

Correction du sujet «Physique 2» du concours Mines/Ponts 2015

Proposée par Romain Planques, professeur en MPSI au lycée Thiers à Marseille

2 août 2015

Question 1

Le principe d'inertie stipule qu'il existe des référentiels (dits «inertiels» ou «galiléens») dans lesquels un corps qui n'est soumis à aucune force est soit immobile, soit en mouvement rectiligne uniforme.

Dans un référentiel galiléen, le principe fondamental de la dynamique s'écrit :

$$m_i \vec{a} = \sum \vec{F} \quad (1)$$

Question 2

La force exercée par une particule 1 de masse m_1 sur une particule 2 de masse m_2 s'écrit : $\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}$ où $\vec{u}$ est un vecteur unitaire dirigé de 1 vers 2 et r la distance entre les deux points matériels.

Question 3

On sait que la puissance d'une force subie par un objet en rotation autour d'un axe s'écrit : $P = \mathcal{M} \frac{d\theta}{dt}$. D'autre part, si la force est conseravtive, on a aussi $P = -\frac{dE_p}{dt}$. On a donc :

$$\mathcal{M}_0 \frac{d\theta}{dt} = -\frac{dE_p}{dt} \quad (2)$$

D'où :

$$\frac{dE_p}{d\theta} = -M_0 = C(\theta - \theta_0) \quad (3)$$

D'où :

$$E_{p,S} = \frac{1}{2} C(\theta - \theta_0)^2 \quad (4)$$

en prenant $E_{p,S}(\theta_0) = 0$.

D'autre part, l'énergie cinétique vaut :

$$E_{c,S} = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \quad (5)$$

D'où l'énergie mécanique :

$$E_{m,S} = \frac{1}{2} C(\theta - \theta_0)^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \quad (6)$$

Question 4

D'après le théorème de l'énergie mécanique :

$$\frac{dE_m}{dt} = P_{frot} \quad (7)$$

D'où,

$$C(\theta - \theta_0)\dot{\theta} + J\ddot{\theta}\dot{\theta} = -\alpha\dot{\theta}^2 \quad (8)$$

Soit, après simplification par $\dot{\theta}$:

$$\ddot{\theta} + \frac{\alpha}{J}\dot{\theta} + \frac{C}{J}(\theta - \theta_0) = 0 \quad (9)$$

Question 5

Pour pouvoir observer des oscillations, il faut que le discriminant Δ du polynôme caractéristique associé à l'équation différentielle soit strictement négatif, donc :

$$\alpha^2 < 4JC \quad (10)$$

Dans ce cas, les solutions sont de la forme :

$$\theta(t) = \theta_0 + e^{-\frac{\alpha}{2J}t}(A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)) \quad (11)$$

avec $\omega = \sqrt{\frac{C}{J} - \frac{\alpha^2}{4J^2}}$

La pseudo-période s'écrit :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{C}{J} - \frac{\alpha^2}{4J^2}}} \quad (12)$$

En l'absence de frottements, la période propre vaudrait $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{C}}$.

On peut donc écrire : $T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\epsilon^2}}$

On cherche la valeur de ϵ telle que :

$$\left| \frac{T - T_0}{T_0} \right| = 0,01 \quad (13)$$

Ce qui donne :

$$\epsilon = \sqrt{1 - \frac{1}{1,01^2}} = 0,14 \quad (14)$$

Question 6

En remplaçant J par $J_0 + 2J_1 + 2mL^2$ dans l'expression $T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{C}}$ on obtient :

$$J_0 + 2J_1 + 2mL^2 = \frac{CT^2}{4\pi^2} \quad (15)$$

Traçons la courbe représentant L^2 en fonction de T^2 et effectuons une régression linéaire (avec Excel) :
Le coefficient directeur de la droite vaut :

$$1,90.10^{-8} = \frac{C}{8\pi^2 m} \quad (16)$$

D'où $C \simeq 3,0.10^{-7} N.m$

Sachant que J_0 et J_1 sont très faibles devant $2mL^2$, on peut écrire que $m \simeq \frac{C}{8\pi^2} \frac{T^2}{L^2}$.

