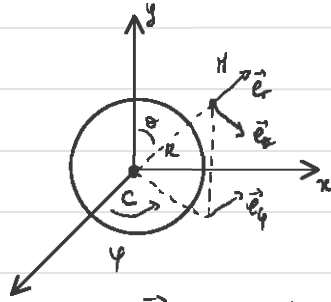


I.1. symétrie sphérique et champ gravitationnel.

Q1.



Problème à symétrie sphérique $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\phi)$
 Les plans $(\Pi, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ et $(\Pi, \vec{e}_r, \vec{e}_\phi)$ sont plans de symétrie
 pour la distribution de charges.

$\Rightarrow \vec{E}(\Pi)$ est élément de ces 2 plans

$$\Rightarrow \vec{E}(\Pi) = E(r, \theta, \phi) \vec{e}_r$$

De plus nous observons une invariance par rotation d'angle θ et d'angle ϕ

$$\Rightarrow \vec{E}(\Pi) = E(r) \vec{e}_r$$

Théorème de Gauss: $\oint_S \vec{E}(\Pi) \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$

Choix de la surface de Gauss: Sphère $(0, r)$ $r \in \text{Sphère}(0, R)$

$$\oint_S \vec{E}(\Pi) \cdot d\vec{S} = \oint_S E(r) \cdot dS = 4\pi r^2 E(r)$$

Charge piégée dans la surface de Gauss:

$$r < R \quad Q_{int} = \frac{4\pi r^3 \rho}{3} \quad \text{et} \quad Q = \frac{4\pi R^3 \rho}{3} \Rightarrow Q_{int} = Q \left(\frac{r}{R} \right)^3$$

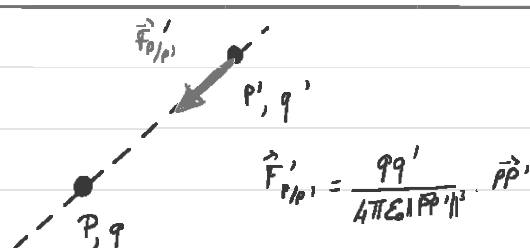
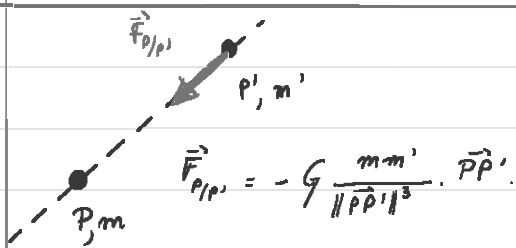
$$r > R \quad Q_{int} = Q$$

Bilan: expression du champ électrique:

$$\boxed{\vec{E}(\Pi) = \frac{Q}{\epsilon_0} \frac{r}{4\pi R^3} \vec{e}_r} \quad \text{pour } r < R$$

$$\boxed{\vec{E}(\Pi) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r} \quad \text{pour } r > R$$

Q2.



Q3a

Analogie:

gravitation

Electrostatique

m	$\longleftrightarrow$	q
$-G$	$\longleftrightarrow$	$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

$\vec{G}(\Pi) = -G \frac{m}{\ \vec{r}_{P'P}\ ^2} \vec{r}_{P'P}$	$\longleftrightarrow$	$\vec{E}(\Pi) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \ \vec{r}_{P'P}\ ^2} \vec{r}_{P'P}$
$\vec{F}_{P'P} = m' \vec{G}(\Pi)$	$\longleftrightarrow$	$\vec{F}_{P'P} = q' \vec{E}(\Pi)$

Ch de Gauss

$$\oint_S \vec{G}(M \in S) \cdot d\vec{S} = -4\pi G \eta_{int}.$$

$$\oint_S \vec{E}(M \in S) \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon}$$

Remarque : À l'extérieur de la distribution, une distribution à symétrie sphérique est équivalente à une masse η_{int} affectée au centre de gravité de la distribution.

Q3b. $\vec{G}(C) = \vec{0}$ Aucune masse piégée dans la surface de Gauss.
 $\vec{G}(M) = -G \frac{m}{r^2} \vec{e}_r \Rightarrow \boxed{\vec{G} = -G \frac{m}{r^3} \cdot C\vec{r}}$

Q3c. AN. $\|\vec{G}_{lune}\| = -G \frac{m_l}{r_l^2} = 1,60 \text{ m.s}^{-2}$ } $\frac{\|\vec{G}_{terre}\|}{\|\vec{G}_{lune}\|} \approx 6$
 $\|\vec{G}_{terre}\| = -G \frac{m_t}{r_t^2} = 9,83 \text{ m.s}^{-2}$ }

Le champ de gravitation sur la terre est 6x plus important qu'à la surface de la lune

I-2 Effets de ralentissement et de modification de la distance terre lune.

Q4. Référentiel de Copernic : $R_0(0, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ les 3 axes pointent vers 3 étoiles lointaines supposées fixes.

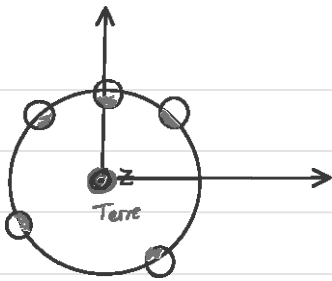
Référentiel géocentrique $R_T(T, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ Réf. centré au centre de la terre en translation par rapport au Réf. de Copernic.

