

Correction parties I à IV (physique) sur V parties du problème.

Q1. L'expression de l'énergie potentielle de pesanteur est $E_p = mg_s z$.
On remplace dans l'expression de la densité :

$$n(z) = n \exp\left(-\frac{mg_s z}{k_B T}\right) \Rightarrow H = \frac{k_B T}{mg_s}$$

Q2. Le milieu est neutre, il est constitué donc d'autant de protons que d'électrons.

$$m = \frac{m_p + m_e}{2}$$

Q3. On utilise l'expression de la question 1 en deux valeurs de z , l'hypothèse de l'énoncé sur z_2 égale à R_s ($7 \cdot 10^5$ km, fin énoncé)
Or, d'après le doc (p1) et la figure 2, on lit 10^6 K au maximum, c'est la température.

$$\frac{n_0 \exp\left(-\frac{z_2}{H}\right)}{n_0 \exp\left(-\frac{0}{H}\right)} = 10^{-3} \Rightarrow H = \frac{R_s}{3 \ln(10)} \approx \frac{R_s}{6,9}$$

AN : $H \approx 10^8$ m

Q4. Un théorème de Gauss appliqué à la gravitation :

$$\oiint \vec{g} \cdot d\vec{S} = -4\pi G m_{\text{int}} \Rightarrow 4\pi r^2 g(r) = -4\pi G m_{\text{int}} \text{ et } 4\pi R_s^2 g_s = -4\pi G m_{\text{int}}$$

montre que :

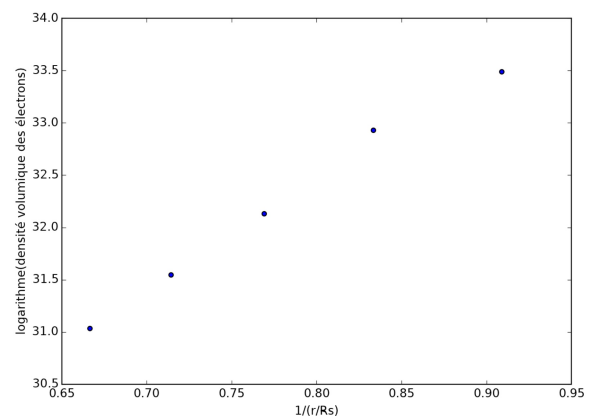
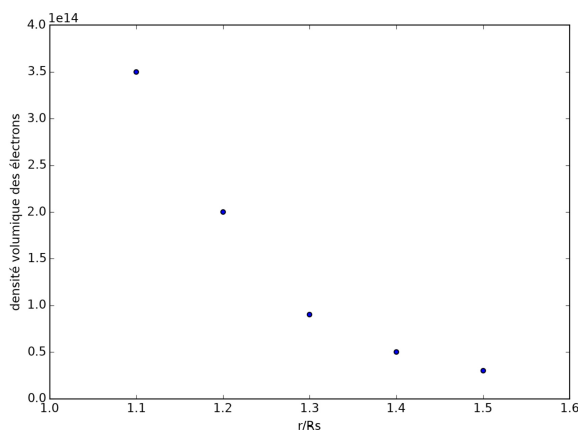
$$g(r) = g_s \frac{R_s^2}{r^2}$$

Q5. On nous rappelle la relation de statique des fluides que l'on intègre :

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dr} &= -\frac{M_p p}{RT} g_s \frac{R_s^2}{r^2} \Rightarrow \ln p = \frac{M_p g_s R_s^2}{RT r} + c^{\text{te}} \\ \Rightarrow p &= p'_0 \exp\left(\frac{M_p g_s R_s^2}{RT} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_s}\right)\right) \\ \Rightarrow n_2(r) &= n'_0 \exp\left(\frac{M_p g_s R_s^2}{RT} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_s}\right)\right) \end{aligned}$$

Comme pression et $n_2(r)$ sont proportionnelles pour un GP, on a la même loi pour $n_2(r)$, (noté dans les cours en général n^* pour éviter une confusion avec un nombre de moles)

Q6. Le tracé de n_2 en fonction de $x=r/R_s$ a une allure décroissante cohérente avec le tableau de résultats (figure de gauche).



