

E3A PSI 2018

A.1. $\vec{F}_r = -k(x - l_0) \vec{e}_x$

A.2. À l'équilibre : $m \vec{a} = \vec{F}_r + m\vec{g} + \vec{F}_f$
 $\vec{0} \quad \vec{0} \quad \vec{0}$ (frottement fluide : $\vec{x} = 0$ à l'éq.)

$$\Rightarrow -k(x_{eq} - l_0) - mg = 0 \Rightarrow x_{eq} = l_0 - \frac{mg}{k} //$$

On vérifie : $[x_{eq}] = L$ car $[m] = M$ $[g] = L \cdot T^{-2}$
 $[k] = \frac{MLT^{-2}}{L} = MT^{-2}$ car k en $N \cdot m^{-1}$

• $x_{eq} < l_0$: le ressort est bien comprimé

A.3. $m \rightarrow m+M \Rightarrow \begin{cases} x_{eq}' = l_0 - \frac{(m+M)g}{k} \\ S = \frac{Mg}{k} \end{cases} //$

A.4. $M \neq 70 \text{ kg}$ et $S_{max} = 1 \text{ cm}$ donc

$$k \neq \frac{Mg}{S_{max}} \neq \frac{70 \times 10}{10^{-2}} = 7 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} //$$

A.5. Dû à sans persone ; théorème de la résultante cinétique sur

$$\vec{e}_x : m \ddot{x} = -k(x - l_0) - mg - \alpha \dot{x} - D \dot{x} + F$$

$$m \ddot{x} = -k(x - x_{eq}) - (\alpha + D) \dot{x} + F$$

On pose $X = x - x_{eq}$ donc $\begin{cases} \dot{X} = \dot{x} \\ \ddot{X} = \ddot{x} \end{cases}$

$$\Rightarrow \ddot{X} + \left(\frac{D+\alpha}{m}\right) \dot{X} + a_0 X = b_0 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} a_0 = \frac{k}{m} \\ b_0 = \frac{F}{m} \end{cases} //$$

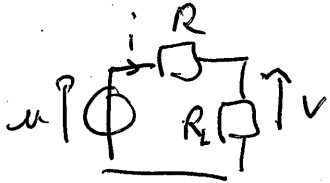
A.6. Equation linéaire (termes en x , $\dot{x}$ et $\ddot{x}$) et stable (coefficients de mêmes signes).

B.1. $Z_R = R \quad Z_L = jL\omega \quad ||$

B.2. $f \neq 1 \text{ Hz}$ (1 pas ou saut par seconde)

$\Rightarrow \underline{\omega = 2\pi f \neq 10 \text{ rad.s}^{-1} ||}$

B.3. $\frac{|Z_L|}{|Z_R|} = \frac{L\omega}{R} \neq \frac{10^{-2}}{10} \neq 10^{-3} \ll 1$ donc $|Z_L|$ négligeable devant $|Z_R|$

B.4.  $V = \frac{R_L}{R+R_L} u \quad ||$ (diviseur de tension)

B.5. $P_L(t) = v \cdot i = \frac{v^2}{R_L} = \frac{R_L}{(R+R_L)^2} \times (k_T \ddot{x})^2 \Rightarrow A = \frac{R_L}{(R+R_L)^2} \quad ||$

B.6. $P_u(t) = u \cdot i = \frac{u^2}{R+R_L} = \frac{1}{R+R_L} \times (k_T \ddot{x})^2 \quad ||$

$P_p(t) = \frac{P_u(t)}{n} = \frac{1}{n} \frac{1}{R+R_L} \times (k_T \ddot{x})^2 \quad ||$

B.7. La dalle fournit $P_p(t) = - \vec{F}_\alpha \cdot \vec{V} = \alpha \dot{x}^2$
↑
principe des actions
réciroques

$\Rightarrow$ Par identification avec l'expression de B.6. :

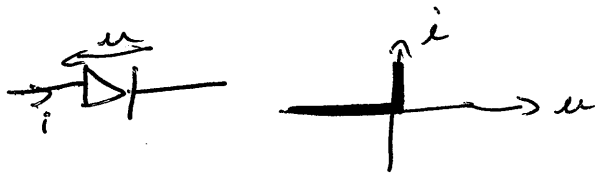
$$\alpha = \frac{1}{n} \frac{1}{R+R_L} (k_T \gamma)^2$$

ce qui justifie bien a posteriori l'expression de $\vec{F}_\alpha = -\alpha \vec{V}$.