Référentiel Terrestre $R_T^*(T, \vec{e}_x', \vec{e}_y', \vec{e}_z')$ Réf. centré en un point de la terre et lié à la terre. R_T^* est en rotation par rapport à R_T .

Q5. la terre fait ≈ 1 tour en 24 h $\Rightarrow \Omega_{terre} \approx \frac{2\pi}{24 \cdot 3600} \Rightarrow \Omega_{terre} = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$
 $\Omega_{terre} \approx \Omega_T$

Q6. Le réf. de Copernic est supposé galiléen. (R_0)
 R est galiléen si et seulement si R est en translation rectiligne uniforme par rapport à R_0 .
 Or R_T est en translation elliptique par rapport à $R_0 \Rightarrow$ Il n'est donc pas galiléen.
 R_T est supposé galiléen sur une période $\Delta t \ll 1 \text{ an}$.
 R_T^* est en rotation par rapport à $R_T \Rightarrow$ Il n'est pas galiléen. Il pourra être considéré comme galiléen sur une période $\Delta t \ll 1 \text{ jour}$.

Q7.



lorsque la lune a fait 1 tour autour de la terre elle a fait 1 tour autour d'elle même.
La lune met Δt pour faire le tour de la terre :
 $\Delta t = \frac{2\pi}{\Omega_L} = 27 \text{ jours } 7 \text{ heures } 48 \text{ min.}$
 $= 27,3 \text{ jours.}$

Ce temps est également la durée d'une journée sur la lune

Q8

L'expression est obtenue en utilisant le PFD à (M, μ) dans le réf R_T .

$$\mu \left(\frac{d^2 \vec{M}}{dt^2} \right)_{R_T} = \vec{R}_{ext} + \mu \vec{G}_{Terre} + \mu \vec{G}_{Lune}(M) + \mu \vec{G}_{autres}(M) - \mu \left(\frac{d^2 \vec{O}}{dt^2} \right)_{R_0}$$

↑
accélération de M dans R_T

* $\mu \vec{G}_{Terre} + \mu \vec{G}_{Lune} + \mu \vec{G}_{autres}$: forces de gravitations
* $-\mu \left(\frac{d^2 \vec{O}}{dt^2} \right)_{R_0}$: $\vec{f}_{ie}$ R_T est supposé non galiléen en translation par rapport à R_0 .

Q9

Réf R_0 galiléen, Système : La terre (T, m_T)

BAT : forces de gravitation : $m_T \vec{G}_{autres}(T) + m_T \vec{G}_{Lune}(T)$

$$m_T \frac{d^2 (\vec{O}_T)}{dt^2}_{R_0} = m_T \vec{G}_{autres}(T) + m_T \vec{G}_{Lune}(T)$$

Q10

La lune a une trajectoire circulaire autour de la terre.

Etude dans R_T supposé galiléen.

$$m_L \frac{d^2 \vec{L}}{dt^2}_{R_T} = m_L \vec{G}_{Terre}(L) \quad \text{et} \quad \vec{L} = d \vec{e} \quad \vec{v}(L) = v \vec{e}_\theta = d\dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

$$\Rightarrow \vec{a}(L)_{R_T} = -\frac{v^2}{d} \vec{e}_r + \frac{dv}{dt} \vec{e}_\theta$$

Bilan :

$$-\frac{v^2}{d} \vec{e}_r + \frac{dv}{dt} \vec{e}_\theta = -G \frac{m_T}{d^2} \vec{e}_r \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = \text{cte} \\ v^2 = G \frac{m_T}{d} \end{cases} \Rightarrow \quad \boxed{v = \sqrt{\frac{G m_T}{d}}}$$

$$\text{AN: } v = 1019 \text{ m/s} \quad \Rightarrow \quad \Omega_L = \frac{v}{d} = 2,65 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s.}$$

Le résultat est en accord avec la valeur de Ω_L donnée.

Le moment cinétique de la lune calculé en T dans R_T

$$\vec{\sigma}_T(L)_{R_T} = \vec{L} \wedge m_L \vec{v}(L)_{R_T} = d \vec{e} \wedge (m_L v \vec{e}_\theta) \Rightarrow \vec{\sigma}_T(L)_{R_T} = m_L d v \vec{e}_z$$

$$\Rightarrow \sigma_T(L) = m_L d v \Rightarrow \boxed{\sigma_T(L) = m_L \sqrt{G m_T d}}$$

Notation étrange de l'énoncé. De plus le moment cinétique est un vecteur.

Souhaite. on écrit $\|\vec{\sigma}_T(L)\|$ ou $\vec{\sigma}_T(L) \cdot \vec{e}_z$!

