes possibles:

→ réflexions multiples (au moins au-dessus de la mesure et en-dessous)

→ mode unique réfléchi

La mesure diffuse/ombré... Le signal.



5) Jougen Venturi en canal ouvert.

1) L'écoulement est laminaire et incompressible, parfait, stationnaire et isotherme. On peut donc appliquer la relation de Bernoulli entre 2 points pég.

2 points à la surface en x_1 et x_2 :

$$P_0 + \rho \frac{v_1^2}{2} + \rho g h(x_1) = P_0 + \rho \frac{v_2^2}{2} + \rho g h(x_2)$$

d'où $\frac{v^2(x_1)}{2} + g h(x_1)$ est indépendant de x .

$$\text{et } \left[\frac{v^2(x)}{2g} + h(x) \right] \text{ aussi}$$

$$\text{d'où } [h(x)] = H$$

b) $Q = B h(x) v(x)$ d'où $v^2(x) = \left(\frac{Q}{B h(x)} \right)^2$

$$\text{Ainsi } H = h(x) + \frac{Q^2}{2g B^2 h^3(x)}$$

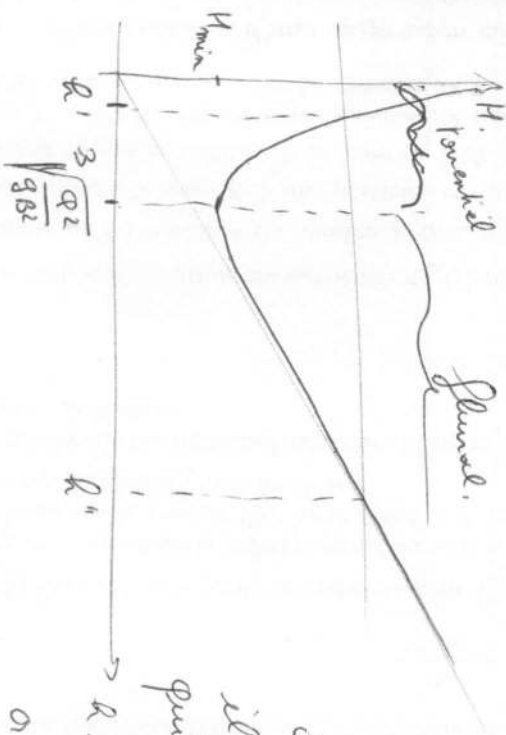
lim Q se mesure la écoulement incompressible.

Pour R petit H est en $\frac{\alpha}{R^2}$
 R grand H est en $1 \times R$.

$$\frac{dH}{dR} = 0 = 1 + \frac{2\alpha}{R^3}$$

$$\hookrightarrow R = \sqrt[3]{2\alpha}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g B^2}}$$



à α fixé et $H > H_{min}$ il ya 2 valeurs de R qui correspondent à H .

On un fluide coule

à R "est grand", à Q fixé, v "est petit".
 à R "est petit", à Q fixé, v "est grand".
 L'écoulement avec une grande profondeur et un fort coule vite avec peu d'eau.

(12)

Q est max pour $h = \frac{2}{3}H$.

Donc h'' pour fluide et h' pour l'écoulement

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gB^2}}$$

2) $Q = B h_c v_c$ or $Q = B h_c v_c$

donc $v_c = \frac{Q}{B h_c} = \sqrt[3]{\frac{Q^3 g B^2}{B^3 Q^2}} = \sqrt[3]{\frac{g Q}{B}}$

$$H_c = h_c + \frac{Q^2}{2gB^2 h_c^2}$$

En h_c $\frac{dH}{dh} = 0$ donc $\frac{dH}{dH} \rightarrow \infty$ donc une

très petite variation de H (par exemple) entraîne une grande variation de h .