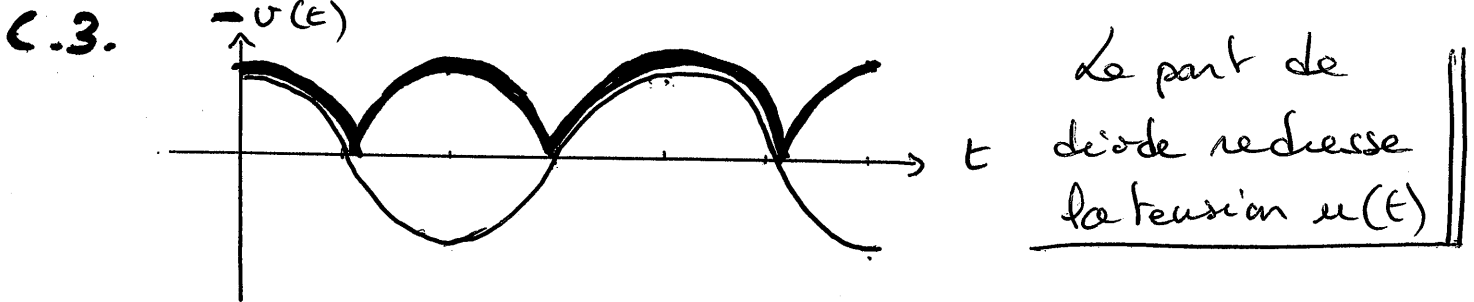
B.8. $\underline{\alpha = 3,0 \cdot 10^4 \text{ N.s.m}^{-1} ||}$

Alors $|\alpha \dot{x}| \gg 10 \dot{x}$ et le frottement mécanique est bien négligeable.

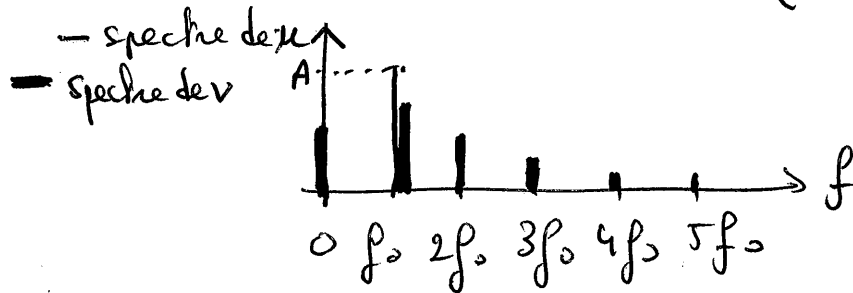
C.1.



- C.2. • Pour $u > 0$: $\begin{cases} D_1 \text{ et } D_3 \text{ passant} \\ D_2 \text{ et } D_4 \text{ bloquées} \end{cases} \Rightarrow v = u > 0$
- Pour $u < 0$: $\begin{cases} D_1 \text{ et } D_3 \text{ bloquées} \\ D_2 \text{ et } D_4 \text{ passant} \end{cases} \Rightarrow v = -u > 0$



C.4. $v(t)$ est périodique de fréquence f_0 , mais non sinusoïdal. Son spectre contient donc a priori les fréquences $k f_0$ avec $k \in \mathbb{N}^*$ et une composante continue ($\langle v \rangle_t \neq 0$).



On pourrait s'attendre à cet enrichissement car les diodes sont des composants non linéaires.

C.5. Les L D ont "cl qu tes" aux fréquences $k f_0$.