Q11 $\vec{F}(T) = -a (\sin 2\theta) \delta m \frac{G m_L}{d^3} R_T^2 \vec{e}_z$
 $[r] = [O\vec{M} \wedge \vec{F}] = L \cdot \Pi \cdot \frac{L}{t^2} = \Pi \cdot \frac{L^2}{t^2}$
 $[F_{grav}] = [G \frac{m^2}{d^2}] = [G] \cdot \frac{\Pi^2}{L^2} \Rightarrow [G] = \frac{L^3}{\Pi t^2}$

$$[a] = \frac{[r]}{[\delta m] [G] \left[\frac{m_L}{d^3}\right] [R_T^2]} \Rightarrow [a] = \frac{\Pi L^2}{kg} \cdot \frac{1}{\Pi^2 \frac{L^3}{kg} \cdot \frac{1}{L^3} \cdot L^2} = 1$$

a est donc sans dimension.

Q12 Appliquons le th. de la puissance cinétique à la terre dans le Réf R_T .
 La terre est en rotation autour d'un axe fixe

$$E_c = \frac{1}{2} J \Omega_T^2$$

• Elle est soumise à la force gravitationnelle $\vec{F}_{LT} = -G \frac{m_T m_L}{d^2} \vec{e}_r$ dérivant de l'énergie pot $E_p = -G \frac{m_T m_L}{d} + \text{cte.}$ or cette énergie potentielle ne varie pas au cours du temps:

• Le couple de frottement : $\mathcal{P}(\vec{r}) = \vec{r} \cdot \vec{S}_{LT} = r \cdot \Omega_T$.

$$\frac{d(E_c + E_p)}{dt} = \mathcal{P}(\vec{r}) \Rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J \Omega_T^2 \right) = \vec{r} \cdot \vec{\Omega}_T \quad (\Rightarrow) J \cancel{\Omega_T} \cdot \frac{d\Omega_T}{dt} = -\sin 2\theta k \cancel{\Omega_T}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d\Omega_T}{dt} = -\frac{k}{J} \sin 2\theta$$

pour $\theta = 45^\circ \Rightarrow \boxed{\frac{d\Omega_T}{dt} = -\frac{k}{J}} \quad (1)$

AN: $\frac{k}{J} = \frac{4,3 \cdot 10^{16}}{\frac{2}{5} m_T R_T^2}$

$\Rightarrow \left| \frac{1}{\Omega_T} \frac{d\Omega_T}{dt} \right| = 6,08 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1} \ll 1$. Nous pouvons négliger l'influence des courants d'eau sur la rotation de la terre.

Q13. $J\Omega_T + \sigma_T(L) = J\Omega_T + m_L \sqrt{G m_T d} = \text{cte} \quad (1)$

pour une date t_0 avec $TL = d$ et Ω_T ,

une date $t_0 + \Delta t$ avec $TL = d + \delta d$ et $\Omega_T = \Omega_{T_0} + d\Omega_{T_0} = \Omega_{T_0} - \frac{k}{J} \Delta t$.

(1) $\Rightarrow$

$$J \cancel{\Omega_{T_0}} + m_L \sqrt{G m_T d} = J \left(\cancel{\Omega_{T_0}} - k \Delta t \right) + m_L \sqrt{G m_T} (d + \delta d)^{1/2} \quad \text{avec } \delta d \ll d$$

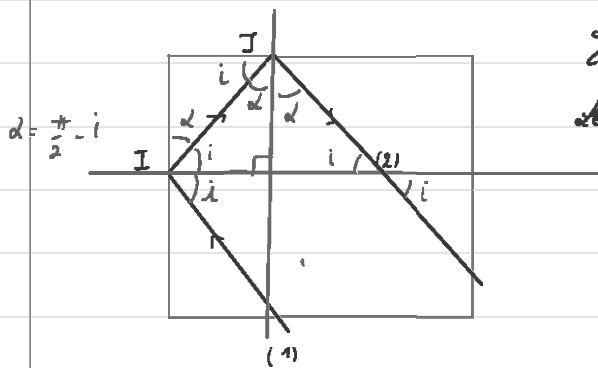
$$\Rightarrow + k \Delta t + m_L \sqrt{G m_T d} = m_L \sqrt{G m_T d} \left(1 + \frac{\delta d}{d} \right)^{1/2} \approx m_L \sqrt{G m_T d} \left(1 + \frac{\delta d}{2d} \right)$$

$$\Rightarrow k \Delta t \approx m_L \sqrt{G m_T d} \frac{\delta d}{2d}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\delta d}{d} \approx \frac{2k \Delta t}{m_L \sqrt{G m_T d}}}$$

AN: $\delta d = 3,6 \text{ cm! par an!}$

Q14.



En utilisant les lois de Snell et Descartes en I, J.
Les droites (1) et (2) par construction sont //.
(c.q.f.d.)

Q15.

Si la vitesse du photon est en tout point C : $\Delta t = \frac{2d}{c} \approx 2,56 \text{ s}$.