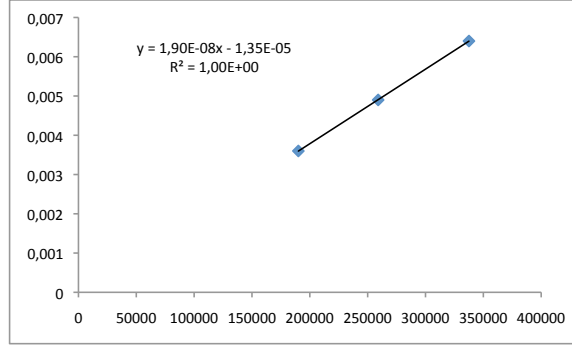


FIGURE 1 – L^2 en fonction de T^2

Question 7

À l'équilibre, la force d'inertie de Coriolis est nulle. La force d'inertie d'entraînement (force centrifuge) vaut :

$$\vec{f}_{ie} = mR_T \cos \lambda \omega_t^2 \vec{u} \quad (17)$$

où $\vec{u}$ est un vecteur unitaire orthogonal à l'axe de rotation de la Terre, dirigé vers l'extérieur.

On a donc :

$$\vec{f}_{ie} = mR_T \cos \lambda \omega_t^2 (\cos \lambda \vec{u}_z - \sin \lambda \vec{u}_\lambda) \quad (18)$$

Question 8

D'après le théorème du moment cinétique appliqué au système S par rapport à l'axe (Oz), on a, à l'équilibre : $\mathcal{M}_0 + \mathcal{M}_z(\vec{f}_{ie1}) + \mathcal{M}_z(\vec{f}_{ie2}) = 0$.

Il faut donc calculer les moments par rapport à (Oz) des forces d'inertie d'entraînement dans les deux situations.

Cas 1 :

$$\mathcal{M}_z(\vec{f}_{ie1}) = -Lm_{i1}R_T\omega_t^2 \cos \lambda \sin \lambda \sin \theta_{\infty 1} \simeq -Lm_{i1}R_T\omega_t^2 \cos \lambda \sin \lambda \quad (19)$$

en supposant que θ_{∞} est très faible et en faisant l'approximation des petits angles

et :

$$\mathcal{M}_z(\vec{f}_{ie2}) = Lm_{i2}R_T\omega_t^2 \cos \lambda \sin \lambda \sin \theta_{\infty 1} \simeq Lm_{i2}R_T\omega_t^2 \cos \lambda \sin \lambda \quad (20)$$

avec la même approximation.

Dans le cas 2, les signes sont opposés.

En faisant la différence entre les deux conditions d'équilibre, on déduit que :

$$-C(\theta_{\infty 1} - \theta_{\infty 2}) - 2Lm_{i1}R_T\omega_t^2 \cos \lambda \sin \lambda + 2Lm_{i2}R_T\omega_t^2 \cos \lambda \sin \lambda = 0 \quad (21)$$

D'où :

$$\Delta\theta = \frac{L(m_{i1} - m_{i2})R_T\omega_t^2 \sin(2\lambda)}{C} \quad (22)$$

Question 9

Des calculs élémentaires permettent d'obtenir l'expression :

$$\delta_m = \frac{8\pi^2 L \Delta\theta}{R_T\omega_t^2 \sin(2\lambda) T^2} \quad (23)$$

avec $\Delta\theta = \frac{1mm}{2m} = 0,5 \cdot 10^{-3}$.

L'application numérique donne $\delta_m = 3,7 \cdot 10^{-7}$

Question 10

On peut en déduire que l'écart relatif entre masse inertielle et masse gravitationnelle est inférieur à $3,7 \cdot 10^{-7}$. Autrement dit, l'écart entre ces deux masses est inférieur à un millionième (i.e. le principe d'équivalence est vérifié avec une précision supérieure à un millionième).

Question 11

La première équation est analogue à l'équation de Maxwell-Gauss : $\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$, et la deuxième est analogue à l'équation de Maxwell-Faraday (simplifiée de le cadre de l'électrostatique) : $\text{rot} \vec{E} = \vec{0}$. Le champ magnétostatique n'a pas une structure analogue au champ gravitationnel, on ne peut donc pas proposer d'analogie avec la magnétostatique.