C.6. R_L en Ω et $\frac{1}{C\omega}$ en Ω donc C en Ω^{-1} . $\Rightarrow \alpha = \beta = 1$

C.7. $T = \frac{2\pi}{\omega}$ et $Z = R_L C$ donc $Z \gg T \Leftrightarrow C \gg \frac{2\pi}{\omega R_L}$

$\Rightarrow C \gg 10^{-2} \text{ F}$ // (assez forte capacité)

D.1. $[Q] = \emptyset$ et $[\omega_0] = T^{-1}$

ω_0 est la pulsation propre du système
 Q est son facteur de qualité.

D.2. La solution particulière est cherchée sous forme d'une constante $x(t) = A \Rightarrow x_p(t) = \frac{F_0}{k}$

D.3. Le régime est ici aperiodique (la solution générale de l'équation homogène est la combinaison linéaire de deux exponentielles).

On vérifie :

$x(t=0) = \frac{F_0}{k} \left[1 - \frac{1}{1-Q^2} (1-Q^2) \right] = 0$

$\dot{x}(t) = \frac{F_0}{k} \times \frac{1}{1-Q^2} \left[\omega_0 Q e^{-\omega_0 Q t} - Q^2 \frac{\omega_0}{Q} e^{-\omega_0 t/Q} \right]$

donc $\dot{x}(t=0) = \frac{F_0}{k} \times \frac{1}{1-Q^2} [\omega_0 Q - \omega_0 Q] = 0$

D.4. Voir D.3. : $\dot{x}(t) = \frac{F_0}{k} \times \frac{\omega_0 Q}{1-Q^2} \left[e^{-\omega_0 Q t} - e^{-\omega_0 t/Q} \right]$

D.5. $\dot{x} = \ddot{x}$ proportionnel à $F_0 [e^{-\omega_0 Q t} - e^{-\omega_0 t/Q}]$

$P_L(t) \propto \ddot{x}^2(t)$

Donc $P_L(t)$ proportionnel à $F_0^2 (e^{-\omega_0 Q t} - e^{-\omega_0 t/Q})^2$

D.6. $Q = 7,6 \cdot 10^{-2} \ll 1$ donc $\omega_0 Q \ll \frac{\omega_0}{Q}$ donc $e^{-\omega_0 t/Q}$ converge beaucoup plus vite que $e^{-\omega_0 Q t}$ vers 0.

Donc $P_L(t) \approx k F_0^2 Q^{-2} e^{-2\omega_0 Q t} = k F_0^2 e^{-t/\tau}$ avec $\tau = \frac{1}{2\omega_0 Q}$

D.7. • Trait plein $\rightarrow F_0$ Trait pointillés $\rightarrow P_L$

• $F_0 = 1,6 \cdot 10^3 \text{ N}$ sur $t \in [1,3 \text{ s}; 1,6 \text{ s}]$

$F_0 \approx 0,8 \cdot 10^3 \text{ N}$ sur $t \in [2,6 \text{ s}; 3,0 \text{ s}]$

$F_0 \approx 0,4 \cdot 10^3 \text{ N}$ sur $t \in [4,2 \text{ s}; 4,8 \text{ s}]$

D.8. $P_L(t)$ est nul à l'application de la force et après sa suppression sur la figure 6.

Mathématiquement : $P_L(t) \xrightarrow[t \rightarrow +\infty]{} 0$ avec D.5.

Physiquement : le système tend vers une position d'équilibre donc $x \rightarrow 0 \Rightarrow P_L \rightarrow 0$.

D.9. D'après D.5., l'amplitude maximum de $P_L(t)$ est proportionnelle à F_0^2 .

Ceci semble confirmer avec la figure 6 :

F_0 est divisé par 2 entre chaque échelon, et $P_{L,\max}$ par 4 $= 2^2$.

D.10. A part pour le premier échelon, Z semble constant (butée?)