d) $Q(h) = B h v$ or $\frac{v^2}{2g} + h = H$
 donc $v = \sqrt{(H-h)2g}$

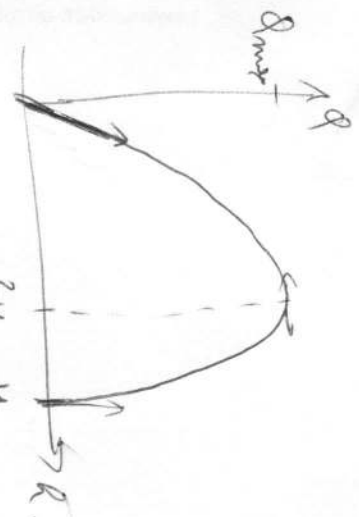
donc $Q(h) = B h \sqrt{(H-h)2g}$

$h \rightarrow 0$ $Q \sim B \sqrt{2g} \sqrt{H} \cdot h$

$h \rightarrow H$ $Q \sim B H \sqrt{2g} \sqrt{H-h}$

$\frac{dQ}{dh} = 0 = B \sqrt{2g} \left[\sqrt{H-h} + \frac{-h}{2\sqrt{H-h}} \right]$

$\Rightarrow 2H-3h=0$
 $h = \frac{2}{3}H$



écoulement fluide (à faible) h élevée

2) a) Le canal d'approche sert à obtenir un écoulement régulier (instationnaire, stationnaire) pour qu'on y forme une moule de h .

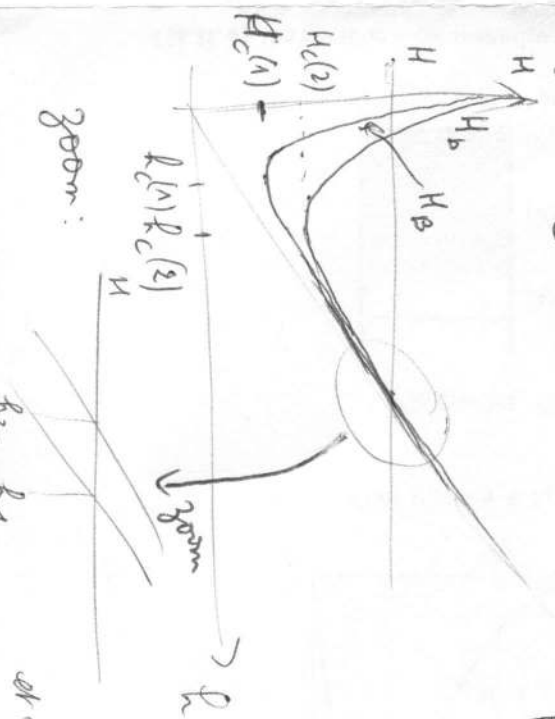
b) $Q = v_1 B h_1 = v_2(h) B h_c(h)$ car l'écoulement est incompressible et uniforme

c) $h < h_c$ donc $h_c(2) > h_c(1)$ et $2(2) > 2(1)$

$$H_c(1) = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gB^2}} + \frac{Q^2}{2gB^2 h_c^{4/3}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gB^2}} + \frac{1}{2} \frac{Q^{2/3}}{g^{1/3} B^{2/3}}$$

$$= \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gB^2}} < H_c(2)$$



donc $h_2 < h_1$ et $v_2 > v_1$ pour garder Q

$$H = R_1 + \frac{v_1^2}{2g} = R_2 + \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{or } v_2 > v_1$$

$$\text{dunc } R_2 + \frac{v_2^2}{2g} = R_1 \quad \text{càd } v_2 = \sqrt{2g(R_1 - R_2)}$$

$$\text{d'où } Q = R_2 v_2 = \boxed{R_2 \sqrt{2g(R_1 - R_2)}} = Q$$

$$\frac{d}{dt} v_1 < \sqrt{2g} R_1 \quad \text{dunc } H = R_1 + \frac{v_1^2}{2g} \approx R_1$$

$$\text{d'après I.C.I.C. } H_C = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{Q^2}{g R_1^3}} \quad \text{dans le canal de même}$$

$$\text{or } H \text{ se conserve dunc } R_1 = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{Q^2}{g R_2^3}}$$

$$\text{Soit } Q^2 = R_1^3 g R_2^2 \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$\text{ou encore } Q = \sqrt{g} R_1^{3/2} R_2 \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2}$$

$$\text{ou } \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} \approx 0,544$$

$$\text{AN } \boxed{b = \frac{Q}{0,544 \sqrt{g} R_1^{3/2}} = 46 \text{ cm}}$$

si b est trop petit, il faut tenir compte de la tension de surface.