$\phi(M)$ est tel que : $\vec{\Gamma} = -\vec{grad}(\phi)$.

On a :

$$\text{div}(-\vec{grad}(\phi)) = -4\pi G\rho \quad (24)$$

soit :

$$\Delta\phi = 4\pi G\rho \quad (25)$$

ce qui est l'équation de Poisson relative à la gravitation.

Question 12

On a :

$$\vec{F} = m\vec{\Gamma} = -m\vec{grad}(\phi) = -\frac{d\phi}{dr}\vec{u}_r \quad (26)$$

La force étant dirigée selon $\vec{u}_r$, son moment par rapport au point O est nul. Ainsi, d'après le théorème du moment cinétique, le moment cinétique $\vec{L}_O$ de M par rapport au point O est constant. Or le vecteur $\vec{OM}$ étant toujours orthogonal à $\vec{L}_O$, il sera toujours contenu dans l'unique plan orthogonal à $\vec{L}_O$ et passant par O : le mouvement de M est plan.

En utilisant les coordonnées polaires dans le plan du mouvement, on a :

$$\vec{L}_O = m\vec{r} \wedge \vec{v} = m(r\vec{u}_r) \wedge (\dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta) = mr^2\dot{\theta}\vec{u}_z \quad (27)$$

Ainsi, la quantité $r^2\dot{\theta}$ est égale à la norme du moment cinétique divisée par la masse. Elle est donc constante puisque le moment cinétique est constant. On l'appelle la «constante des aires» (elle représente aussi le double de la vitesse aréolaire).

Question 13

On applique le principe fondamental au point matériel M dans le référentiel galiléen $(O, \mathcal{G})$, et on projette sur $\vec{u}_r$ en utilisant la relation de Frenet (qui dit que la composante de l'accélération dans la direction normale à la trajectoire a pour norme $\frac{v^2}{r}$ et on obtient :

$$\vec{v}_c(r) = \sqrt{r \frac{d\phi}{dr}} \vec{u}_\theta \quad (28)$$

Question 14

Il suffit de remplacer $\phi(r)$ par son expression. On obtient :

$$\vec{v}_c(r) = \sqrt{\frac{GM_b}{r}} \vec{u}_\theta \quad (29)$$

Ce modèle est dit keplerien car on obtient la même expression que pour les vitesses des planètes autour du Soleil.

Question 15

On constate que v_c reste quasi-constante en dehors du bulbe, ce qui est en nette contradiction avec le modèle képlerien, pour lequel v_c devrait décroître en $\sqrt{1/r}$ en dehors du bulbe.

Question 16

Notons ϕ_n le potentiel gravitationnel créé par la matière noire uniquement. L'équation de Poisson en coordonnées sphériques dans le cas où ϕ ne dépend que de r s'écrit :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\phi_n}{dr} \right) = 4\pi G \frac{C_0}{r_0^2 + r^2} \quad (30)$$

En utilisant l'intégrale donnée par l'énoncé, on obtient :

$$r \frac{d\phi_n}{dr} = 4\pi G C_0 \left(1 - \frac{r_0}{r} \arctan\left(\frac{r}{r_0}\right) \right) \quad (31)$$

Or, d'après le théorème de superposition (puisque les équations qui régissent le champ gravitationnel sont linéaires), le potentiel gravitationnel total est égal à $\phi = \phi_n + \phi_b$ où ϕ_b est le potentiel gravitationnel créé par le bulbe.

On obtient donc au final pour la vitesse :

$$v_c(r) = \sqrt{4\pi G C_0 \left(1 + \frac{M_b}{4\pi C_0 r} - \frac{r_0}{r} \arctan\left(\frac{r}{r_0}\right) \right)} \quad (32)$$

Pour $r \ll r_0$ (c'est à dire en pratique $r \gg r_0$ et $r \gg \frac{M_b}{C_0}$), on voit que $v_c(r) \simeq \sqrt{4\pi G C_0}$: on retrouve bien le fait que $v_c(r)$ tend vers une constante au lieu de décroître vers 0 quand r augmente.