On trouve $Z \approx 0,5 \text{ s}$. Avec D.6, on

a $Z \approx \frac{1}{2\omega_0 Q} = 0,1 \text{ s} \rightarrow \text{cohérent}$

E.1. $\int F_0 = \langle F(t) \rangle_t \approx 1000 \text{ N}$
 $\begin{cases} F_1 \approx 800 \text{ N} \text{ (amplitude)} \\ \omega = 2\pi f \approx 20 \text{ rad.s}^{-1} \end{cases}$

E.2. On injecte la solution: $\underline{X}(-\omega^2 + i\frac{r\omega}{Q} + \omega_0^2) = \frac{F_1}{m} e^{i\omega t + \varphi} = \frac{F_1}{m} e^{i\omega t + \varphi}$

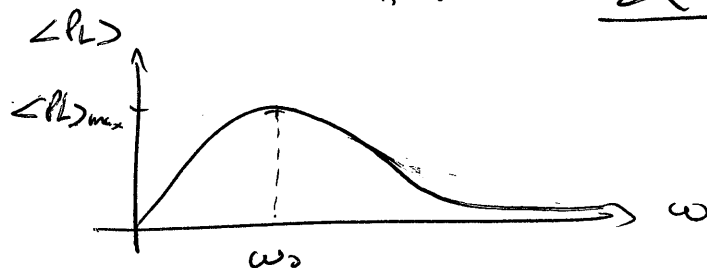
$\Rightarrow X_0 = |\underline{X}| = \frac{F_1/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega)^2 + \left(\frac{r\omega}{Q}\right)^2}}$

E.3. $\underline{V} = i\omega \underline{X} \Rightarrow V_0 = \omega X_0 \parallel V_0 = \frac{F_1/m \omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega)^2 + \left(\frac{r\omega}{Q}\right)^2}}$

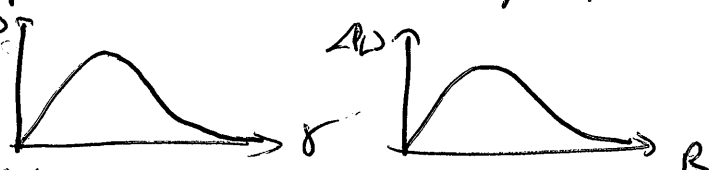
E.4. • $\langle P_L \rangle \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 0$ (statique)
 $\langle P_L \rangle \xrightarrow{\omega \rightarrow +\infty} 0$ (mouvements trop rapides: la dalle ne bouge pas).

• $\langle P_L \rangle$ max pour le denominator mini soit $\omega = \omega_0$
 $\Rightarrow \omega = 65 \text{ rad.s}^{-1}$

Alors $\langle P_L \rangle_{\text{max}} = \frac{(R F_1 K_T)^2 R_L \delta^2}{2 K_T^4 \delta^4} = \frac{1}{2} \left(\frac{R F_1}{K_T \delta} \right)^2 R_L$



E.5. $\omega_1 = 12 \text{ rad.s}^{-1}$; $\omega_2 = 13 \text{ rad.s}^{-1}$ Donc $\omega_1 < \omega_2 < \omega_0$
 On en deduit, avec E.4., que l'equipe 1 produit un peu moins d'energie.

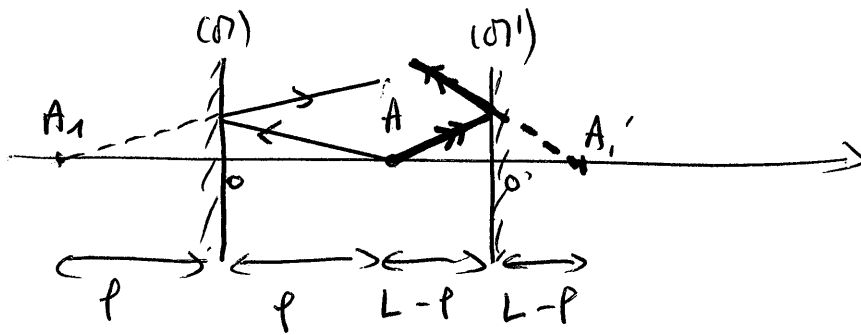
E.6.  car $\begin{cases} \langle P_L \rangle = \frac{A \delta^2}{B \delta^4 + C} \\ \langle P_L \rangle = \frac{D R_L}{E + F R_L^2} \end{cases}$

E.7. Echeient avec figure 8: courbes à $R_L = \text{cte}$ ou $\delta = \text{cte}$

E.9. Si la figure 8 donne les valeurs admissibles, alors la puissance est max pour $\delta \approx 2.10^4 \text{ rad.m}^{-1}$ et $R_L \approx 300 \Omega$

F.1. Système stigmatique : l'image d'un point est un point

F.2.