On utilise la forme où l'on prend le logarithme de la densité et $1/x$ pour les abscisses, plus explicite. On obtient quasiment une droite (figure de droite).

$$\ln n_e = \frac{M_p g_s R_s}{RT(r/R_s)} + c^{te'} = \frac{M_p g_s R_s}{RT} \left(\frac{1}{x} \right) + c^{te'}$$

La mesure de la pente nous donne accès à T.

A.N : (Pente : 10,4 SI)

T = 2,2. 10⁶ K

Q7. $E = h\nu \Rightarrow \lambda = hc/E$

AN : $\lambda = 3,5$ nm

Rayonnement X

Q8. En utilisant le principe d'équipartition :

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} k_B T$$

Q9. D'après les hypothèses de l'énoncé, on a : $3/2 k_B T + 3/2 k_B T = E_1$, $T = E_1 / (3k_B)$

Soit une température de 1,37.10⁶ K

Q10. Image de droite (FexII) : 10^{6,2} K

d'après la figure 3 (on regarde les maxima)

Image de gauche (Fexv) : 10^{6,4} K

Q11. On a une vision plus complète des différents phénomènes intervenant sur la couronne du Soleil.

Q12. On sait depuis la fin du XIX^{ème} siècle que l'hydrogène a un spectre situé surtout dans le visible, ce qui n'est pas la gamme de longueur d'onde sur laquelle travaille ici Soho.

Q13. C'est l'effet Doppler.

Q14.

$$\nu - \nu_0 \approx -\vec{v} \cdot \vec{u} \frac{\nu_0}{c} \Rightarrow \Delta\nu = \sqrt{\langle (\nu - \nu_0)^2 \rangle} = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\langle (\vec{v} \cdot \vec{u})^2 \rangle}$$

Q15. On sait que (équipartition énergie) :

$$\langle v^2 \rangle = \frac{3k_B T}{m_{Fe}}$$

$$\langle (\vec{v} \cdot \vec{u})^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle$$

Q16. Prenons pour simplifier un vecteur $\vec{u}$ selon $\vec{e}_x$. Alors :
du fait de l'isotropie des vitesses.

$$\text{Or, } \langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle$$

Q17.

$$\Delta\nu = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\langle (\vec{v} \cdot \vec{u})^2 \rangle} = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{\langle v^2 \rangle}{3}} \Rightarrow \Delta\nu = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{k_B T}{m_{Fe}}}$$

$$\Delta\nu = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{k_B T}{m_{Fe}}}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0}{c} \sqrt{\frac{k_B T}{m_{Fe}}}$$

Q18. On peut déduire de cette dernière formule une température :
A.N : $T = 1,9 \cdot 10^6$ K

$$T = \frac{m_{Fe} c^2}{k_B} \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \right)^2$$

Q19. Or sur la figure III pour le fer XIV, on arrive à des températures de $1,26 \cdot 10^6$ K pour les plus basses et $3,5 \cdot 10^6$ K pour les plus hautes. L'ensemble est fort cohérent.

Q20. Cours

$$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} \text{ et } k = \frac{\omega}{c}$$

Q21. On applique la définition du vecteur de Poynting :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E^2}{\mu_0 \omega} \vec{k} = \frac{E^2}{\mu_0 c} \vec{u}_z$$

Q22. On déduit en passant à la valeur moyenne :

$$I = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c}$$

Q23. Vitesse non relativiste. On pourrait supposer un mouvement de l'électron vraiment sinusoïdal, on a alors par un pfd : $v = eE/(m\omega)$ (pour les normes) mais l'amplitude du champ n'est pas donnée.

On nous demande de nous appuyer sur un ordre de grandeur, soit pour un champ d'amplitude 1000000 V/m, et une fréquence de 10^{14} Hz, la vitesse n'est que de 280 m/s, bien inférieure à c .