e) Avec un jaugage moyéé Q et en $R_2 \sqrt{R_1 - R_2}$ avec $R_1 - R_2$ assez faible dunc peu précis

Avec un jaugage dérogé Q et en $R_1^{3/2}$, ce qui ne nécessite qu'un même et plus précis car $R_1 > R_1 - R_2$

II Démoulage - défilage

A) 1) Système : bille

réfrentiel : Terre ou galiléen

$$\text{Bilan des Forces : } \rightarrow \text{ poids : } \vec{P} = \rho_s \frac{4}{3} \pi r^3 g$$

$$\rightarrow \text{ poussée d'Archimède : } \vec{\pi} = - \rho_e \frac{4}{3} \pi r^3 g$$

$$\rightarrow \text{ force de traînée } \vec{F}_t = -6\pi \eta r \vec{v}$$

2) On applique le PFD à la bille

$$m \vec{a} = \sum \vec{F} = m \vec{g} - \left(\frac{\rho_e}{\rho_s}\right) m \vec{g} - 6\pi \eta r \vec{v}$$

La vitesse limite de chute est obtenue pour $\vec{a} = \vec{0}$

$$\text{On projette sur } \vec{y} \quad 0 = -m \left(1 - \left(\frac{\rho_e}{\rho_s}\right)\right) g - 6\pi \eta r v_{\text{lim}}$$

$$\text{d'où } \boxed{v_{\text{lim}} = - \frac{\rho_s \frac{4}{3} \pi r^3 (1 - \frac{\rho_e}{\rho_s}) g}{6\pi \eta r} = - \frac{\rho_s 2 r^2 (1 - \frac{\rho_e}{\rho_s}) g}{9 \eta}}$$

$$v_{\text{lim}} = - \frac{(d-1) 2 r^2 g}{9 d}$$

Il y a sédimentation si $d > 1$ et remonter en surface si $d < 1$.

B)

C)	Salle gonier	Salle for	limon	Argile	Colluide
$ v_{\text{lim}} $	$3,6 \text{ m.d}^{-1}$	36 mm.d^{-1}	$0,36 \text{ mm.d}^{-1}$	$3,6 \text{ } \mu\text{m.d}^{-1}$	36 mm.d^{-1}
R_{tc}	$0,56 \text{ d}$	56 d	93 min	15 h	64 jours
Re	$3,6 \cdot 10^3$	$3,6$	$3,6 \cdot 10^{-3}$	$3,6 \cdot 10^{-6}$	$3,6 \cdot 10^{-5}$

$$Re = \frac{\rho_s \times v_{\text{lim}}}{\eta} \quad t_c = \frac{H}{|v_{\text{lim}}|} \quad \text{Ces résultats ne sont pas valables pour le salle gonier car } Re \gg 5$$

$$\text{D) } t_{c \text{ moy}} = \frac{H}{|v_{\text{lim}}|} \quad \text{d'où } t_{\text{min}} = \frac{2g(d-1)t_{c \text{ moy}}}{9}$$

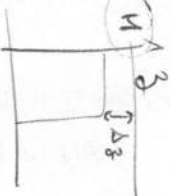
$$\lambda_{\min} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 (1-1) t_{\max}}} = 8,8 \mu\text{m}$$

E1) En régime permanent $v_x = v_{\text{eau}}$ et $v_y = v_z = 0$
 donc la trajectoire des particules est une droite oblique

$$\Delta t = \frac{L}{v_{\text{eau}}}$$

2) Il faut $\Delta t \geq t_c(\lambda_{\min})$ pour que toutes les particules plus grosses que $\lambda_{\min}$ sédimentent.

