

Physique des Ondes et particules associées:

I. Dualité onde/corpuscule:

Onde électromagnétique:

I.1. O.N dans le vide: $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u} = \frac{\omega}{c} \vec{u}$ $\vec{u}$ représentant la direction et le sens de propagation de l'onde.
pour une onde $\omega = 2\pi f$
 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

I.2. pour un photon $E = h\nu$ $\lambda \approx 500 \text{ nm} \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda} \approx 6 \cdot 10^{14}$
AN $E = 3,96 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
 $\hookrightarrow E \approx 2,5 \text{ eV.}$

I.3. quantité de m^{vt} d'un photon dans le vide $p = \frac{h}{\lambda}$.
dans un mt. d'indice n , la célérité des photons est: $\frac{c}{n}$
 $\frac{c}{n} = \lambda_n \cdot \nu$ avec λ_n longueur d'onde de l'onde dans le mt. d'indice n
dans le vide cette même onde possède une longueur d'onde λ_0 / $c = \lambda_0 \nu$
 $\Rightarrow \frac{c}{n} = \frac{\lambda_0 \nu}{n} \Rightarrow \lambda_n = \frac{\lambda_0}{n}$ ainsi: $p = \frac{h n}{\lambda_0}$

I.4. Onde de matière.
 $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u} =$ et $\vec{p} = \frac{h\vec{k}}{\lambda} = h \vec{k} \Rightarrow \vec{p} = h \vec{k}$
 $E = h\nu = \hbar \omega \Rightarrow \omega = \frac{E}{\hbar}$

I.5a. Électron dans un champ électrique. $V=0$ $V=U$
système e^-
B.A.T. $\vec{F}_e = -e\vec{E} = +e \text{grad}(V) = \text{grad}(\mathcal{E}_{pot})$
de système n'étant soumis qu'à des forces conservatives
 $\Delta \mathcal{E}_m = 0 \Rightarrow \mathcal{E}_m(t=0) = \mathcal{E}_m(t_f)$
 $\Rightarrow \mathcal{E}_e(t=0) + \mathcal{E}_p(t=0) = \mathcal{E}_e(t_f) + \mathcal{E}_p(t_f)$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_e(t_f) - \mathcal{E}_p(t_f) + \mathcal{E}_p(0) = +e(V(t_f) - V(0))$$

$$\mathcal{E}_e(t_f) = +eU$$

Après déla de la zone d'accélération
 $E = -eU$

$$\text{Notons que } E = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p^2 = 2mE = 2meU \Rightarrow \frac{h}{\lambda} = \sqrt{2meU}$$

Ainsi nous obtenons:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}$$

15b. photon X $\lambda_x = 0,1 \text{ nm}$
onde de matière $\lambda_e = \frac{h^2}{2me\lambda_x^2}$ AN $\lambda_x = 149 \text{ V.}$

16 $E \approx \frac{3}{2} k_B T$ $E \approx 6,3 \cdot 10^{-20} \text{ J} \Rightarrow$
 $E = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mE} = 10^{-25} \text{ m/s.}$
 $p = \frac{h}{\lambda}$ $\lambda \approx p \cdot h \approx 6,3 \cdot 10^{-9} \text{ m.}$

λ est du m^{ême} ordre que $a \Rightarrow$ il peut être considéré comme quantifié.

I.7. Einstein, de Broglie, Heisenberg...

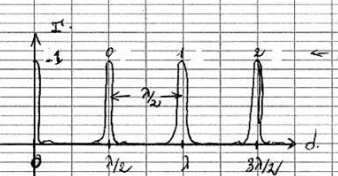
Diffusion Brillouin:

I.8a. onde sonore k ; ω .
 $\vec{q} = \hbar \vec{k} \Rightarrow q = \hbar k$ et $v = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi v}{k} \Rightarrow k = \frac{2\pi v}{v}$
 $\Rightarrow q = \frac{\hbar 2\pi v}{v}$
 $\Rightarrow |\vec{q}| = \frac{\hbar 2\pi v}{v}$

I.8b. $q_p = \hbar \nu_p$

I.8c. AN $q_p = 4,125 \cdot 10^{-12} \text{ eV}$
 $q = 4,4 \cdot 10^{-34} \text{ kg m/s.}$