En identifiant cette expression avec la vitesse relevée pour le soleil sur le graphique, on obtient pour la constante C_0 :

$$C_0 = 5,7.10^{19} kg.m^{-1} = 8,9.10^5 M_\odot/pc \quad (33)$$

Interprétation de r_0 : quand $r \ll r_0$, on remarque que $\frac{d\phi_n}{dr} \simeq 0$, ainsi, pour $r \ll r_0$, le champ gravitationnel dû à la matière noire est négligeable. On peut donc interpréter r_0 comme la distance à partir de laquelle les effets de la matière noire commencent à se faire sentir.

Question 17

La masse totale du halo de matière noire peut s'écrire comme :

$$M_n = \iiint_{galaxie} \rho dV = 4\pi \int r^2 \rho(r) dr = 4\pi C_0 \int_0^{R_d} \frac{r^2}{r_0^2 + r^2} dr = 4\pi_0 (R_d - r_0 \arctan(R_d/r_0)) \simeq 4\pi C_0 R_d \simeq 3,3.10^{11} M_\odot \quad (34)$$

On voit donc qu'il y aurait environ 30 fois plus de matière noire que de matière «visible» dans notre galaxie !

Question 18

Pour que u soit sans dimension, on voit qu'il faut que a_0 soit homogène à un champ gravitationnel. Il s'exprime donc en $N.kg^{-1}$, c'est à dire en $m.s^{-2}$: a_0 est homogène à une accélération.

On voit immédiatement qu'il faut que $K = 1$ si on veut retrouver l'équation de Poisson «classique» dans le cas où u n'est pas négligeable devant 1.

Question 19

On a d'une part :

$$\operatorname{div} \left(\mu(u) \vec{\operatorname{grad}} \phi_m \right) = 4\pi G\rho \quad (35)$$

et, d'autre part :

$$\operatorname{div} \left(\vec{\operatorname{grad}} \phi \right) = 4\pi G\rho \quad (36)$$

En soustrayant membre à membre et en utilisant la linéarité de l'opérateur divergence, on obtient :

$$\operatorname{div} \left(\mu(u) \vec{\operatorname{grad}} \phi_m - \vec{\operatorname{grad}} \phi \right) = 0 \quad (37)$$

Or on sait qu'un champ de vecteur dont la divergence est nulle peut s'écrire comme le rotationnel d'un "potentiel vecteur" que l'on notera ici $\vec{h}$, d'où l'existence d'un vecteur $\vec{h}$ tel que :

$$\mu(u) \vec{\operatorname{grad}} \phi_m = \vec{\operatorname{grad}} \phi + \operatorname{rot} \vec{h} \quad (38)$$

Question 20

On se place dans le cas où $u \ll 1$, alors $\mu(u) \simeq \sqrt{u}$.

On a donc :

$$\frac{1}{a_0} \left\| \vec{\operatorname{grad}} \phi_m \right\|^2 = \left\| \vec{\operatorname{grad}} \phi \right\|^2 = \frac{GM_b}{r^2} \quad (39)$$

D'où

$$\left\| \vec{\operatorname{grad}} \phi_m \right\| = \frac{\sqrt{a_0 GM_b}}{r} \quad (40)$$

On en déduit v_c puisque :

$$v_c = \sqrt{r \frac{d\phi_m}{dr}} = (GM_b a_0)^{1/4} \quad (41)$$

Question 21

On a donc :

$$a_0 = \frac{v_c^4}{GM_b} \simeq 1,8 \cdot 10^{-9} m.s^{-2} \quad (42)$$

L'accélération du Soleil dans la voie lactée vaut, d'après la figure 3 :

$$a_S = \frac{v_c^2}{r} = \frac{220000^2}{8,5 \cdot 10^3 \cdot 3,1 \cdot 10^6} \simeq 1,8 \cdot 10^{-10} m.s^{-2} \quad (43)$$

Ainsi, l'accélération du Soleil est égale au dixième de l'accélération a_0 , ce qui permet de justifier que l'on est bien dans le régime $u \ll 1$.