$$\begin{aligned} \Delta t &= H \lambda_{\text{eau}} \quad (\text{en supposant que } H \text{ ou que } \Delta z \ll H) \\ &= H \frac{L}{G} v_{\text{eau}} \end{aligned}$$



$$\text{Soit } v_{\text{eau}} = \frac{GQ}{HL}$$

$$\text{d'où } \Delta t = \frac{L^2 H}{GQ} \quad \text{Il faut donc } \frac{H L^2}{GQ} \geq t_c(\lambda_{\min})$$

$$\text{Soit } L \geq \sqrt{\frac{t_c(\lambda_{\min}) GQ}{H}} = L_{\min}$$

$$\underline{\text{AN: } L_{\min} = 8021 \text{ m}}$$

III Décartation des boues résiduelles.

A) Profil de concentration à l'équilibre.

$$\begin{aligned} 1) \vec{j}_D &= -D \text{ grad}(n^*) \quad \text{où } n^*(z,t) \text{ dépend de } z \text{ et } t \\ \text{d'où } \vec{j}_D &= -D \frac{\partial n^*}{\partial z} \vec{u}_z \end{aligned}$$

2) Soit une surface DS , telle que $\vec{DS} = dS \vec{u}_z$
 Pendant dt , dN particules la traversent avec
 $dN = \iint_{DS} \vec{j}_D \cdot d\vec{S} dt = -j_c dS dt$ où $j_c = j_z$

d'autre part, les particules traversent DS , par donc le volume $|v_e| dt dS$
 donc $dN = n^* |v_e| dt dS = +n^* v_e dt dS$



$$\begin{aligned} \text{d'où } \vec{j}_c &= -n^* v_e \vec{u}_z \\ \vec{j} &= (-D \frac{\partial n^*}{\partial z} - n^* v_e) \vec{u}_z \end{aligned}$$

l'énoncé a fait le cas où $v_e > 0$ (sans la dire)

C) On fait un bilan de particules sur la bande comprise entre z et $z+dz$: le nombre de particules à $t+dt$ est:



$$N(t+dt) = N(t) + \left[\Phi_{\text{entrant}}(z) - \Phi_{\text{sortant}}(z+dz) \right] dt$$

$$\text{Soit } [n^*(t+dt) - n^*(t)] dS dz = \left[j(z) - j(z+dz) \right] dS dt$$

$$\text{et } \frac{\partial n^*}{\partial t} dt dS dz = - \frac{\partial j}{\partial z} dz dS dz$$

$$\nabla \cdot \vec{n} = \nabla \cdot \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + v_e \frac{\partial n}{\partial z}$$

avec $v_e > 0$
(donc qu'on II
ve est abordable)

2) a) En régime stationnaire

$$\nabla \cdot \frac{d^2 n}{dz^2} + v_e \frac{dn}{dz} = 0$$

$$\text{Soit } \nabla \cdot \frac{dn}{dz} + v_e n = K \text{ une constante.}$$

$$\text{Ainsi } n(z) = \frac{K}{v_e} + A e^{-\beta/\lambda} \quad \text{où } \lambda = \frac{D}{v_e}$$

Rmq. on peut avoir intégré l'équa diff du 2^e ordre

$$\Delta = v_e^2 - 0 > 0 \quad r_{\pm} = -\frac{v_e \pm \sqrt{\Delta}}{2D}$$

$$\text{d'où } r_+ = 0 \quad r_- = -\frac{v_e}{D} = -1/\lambda$$

$$\text{et } n_{\infty}(z) = B e^0 + A e^{r_- z} = B + A e^{-\beta/\lambda}$$

$$\text{Or } j_0 = \left(-D \frac{dn}{dz} - n v_e \right) \vec{u}_z = 0 \text{ en } z=0 \text{ car les particules ne traversent pas le fond du bac.}$$

donc $K=0$

$$\text{et } n_{\infty}(z) = A e^{-\beta/\lambda} \quad \text{en } z=0 \quad n_{\infty}(z) = A = n_{\infty}(0)$$

$$\text{donc } n_{\infty}(z) = n_0 e^{-\beta/\lambda}$$

$$b) \quad v_e = \frac{(d-1) 2 \pi^2 g}{8 \pi}$$

$$\nabla \cdot = \frac{k_B T}{6 \pi \eta a}$$

d'après II A 2) et en prenant $v_e > 0$.