Q24. On suppose que la longueur d'onde est grande devant l'amplitude du mouvement de l'électron. On se place dans la zone de rayonnement, valide largement à partir de 1 cm de la source pour le visible, donc vu de la Terre...zone de rayonnement pour laquelle $r \gg \lambda$.

Q25. On divise une puissance par une puissance surfacique. On a donc une surface.

$$\sigma = \frac{\langle P \rangle}{I} = \frac{e^2 \langle a^2 \rangle}{6\pi \epsilon_0 c^3} \frac{2\mu_0 c}{E_0^2}$$

On applique un pfd, par passage à la valeur moyenne : $\langle a^2 \rangle = \frac{e^2 E_0^2}{2m^2}$

Finalement, on obtient :

$$\sigma = \frac{e^4 \mu_0^2}{6\pi m^2}$$

A.N : $\sigma = 6,26 \cdot 10^{-29} \text{ m}^2$

On reconnaît P (en Q24) d'un dipôle oscillant, expression de dipôle oscillant absente de l'énoncé.

Q26. On fait un bilan : $SI(z) = SI(z + dz) + n_e S dz \langle P \rangle \Rightarrow \frac{dI}{I} = -n_e \sigma dz$
 $\Rightarrow \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\sigma N$
 $\Rightarrow I = I_0 \exp(-\sigma N)$

Q27. Après développement limité, on trouve : $I \approx I_0(1 - \sigma N)$

$$\sigma \overline{n_e} 0,6 Rs = 10^{-6} \Rightarrow \overline{n_e} = 3,6 \cdot 10^{13} m^{-3} = 3,6 \cdot 10^7 cm^{-3}$$

la fraction est σN

Q28. On a donc : $\sigma N = f$, soit

Bien cohérent avec les résultats de la figure 2.

Q29. Principe fondamental appliqué à l'électron, principe fondamental appliqué à l'ion, on obtient les vitesses puis en négligeant la contribution de l'ion à la densité de courant :

$$\begin{aligned} m_e \frac{d\vec{v}_e}{dt} &= -e\vec{E} \Rightarrow \vec{v}_e = \frac{-e\vec{E}}{im_e\omega} \\ \Rightarrow \vec{j} &\approx -n_e e \vec{v}_e \approx \frac{n_e e^2}{im_e\omega} \vec{E} \\ -i\vec{k} \wedge \vec{E} &= -i\omega \vec{B} \\ -i\vec{k} \wedge \vec{B} &= \mu_0 \sigma \vec{E} + \mu_0 \epsilon_0 i\omega \vec{E} \end{aligned}$$

Q30. A partir des Maxwell, on obtient :

équations de

$$i \frac{k^2}{\omega} \vec{E} = \mu_0 \sigma \vec{E} + \mu_0 \epsilon_0 i\omega \vec{E} \Rightarrow k^2 = \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 - i\mu_0 \sigma \omega$$

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\mu_0 n e^2}{m}$$

Q31. On aboutit à la relation simplifiée suivante :

Il faut que le soit positif, pulsation pulsation de
 $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\mu_0 n e^2}{m} = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{n e^2}{m \epsilon_0 c^2} = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2}$ avec $\omega_p^2 = \frac{n_e e^2}{m \epsilon_0}$ terme de droite soit une coupure.
 Sinon, on a une onde évanescence.

$$\rho(x, t) = -n_e(x, t)e + n_0 e$$

$$\text{div } \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial(n_e v_e)}{\partial x} + \frac{\partial n_e}{\partial t} = 0$$

Q32. La nouvelle densité s'écrit :

Q33. L'équation de s'écrit alors :

$$m_e \frac{d\vec{v}_e}{dt} = -e\vec{E} \Rightarrow m_e \frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} = -e\vec{E} \quad \text{conservation de la charge}$$

(après avoir simplifier par -e en

$$III.1 \Rightarrow N\omega = kn_0 V \quad \text{facteur})$$

$$III.2 \Rightarrow ikE_0 = Ne/\epsilon$$

Q34. On reconnaît une équation de

$$III.3 \Rightarrow mi\omega V = -eE_0 \quad \underline{\text{Maxwell Gauss.}}$$

Q35. Retour en arrière !