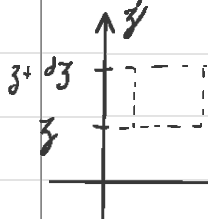
Or la vitesse du photon dans l'atmosphère est $v = \frac{c}{n}$. Il y sera donc ralenti.

$$\Rightarrow \Delta t_{\text{réel}} > \Delta t.$$

$$\Rightarrow \frac{2d_{\text{mes}}}{c} > \frac{2d_{\text{réel}}}{c} \Rightarrow d_{\text{mes}} > d_{\text{réel}}.$$

Q16. La loi des GP: $PV = nRT \Rightarrow PV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow \frac{P}{\rho} = \frac{RT}{M} \Rightarrow \boxed{P(z) = \frac{M}{RT} P(z)}$

Q17. Atmosphère isotherme



Soit un petit volume d'atmosphère de masse $dm = \rho(z) \cdot dV$.

R_0 Ref terrestre supposé galiléen

BAL: $d\vec{P} = -\rho(z) \cdot dV \cdot g \cdot \vec{u}_z$; p_0

$d\vec{F} = -\vec{g} \cdot \rho(z) \cdot dV$, force de pression.

$d\vec{F} + d\vec{P} = \vec{0}$ Equilibre isotherme

$\Rightarrow -\rho(z) \cdot g - \frac{dP}{dz} = 0 \Leftrightarrow dP = -\rho(z) \cdot g \cdot dz$ avec $\rho(z) = \frac{M}{RT} P(z)$

$\Rightarrow \int_{P_0}^{P(z)} \frac{dP}{P} = \int_0^z \frac{Mg}{RT} dz \Leftrightarrow \boxed{P(z) = P_0 \exp\left(-\frac{Mgz}{RT}\right)}$

Exprimeons $P(z)$ en fonction de z : $\boxed{P(z) = \frac{M}{RT} P_0 \cdot \exp\left(-\frac{z}{H}\right)}$

Evaluons H : $H = 8,4 \text{ km}$.

Evaluons $(n(z)-1)$.

$(n-1) \frac{1}{\rho} = (n(0)-1) \cdot \frac{1}{\rho_0} \Leftrightarrow n(z)-1 = \frac{M P_0}{RT} \cdot \exp\left(-\frac{z}{H}\right) \cdot \frac{1}{\frac{M P_0}{RT}} (n_0-1)$

$\Rightarrow \boxed{n(z)-1 = \exp\left(-\frac{z}{H}\right) (n_0-1)}$

Q18. Au bout de qq H, $n(z) \sim 1$.

$$v = \frac{c}{n(z)} = \frac{dz}{dt} \Rightarrow n(z) dz = c dt \Rightarrow \int_0^d (1 + (n_0 - 1) \exp(-z/H)) dz = \int_0^{\tau} c dt$$

$$\Rightarrow d + (n_0 - 1) H \left(\exp(-d/H) - 1 \right) = c \tau \Rightarrow d + (n_0 - 1) H = c \tau$$

$$\Rightarrow c \tau - d = (n_0 - 1) H. \quad \text{AN: } c \tau - d = 2,6 \text{ m.}$$

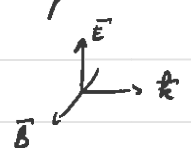
Ceci implique une erreur relative $\frac{c \tau - d}{d} \simeq 7 \cdot 10^{-7} \%$.

Q19. Etude de l'ionosphère : milieu localement neutre $\rho = 0$

Les Equations de Maxwell

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E} &= 0 & \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned}$$

En complexe : $\vec{k} \wedge \vec{E} = -j\omega \vec{B} \quad (\text{MF}) \Rightarrow (\vec{k}, \vec{E}, \vec{B}) \text{ forme un trièdre direct.}$



Q20. Système e^- dans le plasma. R_0 Ref suppose Galiléen

BAT : $\vec{P}$ négligeable devant la force de Lorentz.

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_e &= q\vec{E} \\ \vec{F}_{mag} &= q\vec{v} \wedge \vec{B} \end{aligned} \right\} \frac{\text{ampl}(\vec{F}_{mag})}{\text{ampl}(\vec{F}_e)} \simeq \frac{qE_0}{qvB_0} \simeq \frac{v_e}{v} \gg 1 \text{ car } v_e > c$$

ainsi pouvons-nous négliger la force magnétique devant la force électrique.

Q21. PFD : $\Sigma \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{F}_{elec} \simeq m \frac{d\vec{v}}{dt}$

En complexe puisque nous sommes en régime forcé :

$$-e\vec{E} = m j\omega \vec{v} \Rightarrow \boxed{\vec{v} = -\frac{e}{j\omega m} \vec{E}}$$

Pour les ions nous obtenons la même relation : $\vec{v} = +\frac{e}{j\omega m} \vec{E}$

Nous en déduisons l'expression de $\vec{j}$

$$\vec{j} = N(e\vec{v} - e\vec{v}) = N e^2 \frac{1}{j\omega} \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m} \right) \vec{E} \quad \text{or } m \gg m$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{j} = \frac{Ne^2}{j\omega m} \vec{E}} \quad \text{ainsi} \quad \boxed{\alpha = \frac{Ne^2}{j\omega m}}$$

Q22. $\text{rot}(\nabla F)$ $\text{rot}(\text{rot } \vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t}(\text{rot } \vec{B}) \Leftrightarrow \text{grad}(\underbrace{\text{div } \vec{E}}_{=0}) - \Delta \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$

$\Leftrightarrow \Delta \vec{E} = \mu_0 \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

Q23. Injectons la forme de la solution dans l'équation :

$-k^2 \vec{E} = \mu_0 (-j\omega \vec{E}) + \frac{1}{c^2} (-\omega^2) \vec{E} \Leftrightarrow k^2 c^2 = \omega^2 - j\omega \mu_0 c^2$
 $\Leftrightarrow k^2 c^2 = \omega^2 - \omega_p^2$ ω_p étant la pulsation plasma $\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{\epsilon_0 m}}$

Q24. $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(i(\omega t - kz))$ Pour que l'on puisse observer une propagation, il faut que k soit un réel $\Rightarrow \omega^2 - \omega_p^2 > 0 \Rightarrow \omega > \omega_p$.