$$\text{donc } \lambda = \frac{k_B T g}{6 \pi \eta a (d-1) 2 \pi^2 g} = \frac{k_B T}{\frac{4}{3} \pi a^3 \rho (d-1) g}$$

$$= \frac{k_B T}{m \left(1 - \frac{1}{d}\right) g}$$

↳ masse apparente de la particule
= $m - m(\text{volume d'eau déplacé}) = m^*$

$$m \left(1 - \frac{1}{d}\right) g z = \xi_p \text{ de pesanteur et de poussée d'Archimède!}$$

$$\text{donc } e^{-\beta/\lambda} = e^{-\frac{m^* g z}{k_B T}}$$

$$n_{\infty}(z) = n_0^* e^{-\frac{m^* g z}{k_B T}}$$

Vérifie bien la stabilité de l'expression. Boltzmann.

c)

z	$1 \mu m$	$0,1 \mu m$	$0,01 \mu m$
$\lambda (m)$	$6,1 \cdot 10^{-8}$	$6,1 \cdot 10^{-5}$	$6,1 \cdot 10^{-2}$

On peut négliger la diffusion si $\lambda \ll \eta$, c'est-à-dire qu'on peut le faire pour toutes z .

B) Sédimimentation d'une suspension concentrée.

1) a) $v_p(x) = v_0(1-x(x/3))^n$

$x = \frac{\text{Volume de particule}}{\text{Volume total}} = \frac{dV_p}{dV}$

Dans dV , il y a dN particules $dN = n^* dV$,
Chaque particule ayant un volume $V_{1p} = V = \frac{4}{3}\pi r^3$

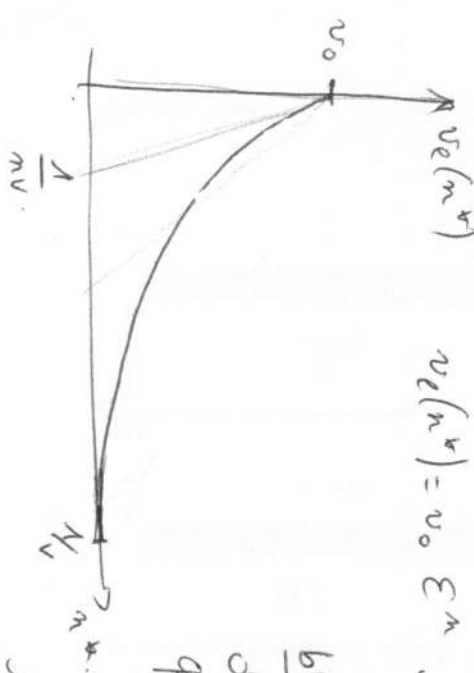
donc $dV_p = V \times dN = V \times n^* dV$

d'où $x(x/t) = n^*(3,t) V$

Ainsi $v_p(n^*) = v_0(1-n^*(3,t)V)^n$

$n^* \rightarrow 0 \quad v_p \sim v_0(1-n^*V) \rightarrow v_0$, pente de $-n^*Vv_0$

$v_p(n^*) = v_0(1-x)^n$
 $v_p(n^*) = v_0 \epsilon^n$ ou $\epsilon = 1-x$
 $\epsilon = 1-x = 1 - \frac{V_p}{V} = \frac{V - V_p}{V}$



b) v_0 est la vitesse de sédimentation quand les particules ont très diluées
Quand n^* augmente l'eau doit remonter entre les sédiments.



La remonte de l'eau est d'autant plus difficile qu'il y a de sédiments (les "mange" ont de plus en plus petits).