F.3. $\overline{OA_1} = -p$ $\overline{OA_1'} = 2L - p$ //

F.4. $\overline{A_{n+1}A_n} = \overline{A_{n+1}O} + \overline{OA_n} = \overline{OA_n} - \overline{OA_{n+1}}$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pour } n \text{ pair et donc } (n+1) \text{ impair : } \overline{A_{n+1}A_n} = [p - nL] - [-p - (n+1-1)L] = 2p \\ \text{Pour } n \text{ impair et donc } (n+1) \text{ pair : } \overline{A_{n+1}A_n} = [-p - (n-1)L] - [p - (n+1)L] = 2L - 2p \end{array} \right.$

Alors $\overline{A_{n+1}A_n} = \text{cste}$ si $2p = 2L - 2p \Rightarrow \underline{p = \frac{1}{2}L}$ //

Alors $\underline{\overline{A_{n+1}A_n} = L}$ //

F.5. A chaque réflexion sur (O'), une fraction seulement de la lumière est réfléchie. Donc la luminosité diminue quand n augmente.

G.1. $\lambda \in [400\text{nm}; 800\text{nm}]$

$\omega \in [2,4 \cdot 10^{15} \text{rad.s}^{-1}; 4,7 \cdot 10^{15} \text{rad.s}^{-1}]$

G.2. Dans le vide, $\epsilon = 0$ et $\vec{j} = \vec{0}!!$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \vec{\nabla}_\perp \cdot \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{\nabla}_\perp \cdot \vec{B} = \mu_0 \left(\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j} \right)$$

G.3. $\omega \gg 1$ donc $\vec{j} \approx \frac{\sigma_0}{i\omega\epsilon_0} \vec{E} \parallel$

Alors $\vec{j}$ et $\vec{E}$ déphasés de $\frac{\pi}{2}$ donc $\langle \vec{j} \cdot \vec{E} \rangle = 0$

→ pas de puissance échangée en moyenne.

G.4. $\Delta \vec{E} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}_\perp(\vec{\nabla}_\perp \cdot \vec{E}) = \frac{\partial}{\partial x}(\vec{\nabla}_\perp \cdot \vec{B}) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \right)$

$$\Rightarrow \Delta \vec{E} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\sigma_0}{i\omega\epsilon_0} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

On injecte $\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t - \underline{k}x + \varphi)} \vec{e}_z$: $-\underline{k}^2 = -\frac{\omega^2}{c_0^2} + \frac{\mu_0 \sigma_0}{\epsilon_0}$

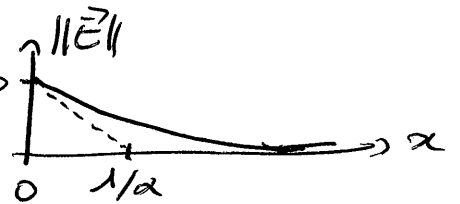
$\Rightarrow \underline{k}^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} - \frac{\mu_0 n e^2}{m_e} \parallel \left(= \frac{1}{c_0^2} (\omega^2 - \omega_p^2) \right) \text{ avec } \omega_p^2 = \frac{n e^2}{m_e}$

G.5. $\frac{\omega^2}{c_0^2} \neq 10^{14} \text{m}^{-2}$ $\frac{\mu_0 n e^2}{m_e} \neq 10^{16} \text{m}^{-2}$ donc $\underline{k}^2 \approx -\frac{\mu_0 n e^2}{m_e}$

$\Rightarrow \underline{k} = \pm i\alpha$ avec $\alpha = \left(\frac{\mu_0 n e^2}{m_e} \right)^{1/2}$

G.6. pour $\underline{k} = i\alpha$: $\vec{E} = E_0 e^{\alpha x} e^{i(\omega t + \varphi)} \vec{e}_z$: l'amplitude augmente dans le sens des x croissants (sens de propa.)
Si le milieu est semi-infini, seul $\underline{k} = -i\alpha$ est acceptable.