I 8d	Energie du phonon $\approx$ Energie d'un photon dans le domaine visible.		
I 9.	Un système isolé n'est soumis à aucune action $\Rightarrow$ $\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \Rightarrow \vec{p}$ se conserve au cours du temps. Autre grandeur se conservant: Energie totale du système isolé.		
I 10	$V = 1525 \text{ m/s}$ à 50°C . $n = 1,33$. $\lambda_{\text{inc}} = 0,53 \mu\text{m}$. $\lambda_{\text{ém}}$.	$\Leftarrow$ phonon $\Leftarrow$ photon incident $\Leftarrow$ photon émis	
I 10a	La conservation de l'énergie au cours du choc se traduit par: $E_{\text{phonon}} + E_{\text{photon}} = E'_{\text{photon}}$ avant le choc $\Rightarrow h\nu_{\text{phonon}} + h\nu_{\text{inc}} = h\nu_{\text{ém}}$ ou $\begin{cases} q = h\nu \\ \lambda = \frac{c}{\nu} \end{cases} \Rightarrow h\nu = q\lambda$ $\Rightarrow qV = h(\nu_{\text{ém}} - \nu_{\text{inc}})$ $\Rightarrow \Delta\nu^+ = \frac{qV}{h} = \frac{2\pi nV}{\lambda_{\text{inc}}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$		
I 10b	i) $\Delta\nu^+ = \frac{2\pi nV}{\lambda_{\text{inc}}} \sin(45^\circ) \Rightarrow \Delta\nu^+ = 5,4 \cdot 10^3 \text{ Hz}$ ii) $\Delta\lambda^+ = ?$ $c = \frac{\omega}{k} = \nu \cdot \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow \ln(\lambda) = \ln(c) - \ln(\nu)$ $\Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\frac{\Delta\nu}{\nu}$ $\Rightarrow \frac{\Delta\lambda^+}{\lambda_{\text{inc}}} = -\frac{\Delta\nu^+}{\nu_{\text{inc}}}$ avec $c = \lambda_{\text{inc}} \cdot \nu_{\text{inc}} \Rightarrow \nu_{\text{inc}} = \frac{c}{\lambda_{\text{inc}}}$ $\Rightarrow \frac{\Delta\lambda^+}{\lambda_{\text{inc}}} = -\Delta\nu^+ \cdot \frac{\lambda_{\text{inc}}}{c} \Rightarrow \frac{\Delta\lambda^+}{\lambda_{\text{inc}}} = -9,54 \cdot 10^{-6}$		
I 10c	$\Rightarrow \Delta\lambda^+ = 5 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ nm}$ $ \Delta\lambda^+ $ est trop faible pour être décelé par le spectromètre à réseau tel que l'on en a en lycée cf doublet Jaune du sodium: $\Delta\lambda = 0,6 \text{ nm}$.		

II	Interféromètre à fente pour la résolution.		
II 1	$\Delta L_{\text{géom}} = 2d$ ddm géométrique $\Delta L = \Delta L_{\text{opt}} + \Delta L_{\text{géom}} = 2d + \frac{\lambda}{2\sin\theta}$	$\Delta L_{\text{opt}} = \frac{\lambda}{2\sin\theta}$ ddm optique	
II 2	Pour obtenir des interférences constructives, les rayons doivent être en phase (2π) $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L = p \cdot 2\pi \Rightarrow$		
II 3	$p = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta L}{\lambda}$	$p = 2d\sin\theta + \frac{1}{2}$	
II 4a	interférences constructives:	$p = \frac{\Delta L}{\lambda} = \frac{2d\sin\theta}{\lambda}$	$d_p = \frac{(p + \frac{1}{2})\lambda}{2}$
			
II 4b	$\delta = \lambda/2$		
II 5	Application à la diffusion de Bragg. $\lambda > \lambda_{\text{inc}} > \lambda'$ $\nu' < \nu_{\text{inc}} < \nu$		
II 6.	$d_0 = \frac{\lambda_{\text{inc}}(p-1)}{2}$		
I 7a	$d = d_0 + \delta$	$d_{p+} = \frac{(p-1)\lambda_{\text{inc}}}{2} + \frac{\lambda_{\text{inc}}}{2} = d_0 + \frac{\lambda_{\text{inc}}}{2}$ $d_{p-} = \frac{(p-1)\lambda_{\text{inc}}}{2} - \frac{\lambda_{\text{inc}}}{2} = d_0 - \frac{\lambda_{\text{inc}}}{2}$	$\Rightarrow \delta = \frac{\lambda_{\text{inc}}}{2}$
I 7b.	$d = d_0 + \delta$	frange d'ordre p pour λ' frange d'ordre p pour λ	$d_0 + \delta = \frac{(p-1)\lambda'}{2}$ $d_0 - \delta = \frac{(p-1)\lambda}{2}$
	$\delta = (p-1)\frac{\lambda'}{2} + (p-1)\frac{\lambda_{\text{inc}}}{2} \Rightarrow \delta = + (p-1)\frac{\lambda_{\text{inc}}}{2} \Rightarrow \delta = + \frac{\Delta\lambda^+}{\lambda_{\text{inc}}} d_0$		