Question 22

Vu que l'espace inter-armatures est vide de charges, le potentiel V satisfait l'équation de Laplace : $\delta V = 0$, soit, en coordonnées cartésiennes :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 V}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2 V}{\partial^2 z} = 0 \quad (44)$$

Or $\vec{F} = q\vec{E} = -q\vec{\operatorname{grad}} V$, on a donc : $a + a + b = 0$, soit $b = -2a$.

Donc $\vec{F} = a(x\vec{u}_x + y\vec{u}_y - 2z\vec{u}_z) = -q\vec{\operatorname{grad}}(V) = -q \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z} \right)$.

On en déduit facilement en identifiant les différents termes, que V est de la forme :

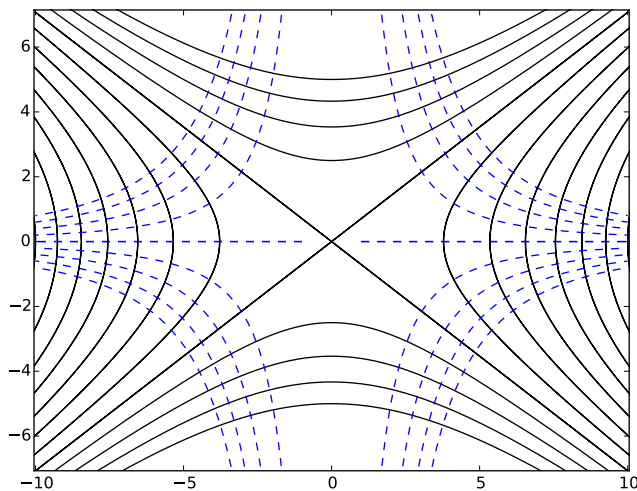


FIGURE 2 – Equipotentielles (traits pleins) et lignes de champ (pointillés) dans le plan xOz

$$V(x, y, z) = \alpha + \beta(x^2 + y^2 - 2z^2) \quad (45)$$

où α et β sont deux constantes que l'on peut déterminer à partir des conditions aux limites.

On sait que $V(0, 0, z_0) = 0$ donc $\alpha - 2\beta z_0^2 = 0$, donc $\alpha = 2\beta z_0^2$.

De plus, l'autre condition au x limites (au niveau des coupoles) donne $\alpha + \beta r_0^2 = V_0$.

On en déduit que $\beta = \frac{V_0}{r_0^2 + 2z_0^2} = \frac{V_0}{2r_0^2}$ (en utilisant la relation $2z_0 = \sqrt{2}r_0$).

Et enfin $\alpha = 2\beta z_0^2 = r_0^2 \beta = \frac{V_0}{2}$.

Question 23

La figure 2 représente les équipotentielles (en traits pleins noirs) et les lignes de champ (en traits pointillés bleus) dans le plan xOz , tracés avec Python.

Dans le plan xOy la situation est beaucoup plus simple : puisque $V(x, y, z) = \alpha + \beta(x^2 + y^2 - 2z^2)$, les équipotentielles dans le plan xOy ont pour équation $x^2 + y^2 = cte$: ce sont donc des cercles de centre O ! Ensuite, les lignes de champ étant orthogonales aux équipotentielles, ce sont des droites passant par l'origine !

Question 24

Le champ électrique a pour expression (en prenant l'opposé du gradient du potentiel) :

$$\vec{E}(x, y, z) = -V_0(x\vec{u}_x + y\vec{u}_y - 2z\vec{u}_z) \quad (46)$$

On voit donc que le champ électrique est nul en O, et donc la force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$ est nulle aussi : O est un point d'équilibre.

De plus, la force subie au voisinage de l'équilibre vaut :

$$\vec{F} = -\frac{qV_0}{r_0^2}(x\vec{u}_x + y\vec{u}_y - 2z\vec{u}_z) \quad (47)$$

Ainsi, si q est positif, on voit que l'équilibre est instable dans la direction de $\vec{u}_z$ (puisque la force aura tendance à repousser la charge de sa position d'équilibre) et si q est négatif, l'équilibre est instable dans les directions de $\vec{u}_x$ et $\vec{u}_y$. Ainsi, dans tous les cas, l'équilibre est globalement instable.