G.7. $\vec{E}(x,t) = E_0 e^{-\alpha x} \cos(\omega t + \varphi) \vec{e}_z$

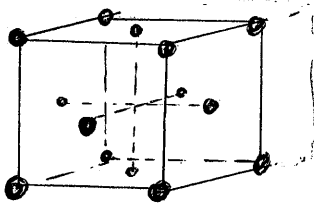


G.8. $\frac{P(x=\delta)}{P(x=0)} = e^{-2\alpha\delta} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \delta = \frac{1}{2\alpha} \ln(2) \Leftrightarrow \delta = \sqrt{\frac{m_e}{\mu_0 n e^2}} \ln(2) \approx 1.10^{-8} \text{m}$

(De l'ordre de quelques dizaines d'atomes).

H.1. Règle de Klechkowski et principe de Pauli suffisent :
 $Al: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1$

H.2.



$$\text{population} = 8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} = 4 \text{ atomes}$$

$$\text{coordination} = 12$$

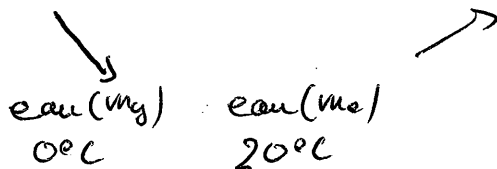
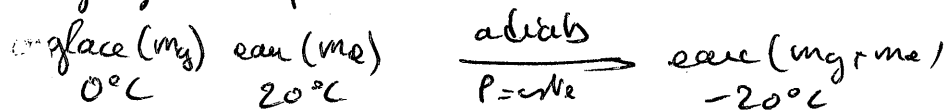
H.4. $\rho_{Al} = \frac{m}{V} = \frac{4 m_{Al}}{a^3} = \frac{4 M_{Al}}{a^3 N_A}$ avec $4r = a\sqrt{2}$ (contact sur les faces)

$$\Rightarrow \rho_{Al} = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

H.5. $\rho_{acier} \approx 8 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. A volume égal, la canette en aluminium est plus légère.

I.1. Avec un mélange bien choisi de glace, d'eau liquide et de sel, on peut obtenir un liquide à -20°C (eutectique).

Supposons qu'on dispose de glace à 0°C et d'eau à 20°C . On décide d'utiliser $m_g = 100\text{g}$ de glace et on néglige la présence du sel:



$$\Delta H = 0 = m_g \rho_{fus} + m_g \times c_e \times (-20\text{K}) + m_e \times c_e \times (-40\text{K}) \Rightarrow m_e \approx 150\text{g}$$

Il faut alors $w_{NaCl} = 0,23$ soit $\frac{m_{NaCl}}{m_{NaCl} + (m_e + m_g)} = w_{NaCl} \Rightarrow m_{NaCl} = \frac{w_{NaCl}}{1 - w_{NaCl}} (m_g + m_e)$

$$\Rightarrow m_{NaCl} = 75\text{g} \cdot \text{Donc avec } m_e = 150\text{g}, m_g = 100\text{g et } m_{NaCl} = 75\text{g,}$$

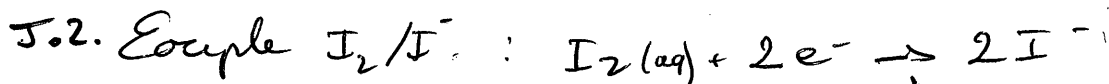
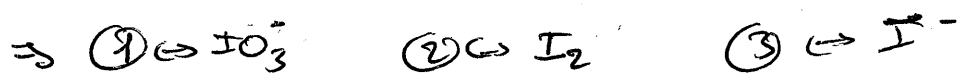
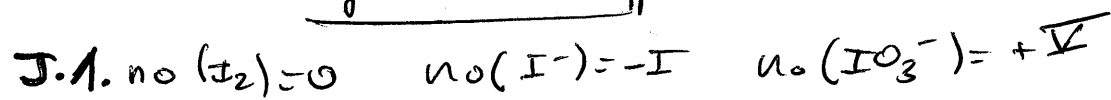
on a 325 g de liquide à -20°C .