L'ionosphère apparaît donc comme un filtre passe haut.

AN: $\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{c}{\lambda} > \omega_p \Rightarrow \lambda < \frac{2\pi c}{\omega_p} \rightarrow \lambda < 33,6 \text{ m.}$

Q25. $\left\{ \begin{array}{l} v_g = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{1 - (\omega_p/\omega)^2}} \\ v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c^2}{v_p} = c \sqrt{1 - (\omega_p/\omega)^2} \end{array} \right. \Rightarrow \text{pour } \lambda = 0,532 \text{ nm } \left\{ \begin{array}{l} v_g \approx c \\ v_g \approx c \end{array} \right.$

La vitesse de groupe représente la vitesse de propagation de l'information. C'est cette vitesse à prendre en compte.

Q26 unidirectionnel : écoulement suivant 1 direction.

Stationnaire : les g^{de}m physiques ne dependent pas du temps.

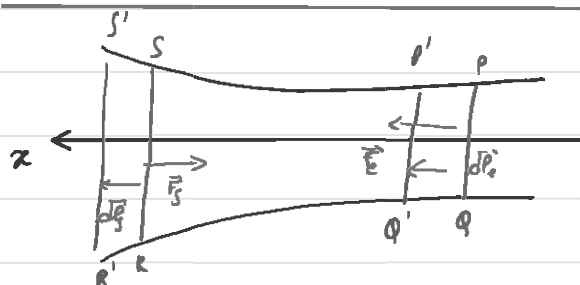
isentropique : Adiabatique Rév.

→ Ecoulement rapide ⇒ pas le temps de faire des échanges d'NRJ thermique avec l'extérieur. ⇒ Isentropique.

Q27 loi de Laplace : $PV^\gamma = \text{cte.}$
et $PV = nRT \Rightarrow PV^\gamma = \text{cte} \Leftrightarrow P^{(\gamma+1)/\gamma} T^\gamma = \text{cte.}$

Q28 $H = n C_p T + \text{cte} \Rightarrow H = n \frac{\gamma R}{\gamma - 1} T + \text{cte}$

Q29



système $S_1 = q^{li}$ de matière entre PP' et $P'Q'$
 $S_2 : q^{te}$ de matière entre SR et $S'R'$
 $\xi : q^{li}$ de matière entre $P'Q'$ et SR

système S à $t : S_1 + \xi(t)$
à $t+dt : S_2 + \xi(t+dt)$

Conservation de la matière $m(S(t)) = m(S(t+dt))$

$$\Rightarrow m(\xi(t)) + dm_e = dm_s + m(\xi(t+dt))$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{RP} = \underbrace{\hspace{10em}}_{RP}$$

$\Rightarrow dm_e = dm_s \Rightarrow \mathcal{D}m_e = \mathcal{D}m_s = \mathcal{D}m$ conservation du débit massique.

Le travail des forces de pression :

$$\delta W = \delta W_{gauche} + \delta W_{droite} = \vec{F}_e \cdot d\vec{l}_e + \vec{F}_s \cdot d\vec{l}_s \Rightarrow \delta W = P_e S_e dl_e - P_s S_s dl_s$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta W = (P_e v_e - P_s v_s) \mathcal{D}m dt.}$$

Q30 1^{er} principe appliqué à S entre t et $t+dt$:

$$U(S(t+dt)) - U(S(t)) + \xi_e(S(t+dt)) - \xi_e(S(t)) + \xi_p(S(t+dt)) - \xi_p(S(t)) = \delta W + \delta Q$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{RP} = \underbrace{\hspace{10em}}_{RP}$ // adiabatique.
pas de variatⁿ d'altitude.

$$\Rightarrow U(S(t+dt)) - U(S(t)) = U(S_2) + U(\xi(t+dt)) - U(\xi(t)) - U(S_1)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{RP}$

$$= dm_s u_s - dm_e u_e$$

$$= \mathcal{D}m (u_s - u_e) dt$$

De la même façon $\mathcal{E}(S(t+dt)) - \mathcal{E}(S(t)) = \mathcal{D}m \, dt \left\{ \frac{1}{2} c_s^2 - c_e^2 \right\}$