Question 25

Le principe fondamental de la dynamique appliqué à l'antiproton donne :

$$m_p \vec{a} = -e\vec{E} - e\vec{v} \wedge \vec{B} \quad (48)$$

Après calcul du produit vectoriel et en introduisant les notations de l'énoncé, on obtient le système :

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \omega_0^2 x - \omega_c \dot{y} \\ \ddot{y} &= \omega_0^2 y - \omega_c \dot{x} \\ \ddot{z} &= -2\omega_0^2 z \end{aligned}$$

En sommant les deux premières équations et en introduisant l'inconnue $\zeta = x + iy$, on obtient :

$$\ddot{\zeta} = \omega_0^2 \zeta + i\omega_c \dot{\zeta} \quad (49)$$

On voit que l'équation vérifiée par $z(t)$ est celle d'un oscillateur harmonique : il n'y aura donc pas de problème pour le confinement dans cette direction.

Le discriminant du polynôme caractéristique associé à l'équation satisfaite par ζ vaut $\Delta = -\omega_c^2 + 4\omega_0^2$. Pour qu'il y ait confinement dans les directions de x et de y , il faut que ce discriminant soit négatif, donc que $\omega_c > \omega_0$, soit $B_0 \geq B_{min}$, avec $B_{min} = 2\sqrt{\frac{m_p V_0}{e r_0^2}} = 8,1 \cdot 10^{-2} T$.

Question 26

Les applications numériques donnent $\omega_c = 9,4 \cdot 10^7 \text{ rad/s}$ et $\omega_0 = 3,8 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$.

On aura donc un mouvement rapide selon l'axe z à la pulsation $\sqrt{2}\omega_c$.

Pour les pulsations dans le plan xOy , il "suffit" de calculer les deux racines de l'équation caractéristique...

Question 27

Pour trouver la température absolue, on utilise la relation :

$$\frac{3}{2} k_b T = E_c \quad (50)$$

qui conduit à une température à l'entrée de $T \simeq 3,8 \cdot 10^{10} K$.

Etudions à présent la décroissance de l'énergie par rayonnement. Déjà remarquons que $z(t)$ est de la forme : $z(t) = A \cos(\sqrt{2}\omega_0 t + \phi)$. On en déduit que $\langle \dot{z}^2 \rangle = 2\omega_0 \langle z^2 \rangle$ et $\langle \ddot{z}^2 \rangle = 4\omega_0^2 \langle z^2 \rangle$. Ainsi, $\langle E_c \rangle = \frac{1}{2} m_p 2\omega_0 \frac{d\langle z^2 \rangle}{dt}$. Ensuite, si, pour simplifier, on ne tient pas compte de l'énergie potentielle, on a :

$$\frac{d\langle E_c \rangle}{dt} = \langle P_{ray} \rangle \quad (51)$$

D'où, après simplification :

$$\frac{d\langle z^2 \rangle}{dt} = \frac{2\mu_0 e^2 \omega_0^2}{3\pi c m_p} \langle z^2 \rangle \quad (52)$$

ce qui correspond bien à une décroissance exponentielle ayant pour constante de temps :

$$\tau = \frac{3\pi c m_p}{2\mu_0 e^2 \omega_0^2} \simeq 5 \times 10^{12} s \quad (53)$$

ce qui correspond à plus de 100000 ans : c'est beaucoup trop long, d'où la nécessité d'une méthode de refroidissement complémentaire !

Question 28

Je trouve que cette question est assez ambiguë : on se sait pas trop à quoi l'énoncé fait référence quand il parle de «vitesse initiale moyenne» : s'agit-il de la vitesse quadratique moyenne, de la valeur moyenne de la norme du vecteur vitesse, ou de la norme de la moyenne du vecteur vitesse ? Je trouve que l'énoncé aurait dû préciser à quoi ils faisaient allusion !

Le plus simple est bien sûr de considérer que l'on demande la norme du vecteur vitesse moyen, qui est bien sûr nulle à cause de l'isotropie.