$$I7c \quad Z = \Delta V^+ \cdot \frac{\delta}{\epsilon}$$

$$\text{avec } \begin{cases} \delta^+ = \frac{\lambda_{inc}}{2} = \frac{c}{2 \cdot \nu_{inc}} \\ \epsilon = -p \frac{\Delta V^+}{\lambda_{inc}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \epsilon = (p-1) \cdot \frac{\lambda_{inc}}{2} - (p-1) \frac{\lambda^+}{2} = (p-1) \frac{\Delta V^+}{\lambda_{inc}} \Rightarrow \epsilon = \frac{\Delta V^+}{\lambda_{inc}} d_0 = - \frac{\Delta V^+}{\nu_{inc}} d_0$$

$$\text{Ainsi } Z = - \frac{\Delta V^+}{2 \lambda_{inc}} \cdot \frac{c}{\Delta V^+ d_0} \Rightarrow Z = - \frac{c}{2 d_0} \Rightarrow \boxed{Z = \frac{c}{2 d_0}}$$

I7c suite.

$$\bullet \Delta V^+ > Z \Rightarrow \frac{\delta^+}{\epsilon} < 1 \Rightarrow \delta^+ < \epsilon \Rightarrow \frac{\lambda_{inc}}{2} < \epsilon$$

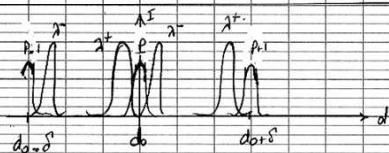
$\Rightarrow$ des pics λ relatifs à λ^+ et λ^- ne sont pas autour de celui d'ordre p

d'ordre p pour $\lambda_{inc} \Rightarrow$ difficulté pour la mesure (recouvrement d'ordres)

$$\bullet Z > \Delta V^+ \Leftrightarrow \frac{c}{2 d_0} > \Delta V^+ \Rightarrow d_0 < \frac{c}{2 \Delta V^+} \approx \underline{2,98 \text{ cm}}$$

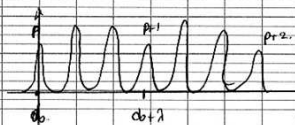
1,25 cm convient donc

I7d.



$$I8a \quad Z = 15 \text{ GHz}$$

$G \cdot I_{\text{max}}$	0,89	0,99	0,99	0,89	0,99	0,99	0,89
Decal.	0	5,4	9,6	15,0	21,4	25,6	30,0
ordre	p	p	p+1	p+1	p+1	p+2	p+2
Fréquence	ν_{inc}	ν^+	ν^-	ν_{inc}	ν^+	ν^-	ν_{inc}



$$d_0 = \frac{c}{2Z} = 9,01 \text{ m}$$

$$\Delta V^+ = 5,4 \text{ GHz of } 106.$$

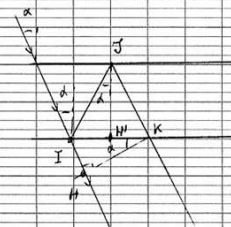
I8b.

$$\Delta V^+ = \frac{qV}{h} = \frac{e h \nu}{h} \cdot \frac{1}{\lambda_{inc}} \Rightarrow \nu = \frac{\lambda_{inc} \cdot \Delta V^+}{2h \sin(\theta/2)} \quad (\theta = 90^\circ)$$

$$\nu = 1352,54 \text{ m/s}$$

Pouvoir de Résolution

I9a



$$\delta_{\text{geo}}^+ = [IJ] + [JK] - [IK] \\ = 2d_{IJ} - d_{IK}$$

Dans le triangle IJK

$$\cos(\alpha) = \frac{d}{d_{IK}} \Rightarrow d_{IK} = \frac{d}{\cos \alpha}$$

Dans le triangle IJK

$$\sin(\alpha) = \frac{d_{IK}}{2d_{IJ}} \quad \text{et} \quad \tan \alpha = \frac{d_{IK}}{d}$$

$$\Rightarrow d_{IK} = 2d \tan \alpha \sin \alpha$$

$$\text{Conclusion: } \delta_{\text{geo}}^+ = 2 \left(\frac{d}{\cos \alpha} \right) - 2d \tan \alpha \sin \alpha \Rightarrow \left| \delta_{\text{geo}}^+ = 2d \cos \alpha \right| \Rightarrow \delta_{\text{geo}}^+ = 2d \cos \alpha$$