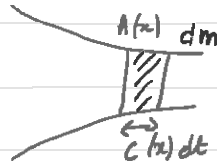
Bilan 1^{er} principe :

$$\mathcal{D}m \, dt \left(u_s + \frac{1}{2} c_s^2 - u_e - \frac{1}{2} c_e^2 \right) = (P_e v_e - P_s v_s) \mathcal{D}m \, dt$$

$$\Rightarrow u_s + P_s v_s - (u_e + P_e v_e) + \frac{1}{2} c_s^2 - \frac{1}{2} c_e^2 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{h_s + \frac{1}{2} c_s^2 = h_e - \frac{1}{2} c_e^2} \quad (\text{Eq 1})$$

Évaluation de $\mathcal{D}m = \frac{dm}{dt}$; q^k de matière qui traverse $A(z)$ entre t et $t+dt$.



$$dm = \rho(z) \cdot A(z) \cdot c(z) \cdot dt = \frac{1}{v(z)} \cdot A(z) \cdot c(z)$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{D}m = \frac{A(z) c(z)}{v(z)}}$$

Q31. $c_e \ll c_s$ $\mathcal{E}_p(1) \Leftrightarrow h_s - h_e \approx -c_e$

$$\Rightarrow c_{cs} \approx c_p (T_s + T_e) \quad \text{et } c_p = \frac{R\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{1}{M}$$

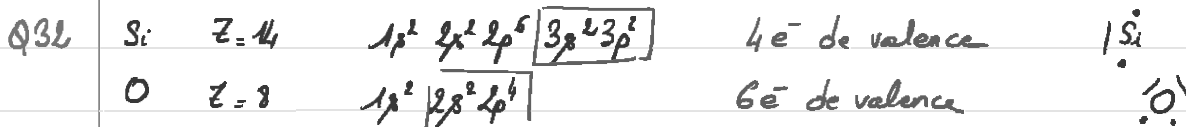
$$\Rightarrow c_{cs} \approx \frac{R\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{T_e}{M} \left(1 - \frac{T_e}{T_s} \right) \Rightarrow c_{cs} = \frac{c_s^2}{\gamma-1} \left(1 - \frac{T_e}{T_s} \right)$$

Transformation isentropique $P_e^{-\gamma} T_e^\gamma = P_s^{-\gamma} T_s^\gamma \rightarrow \frac{T_s}{T_e} = \left(\frac{P_s}{P_e} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$

$$\Rightarrow \boxed{c_{cs} = \frac{c_s^2}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{P_e}{P_s} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right)} \Rightarrow \boxed{\frac{c_s}{c} = \sqrt{\frac{2 \left(1 - \left(\frac{P_e}{P_s} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right)}{\gamma-1}}} \quad \text{AN : } \frac{c_s}{c} = 1.9$$

Partie 3 : On vit sur la lune

3-1. Composition chimique



le silicium se trouve dans la 14^e colonne et sur la 3^e ligne.

le carbone se trouve dans la 14^e colonne et sur la 2^e ligne.

Q33. $A=28$; $A=29$; $A=30$.

$$d_f(\text{Si}) = x d_f(^{28}\text{Si}) + y d_f(^{29}\text{Si}) + z d_f(^{30}\text{Si}) \quad \text{et } x+y+z=1.$$

$$d_f(\text{Si}) - x d_f(^{28}\text{Si}) = y d_f(^{29}\text{Si}) + z d_f(^{30}\text{Si}) \quad y+z=1-x.$$

Résolution :

$$\begin{cases} d_f(^{28}\text{Si}) = 28 \text{ g/mol} \\ d_f(^{29}\text{Si}) = 29 \text{ g/mol} \\ d_f(^{30}\text{Si}) = 30 \text{ g/mol} \\ d_f(\text{Si}) - x d_f(^{28}\text{Si}) = 1,9956 \\ y+z=0,0677 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 29y + 30z = 1,9956 \\ y+z = 0,0677 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3,54 \% \\ z = 3,23 \% \end{cases}$$

la masse molaire de SiO_2 $M_{\text{SiO}_2} = M_{\text{Si}} + 2M_{\text{O}} \rightarrow M_{\text{SiO}_2} = 60,1 \text{ g/mol.}$

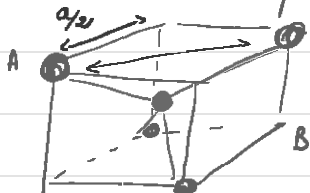
Q34 $\mu = 2330 \text{ kg.m}^{-3}$

Nbre d'atomes par maille N :

$N = \frac{1}{8}(8) + \frac{1}{2}(6) + 4 \leftarrow \begin{matrix} \text{face} \\ \text{site tétra.} \end{matrix}$
 $\uparrow$ sommet du cube.

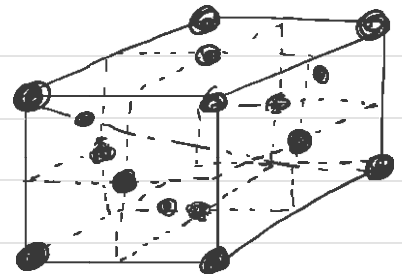
$N = 8.$

Coordination: nbre de plus proche voisin.