2) $\vec{j} = \vec{j}_c = -j(3,t) \vec{u}_g = -n^* v_p \vec{u}_g$ (d'après III A 1b)
avec $v_p > 0$
donc $j = n^* v_p = n^* v_0(1-n^*V)^n$

Soit $y = n^*V$. $f(y)$ maximal vaut 0,65.

donc $j = \frac{v_0}{V} f(n^*V)$
car $j = \frac{v_0}{V} y(1-y)^n$

$j_{max} = \frac{v_0}{V} \times 0,65$

La pente de ON est $\frac{f(y)}{y}$, soit $\frac{V f(n^*)}{v_0} = \frac{j(n^*)}{n^* v_0} = \frac{n^* v_p}{n^* v_0}$

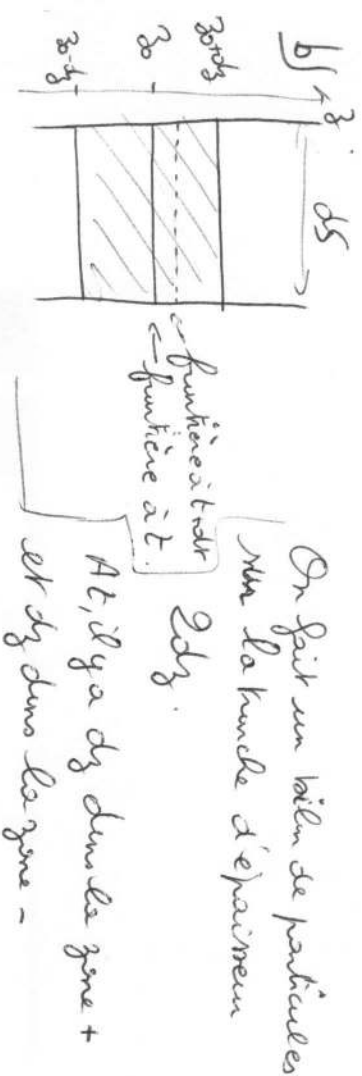
donc la pente de ON est $\frac{v_p(n^*)}{v_0}$ (On vérifie bien qu'elle diminue toujours)

3) a) Les 3 gres ont des gres où $\vec{j}$ est uniforme, La gres 1), transparente, converge à $n^* = 0$. (pas de particules).

La gres 3) opaque, converge à $n^* = 0,8/V$, c'est-à-dire une gres saturée en boue.

(atteindre x est impossible car écoulement de type à une compacité < 1)

Dans la zone (2), ~~il y a une concentration de particules~~
~~la concentration est celle initiale~~
 donc $n_{(2)}^* = n_0$



$$d'ou N(t) = dS dy n_+^* + dS dy n_-^*$$

At+dt, il y a $dy - v_F dt$ dans la zone + et $dy + v_F dt$ dans la zone - ($\vec{v}_F = v_F \vec{u}_y$ algébrique).

$$N(t+dt) = dS [dy - v_F dt] n_+^* + dS [dy + v_F dt] n_-^*$$

$$ou N(t+dt) - N(t) = [\phi_{entrant}(3+dy) - \phi_{sort}(3)] dt$$

$$= j_+ dS dt - j_- dS dt$$

$$= (j_+ - j_-) dS dt$$

$$= dS v_F dt [n_-^* - n_+^*]$$

$$d'ou \vec{v}_F = - \frac{j_+ - j_-}{n_+^* - n_-^*} \vec{u}_y$$

$$c) n_+^* = 0 \quad j_+ = 0 \quad \forall n_-^* = x = 0,1 \quad j_- = \frac{v_0}{V} f(q_1) = \frac{v_0}{V} 0,058$$

$$d'ou \boxed{\vec{v}_{12} = -0,58 v_0 \vec{u}_y}$$

$$d) \quad \forall n_+^* = 0,1; \quad j_+ = 0,058 \frac{v_0}{V}$$

$$\forall n_-^* = 0,8; \quad j_- = 0.$$

$$\boxed{\vec{v}_{23} = - \frac{0,058 v_0}{0,1-0,8} = 0,083 v_0 \vec{u}_y}$$

$$4) a) \quad \vec{v} = n^* \quad \text{Pas d'idée...}$$