I9b

1^{er} rayon transmis

$$s_1 = a e^{i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} (s_1 \cos \alpha))}$$

2^e

$$s_2 = R a e^{i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} (s_2 \cos \alpha + d))} = s_2 R e^{i \frac{2\pi d}{\lambda_0}}$$

$$\text{Notons que: } \frac{2\pi s_1}{\lambda_0} \cos \alpha = \frac{2\pi d}{\lambda_0} \cos \alpha = \phi$$

$$s_2 = s_1 R e^{i\phi}$$

3^e

$$s_3 = s_1 (R e^{i\phi})^2$$

n^o

$$s_n = s_1 (R e^{i\phi})^{(n-1)}$$

I9c

$$s_{\text{tot}} = s_1 + s_2 + \dots + s_N$$

$$\Rightarrow s_{\text{tot}} = s_1 (1 + R e^{i\phi} + \dots + (R e^{i\phi})^{(N-1)})$$

$$s_{\text{tot}} = s_1 \cdot \sum_{k=0}^{N-1} (R e^{i\phi})^k = s_1 \cdot \frac{1 - (R e^{i\phi})^N}{1 - R e^{i\phi}}$$

$$\text{or } R < 1 \Rightarrow \frac{R^N}{N \rightarrow \infty} \rightarrow 0$$

$$s_{\text{tot}} = s_1 \cdot \frac{1}{1 - R e^{i\phi}}$$

$$II 9d \quad I = I_{ref} \cdot G(\alpha, d) = I_{ref} \cdot \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} d \cos \alpha\right)}$$

L'ensemble des Ry convergents feront le m angle par rapport à l'axe optique $\Rightarrow$ Interférence circulaire.

$$II 9e \quad \text{Pu d'intensité pour } 1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} d \cos \alpha\right) \text{ min.}$$

Ceci étant le somme de 2 nbres positifs $\Rightarrow \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} d \cos \alpha\right) = 0$ pour obtenir I_{max} .

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda_0} d \cos \alpha = p\pi \quad \text{or } \Phi = \frac{4\pi}{\lambda_0} d \cos \alpha$$

$$\Rightarrow |\Phi| \approx 2p\pi$$

$$II 9f \quad \alpha = 0$$

$$G(0, d) = \left[1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} d\right) \right]^{-1} \quad \text{avec } R = 1 - p \quad p < 1$$

$$G(0, d) \approx \left[1 + \frac{4(1-p)}{p^2} \sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} d\right) \right]^{-1}$$

$$G(0, d) \approx \frac{1}{1 + \frac{4}{p^2} \sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} d\right)}$$

$$II 10a$$

II 10b. La question n'est pas claire quel est le milieu de droite.

$$d_0 = \frac{p\lambda}{2}$$

$$p = \frac{2d_0}{\lambda_{inc}} \Rightarrow p =$$

III Particule encagée dans un puits.

Niveaux d'énergie.

$$III 1 \quad U(x) : \begin{cases} \rightarrow 0 & -a < x < a \\ \rightarrow \infty & x > a \\ & x < -a \end{cases}$$

Nous avons l'équation de Schrödinger en régime permanent:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V(x)\psi(x) = E \cdot \psi(x)$$

$$III 2 \quad x < -a \quad V(x) \rightarrow \infty \quad \Rightarrow \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = (E - V) \cdot \psi(x)$$

$\psi(x) = 0$. La particule ne possède pas suff. d'énergie pour pénétrer dans cette zone (1)

$$III 3 \quad -a < x < a \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = E \cdot \psi(x)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \psi(x) = 0 \Rightarrow \left[\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2 \psi(x) = 0 \right]$$

$$\text{Solution: } \psi(x) = A \cos(kx) + B \sin(kx) = A' \cos(kx + \Phi_0)$$

$$\psi(-a) = 0 \Rightarrow \psi(-a) = 0 \Rightarrow A' \cos(-ka + \Phi_0) = 0 \Rightarrow -ka + \Phi_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \Phi_0 = \frac{\pi}{2} + ka$$

$$\psi(a) = 0 \Rightarrow \psi(a) = A' \cos(k(a) + \frac{\pi}{2} + ka) = 0 \Rightarrow 2ka + \frac{\pi}{2} = (p+1) \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow k_p = p \cdot \frac{\pi}{2a}$$