L'écart-type $\sigma_v = \sqrt{\langle v^2 - \overline{v_0} \rangle} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$ est donc égal à la vitesse quadratique moyenne, c'est à dire :

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{3k_b T}{m_p}} = 0,50 m/s \quad (54)$$

Question 29

En appliquant la deuxième loi de Newton à l'antiproton et en intégrant deux fois, on obtient directement (en supposant que v_0 est dirigé dans le sens de $\bar{g}$) :

$$h = \frac{1}{2} \bar{g} t_c^2 \quad (55)$$

D'où :

$$\bar{g} = \frac{2(h - v_0 t_c)}{t_c^2} \quad (56)$$

Question 30

On trouve :

$$\bar{g} = \frac{2h}{t_c^2} = 9,78 m.s^{-2} \quad (57)$$

C'est donc très proche de l'accélération de la pesanteur subie par la matière «normale» à la surface terrestre.

Question 31

On a, puisque les incertitudes sur la position et sur la vitesse sont décorélées, et en utilisant l'expression de $\bar{g}$ trouvée à la question 29, on obtient que, pour une mesure, l'incertitude sur la mesure de $\bar{g}$ serait :

$$\Delta \bar{g} = \frac{2}{t_c^2} \sqrt{\sigma_h^2 + \sigma_v^2 t_c^2} \quad (58)$$

En répétant N expériences indépendantes, on divise par $\sqrt{N}$ cette incertitude, d'où :

$$\delta \bar{g} = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{2}{t_c^2} \sqrt{\sigma_h^2 + \sigma_v^2 t_c^2} \quad (59)$$

Question 32

L'application numérique donne : $N > 5200$ pour avoir une erreur relative inférieure à 1%.

Commentaires sur le sujet

□ Aspects positifs :

- Le sujet est vraiment original, et porte sur des thèmes de physique modernes (matière noire, antimatière), qui peuvent être motivants et passionnants pour les élèves. On peut d'ailleurs saluer le fait d'avoir écrit un sujet abordant de tels thèmes tout en restant dans le cadre du programme !
- Le sujet est bien écrit, les introductions sont intéressantes et les schémas sont clairs. Les questions sont bien posées.

- Le sujet parcourt d'assez nombreuses parties du programme :
 - Mécanique du point et du solide en rotation, théorème du moment cinétique
 - Référentiels non galiléens
 - Mouvements à force centrale
 - Analyse vectorielle
 - Electrostatique
 - Particule dans un champ électromagnétique
 - Thermodynamique : vitesse quadratique moyenne pour un gaz parfait
 - Calculs d'incertitudes
 - Enfin, il y a un assez bon équilibre entre des questions purement théoriques et des études expérimentales, où l'accent est mis sur les applications numériques.
- Aspects négatifs :
- Le sujet me paraît beaucoup trop long, d'autant plus que l'épreuve ne durait que trois heures ! Je pense qu'il aurait fallu supprimer une des trois parties pour que les élèves aient un peu le temps de réfléchir aux questions difficiles, d'autant que les applications numériques prennent du temps, de même que certaines questions qui ne sont pas évidentes (questions 7, 8, 16, 23, 25 et 31 par exemple). Au final, un tel sujet aura peut-être favorisé le «papillonnage» des élèves.
 - Il aurait peut-être fallu aussi plus de questions «assez faciles», pour trier correctement les élèves un peu plus faibles.
 - Certaines questions sont à la limite du programme, comme :
 - La question trois, où on doit trouver l'énergie potentielle à partir de l'expression du moment de la force
 - La question 19, où on doit savoir qu'un champ vectoriel de divergence nulle peut s'écrire comme le rotationnel d'un «potentiel vecteur»
 - Je trouve qu'il aurait fallu préciser le terme «vitesse moyenne» à la question 28 car sinon, on ne voit pas trop à quoi il est fait référence (d'autant que la notation $\overline{v_0}$ n'aide pas à comprendre)
 - Enfin, on peut aussi reprocher au sujet d'être un peu trop «mathématique» : beaucoup de questions demandent des développements mathématiques assez difficiles tandis que peu de questions évaluent le «sens physique» des candidats. Autrement dit, ce sujet ne me paraît pas vraiment tenir compte des approches introduites dans les nouveaux programmes («moins de maths, plus de raisonnements qualitatifs»).