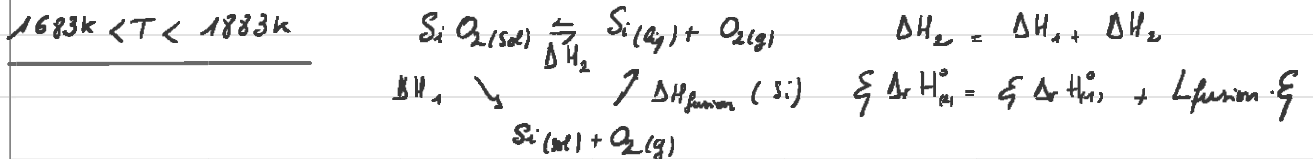
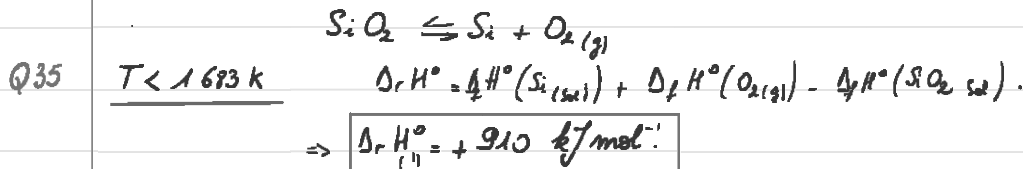


4 plus proches voisins.

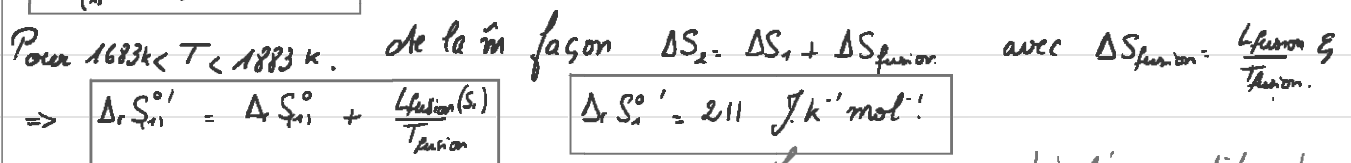
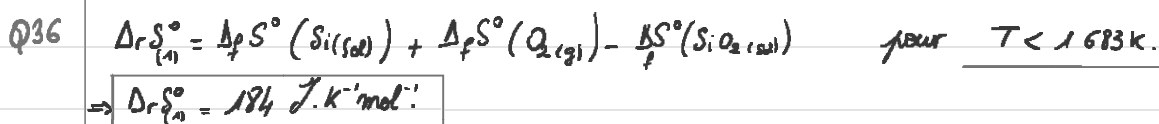
$\mu = \frac{N \cdot M_{\text{SiO}_2}}{a^3} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{N \cdot M_{\text{SiO}_2}}{N_A \cdot \mu}} \rightarrow a = 0,543 \text{ nm.}$



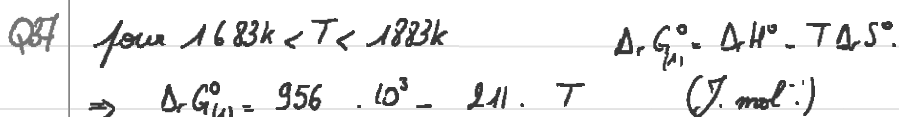
3-2. Production de dioxygène à partir du sol.



$\Delta_r H_{(1)}^{\circ'} = \Delta_r H_{(1)}^\circ + L_{\text{fusion}}(\text{Si})$
 $\Rightarrow \Delta_r H_{(1)}^{\circ'} = 956 \text{ kJ.mol}^{-1}$



Le signe $\oplus$ correspond à l'augmentation de l'entropie. Pdt° de matière gazeuse.



$K = \exp\left(-\frac{\Delta_r G^\circ}{RT}\right) \Rightarrow K_1(T, 1880 \text{ K}) = 2,9 \cdot 10^{-16} \ll 1$ Réaction limitée.

$K_1^\circ = \frac{P_{\text{O}_2}}{P^\circ} \Rightarrow P_{\text{O}_2} = 2,9 \cdot 10^{-16} \text{ bar.}$

Q38. $\Delta_r G^\circ_{(1)} = 948 - 0,205 T$ kJ/mol. $T \in [1883; 2503]_K$.

$P_{O_2} = 0,2 \text{ bar}$. 20% d'O₂ et 80% de N₂.

$$K_{(1)} = \frac{P_{O_2}}{P^\circ} = 0,2$$

De plus $K_{(1)} = \exp\left(-\frac{\Delta_r G^\circ(T)}{RT}\right)$

$$K_{(1)}(T = 1883 K) = 3 \cdot 10^{-16}$$

$$K_{(1)}(T = 2503 K) = 8 \cdot 10^{-10}$$

Dans ce domaine de température nous ne pouvons avoir $P_{O_2} = 0,2 \text{ bar}$.

Q39. $K^\circ = \exp\left(-\frac{1237}{RT} + \frac{0,315}{R}\right) \Rightarrow -\frac{1237}{RT} = \ln(K^\circ) - \frac{0,315}{R}$
 $\Rightarrow T = -\frac{1237 \cdot 10^3}{R \ln(K^\circ) - 315} \Rightarrow T = 3766 K > 2628 K$.