Q36. On développe :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{m_e \epsilon_0}}$$

Après calculs, on retrouve bien la pulsation propre pour ce système.

Q37. L'application numérique conduit, pour la fréquence, à : $9 \cdot 10^7$ Hz

Q38. Ce rayonnement, si il n'est pas absorbé par la couronne peut atteindre l'atmosphère terrestre. La traverser, non cette fréquence n'est pas située dans la fenêtre spectrale de l'atmosphère.

Q39. On a une 'épaisseur de peau' de bRs, qui est traversée en un temps voisin mais inférieur à une seconde, car le plasma a sûrement un temps de réaction. Or bRs vaut environ $7 \cdot 10^9$ m, donc seule la physique relativiste s'applique. La vitesse des particules perturbatrices est quasiment très proche (mais inférieure bien sûr) de celle de la lumière. Cela signifie aussi que ces particules perturbatrices sont très énergétiques.

Q40. Autour de T_0 , la conductivité thermique de ce plasma est bien plus grande que celle d'un bon conducteur thermique terrestre (argent : 420 SI).

Rq : le diamant dépasse 1000 SI sur Terre.

Q41. Loi de Fourier relative à la diffusion thermique :

$$\vec{j}_t = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$$

Q42. On raisonne sur une conservation du flux thermique, soit :

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} 4\pi r^2 &= \text{cte} \Rightarrow -\lambda_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{5/2} \frac{\partial T}{\partial r} 4\pi r^2 = \text{cte} \\ &\Rightarrow T^{5/2} dT = A \frac{dr}{r^2} \\ &\Rightarrow T^{7/2} - T_0^{7/2} = T_0^{7/2} \left(\frac{K}{r} - \frac{K}{r_0} \right) \end{aligned}$$

Q43. A grande distance, T doit tendre vers zéro, soit : $K=r_0$

$$T(r) = T_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^{2/7}$$

Q44. Simple application numérique : $0,55 \cdot 10^6$ K. Bouclier thermique insuffisant en statique, mais en transit, il faut croire que la capacité thermique est assez grande pour éviter qu'il ne s'échauffe trop. Faisons confiance aux ingénieurs de la Nasa.

Q45. Troisième loi de Kepler :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \text{ et } 2a = r_p + r_a$$

On trouve une période de 88,6 jours

(jours solaires moyens).

Q46. On passe par l'énergie : $E_m = -\frac{GMm}{2a} = \frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{GMm}{r_p} \Rightarrow v_p = \sqrt{2\left(\frac{GM}{r_p} - \frac{GM}{2a}\right)}$
 $v_p=190$ km/s ($v_a=11$ km/s)

Q47. On trouve :

$$r_p = \frac{p}{1+e} \text{ et } r_a = \frac{p}{1-e} \Rightarrow \frac{r_p}{r_a} = \frac{1-e}{1+e}$$

On déduit e puis p :

$$e = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} \text{ et } p = r_p(1+e)$$

A.N : $e=0,88$ et $p=0,086$ ua

Q48. On cherche d'abord l'angle θ_{10} sachant qu'il est faible (cf Q44 r_p et r_{10} proches). Il nous faut résoudre donc :

$$r_{10} \approx \frac{p}{1 + e\left(1 - \frac{\theta_{10}^2}{2}\right)}$$

En fait deux valeurs angulaires symétriques (de signes opposés) par rapport au périhélie sont des solutions.

$\theta_{10} = 0,19$ rad

Ensuite, connaissant cet angle, on pose (P est un optimum, vitesse orthoradiale) :

$$v_p = r_p \dot{\theta} = r_p \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow t \approx \frac{r_p 2\theta_{10}}{v_p}$$

Presque 4 h (3,8 h et encore car la trajectoire a une excentricité importante et donc une vitesse importante au périhélie). C'est le temps limite pour que le bouclier ne fonde pas !

Rq : Durant cette phase, les panneaux solaires sont repliés derrière le bouclier.

Merci pour vos remarques de communiquer à f.bancel@laposte.net

Brest