$$\text{or: } k_p = \sqrt{2mE/p^2} \Rightarrow E_p = \frac{\hbar^2 k_p^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{p\pi}{2a} \right)^2$$

$$III 4 \quad \psi(x) = A' \cos\left(k(x+a) + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\psi_p = A' \cos\left(\frac{p\pi}{2a}(x+a) + \frac{\pi}{2}\right) \quad \hookrightarrow \quad E_p = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{p\pi}{2a} \right)^2$$

$$III 5 \quad 1^{\text{er}} \text{ niveau } p=1: \quad \psi_1 = A' \cos\left(\frac{\pi}{2a}(x+a) + \frac{\pi}{2}\right) \quad E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8ma^2}$$

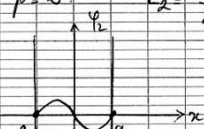


la condition de normalisation impose:

$$\int_{-a}^a \psi_1^2 dx = 1 \Rightarrow A'^2 \int_{-a}^a \cos^2\left(\frac{\pi}{2a}(x+a) + \frac{\pi}{2}\right) dx = 1$$

$$1 = \frac{A'^2}{2} \int_{-a}^a (1 + \cos(\frac{\pi}{a}(x+a) + \pi)) dx$$

niveau 2 $p = 2$ $E_2 = \frac{h^2 \cdot \pi^2}{2ma^2}$ $\psi_2 = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos\left(\frac{2\pi(x+a)}{2a} + \frac{\pi}{2}\right)$



III.6 Inégalité d'Heisenberg:

$$\Delta p_x \Delta x > \frac{h}{2}$$

$$E = \frac{p^2}{2m}$$

faisons l'hypothèse que la particule est immobile dans le puits quantique $\Rightarrow p_x = 0$ Nous connaissons sa valeur $\Delta p_x = 0$.

ou $\Delta x = 2a$

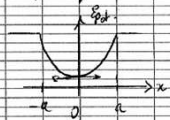
Nous comprenons alors que dans ces conditions le principe d'incertitude n'est pas respecté. $\Rightarrow$ la particule n'est pas immobile.

III.7 Une particule classique dans une cuvette de potentiel:

$$E_{pot} = f(x), \quad \frac{dE_{pot}}{dx} = f'(x) \text{ ou avec } f'(0) = 0.$$

$\Rightarrow x = 0$ correspond à une pos. d'équilibre stable de la particule

Classique peut rester en cette position aussi longtemps qu'elle le souhaite.



III.8 $\langle x \rangle = \int_{-a}^a x \psi_2^2(x) dx = \int_{-a}^a x \frac{1}{a} \cos^2\left(\frac{\pi(x+a)}{2a} + \frac{\pi}{2}\right) dx$

$$= \frac{1}{2a} \int_{-a}^a x \left(1 + \cos\left(\frac{\pi(x+a)}{a} + \pi\right)\right) dx$$

$$= \frac{1}{2a} \left[\int_{-a}^a x dx + \int_{-a}^a x \cos\left(\frac{\pi(x+a)}{a} + \pi\right) dx \right]$$

$$= \frac{1}{2a} \left[\frac{1}{2} (0) + \int_{-a}^a x \cos\left(\frac{\pi(x+a)}{a} + \pi\right) dx \right]$$

Intégration par parties

$$u = x$$

$$u' = 1$$

$$v' = \cos\left(\frac{\pi(x+a)}{a} + \pi\right)$$

$$v = \sin\left(\frac{\pi(x+a)}{a} + \pi\right)$$

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= \frac{1}{2a} \left[\frac{a}{\pi} \sin\left(\frac{\pi(x+a)}{a} + \pi\right) \right]_{-a}^a - \int_{-a}^a \frac{a}{\pi} \sin\left(\frac{\pi(x+a)}{a} + \pi\right) dx \\ &= \frac{1}{2a} \left[\frac{a}{\pi} \cos\left(\frac{\pi(x+a)}{a} + \pi\right) \right]_{-a}^a \\ &= \frac{1}{2a} \left[\left(\frac{a}{\pi}\right)^2 (-1 + 1) \right] = 0. \end{aligned}$$

$$\langle x \rangle = 0$$

III.9 $\sqrt{\langle x^2 \rangle} = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow \langle x^2 \rangle = \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2$

$$\sigma = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2 - 0} \Rightarrow \sigma_x = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

III.10 $\sigma_p = \sqrt{\langle p_x^2 \rangle - \langle p_x \rangle^2}$