A cette température Si et SiO₂ sont sous formes gazeuses.
 Il faut beaucoup d'NRJ pour produire cette oxygène. De plus Si et SiO₂ se trouvant en phase vapeur peuvent être nocifs pour l'homme.



pour $n = 2$.

$$2x + 3y - 4n = 0 \quad (\Rightarrow)$$

$$2x + 3y = 8$$

1 solution possible

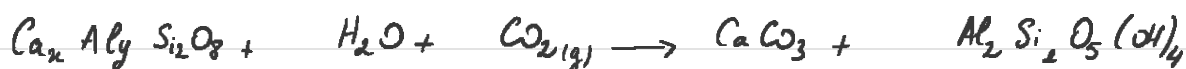
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

pour $n = 3$

$$2x + 3y = 12$$

1 solution possible :

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$



Que veut on dans cette question??!

3-3 Sources d'eau et production de dioxygène par électrolyse. $2H_2O \rightarrow 2H_2 + O_2$.

Q41. $V = 1,6 L = 1,6 \cdot 10^{-3} m^3$ $GP \Rightarrow PV = \frac{m}{\rho_{air}} RT \Rightarrow m = \frac{PV \rho_{air}}{RT}$ avec $P = 10^5 Pa$.

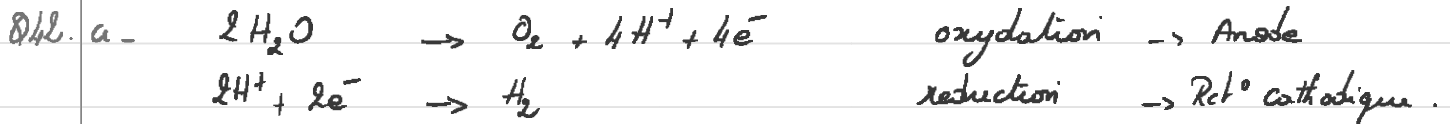
AN: $m: q = 1,9 g/min$ ou $q = 66 \cdot 10^{-2} mol/min$

Pour 4 locataires pendant 6 mois: $t = 180 jours \times 24 h \times 60 min$

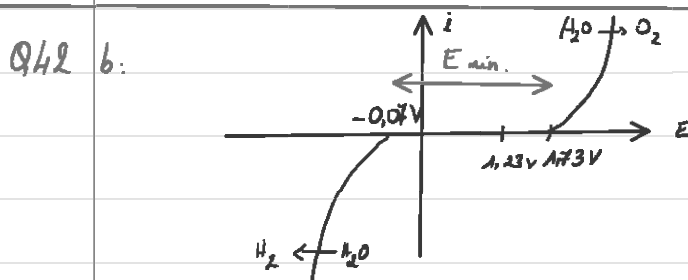
Quantité d' O_2 : $N_{O_2} = 6,9 \cdot 10^4 mol$ $\Rightarrow$ quantité d' H_2O à électrolyser: $N_{H_2O} = 2 N_{O_2}$

$N_{H_2O} = 1,38 \cdot 10^5 moles$

Quantité de H_2 à stocker: $N_{H_2} = N_{H_2O} = 1,38 \cdot 10^5 moles$



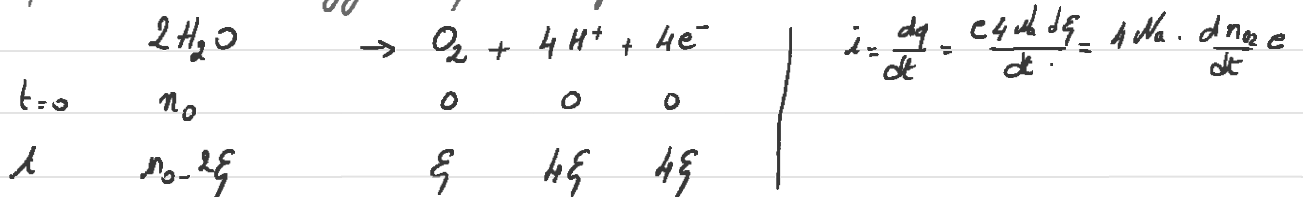
La tension à fournir est plus faible pour les plus petites surtensions $\Rightarrow$ Il est plus favorable d'utiliser les électrodes de platine.



Q42 c. l'intensité I du courant:

$U = E_{min} + RI \Rightarrow I = \frac{U - E_{min}}{R} \Rightarrow I = 0,04 A$

Quantité Q d'oxygène produit par minute



De plus $Q = \frac{d}{dt} n_{O_2} \Rightarrow Q = \frac{i}{4Na e} = \frac{i}{4F} \Rightarrow Q = 10^{-4} mol/s = 6,2 \cdot 10^{-6} mol/min$

La puissance minimale: $P_{min} = U_{min} \cdot i$ avec $U_{min} = 3,8 V$?

$P_{min} = 0,152 W$

Energie à fournir: $P = \frac{dE_g}{dt} \Rightarrow \Delta E_g = P \Delta t$ pour une product° Q

Pour 4 habitants pendant 6 mois, nous devons produire Q :

$\Delta E_{g,tot} = 4Q \cdot P \Delta t \Rightarrow \Delta E_{g,tot} = 1700 MJ$