- On a donc : $\begin{cases} 325 \text{ g de liquide à } \approx -20^\circ\text{C} \\ \approx 250 \text{ g de Red Bull + canette à } \approx 20^\circ\text{C} \end{cases}$

En supposant que ces deux systèmes ont environ la même capacité calorifique, alas en les mettant en contact thermique ("seau à glace") on aura à l'équilibre ; en supposant la transformation adiabatique :

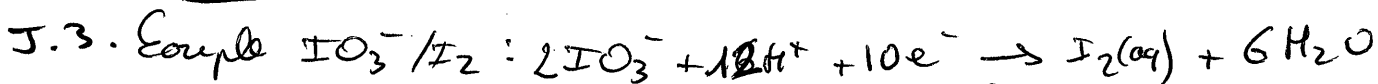
$$\Delta H = 0 = \underbrace{C (T_f - (-20^\circ\text{C}))}_{\Delta H(\text{Red Bull + canette})} + \underbrace{C (T_f - (+20^\circ\text{C}))}_{\Delta H(\text{mélange})}$$

$$\Rightarrow T_f \approx 0^\circ\text{C} //$$



$$\Rightarrow E_{2,3} = E_o(I_2/I^-) + \frac{0,06}{2} \log \left(\frac{[I_2]}{[I^-]^2} \right) \text{ avec } [I_2] = [I^-] = C_r$$

$$\Rightarrow E_{2,3} = 0,62 + 0,03 \times 1 = 0,65 \text{ V} //$$

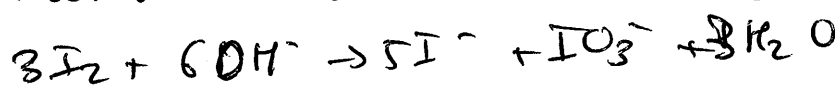


$$\Rightarrow E_{1,2} = E_o(IO_3^-/I_2) + \frac{0,06}{10} \log \left(\frac{[IO_3^-]^2 [H^+]^{12}}{[I_2]} \right) \text{ avec } [I_2] = [IO_3^-] = C_r$$

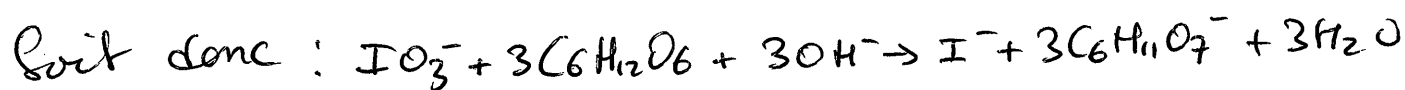
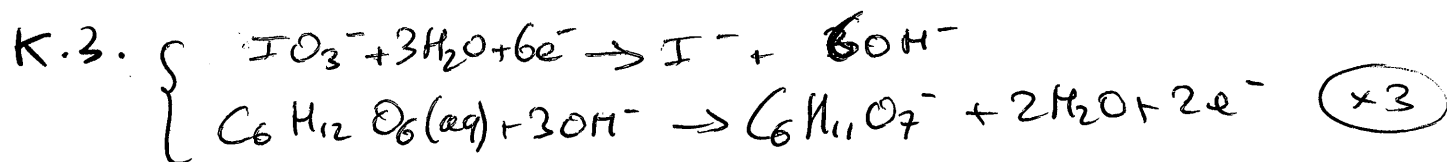
$$\Rightarrow E_{1,2} = 1,19 - 0,006 - 0,072 \text{ pH} \approx 1,18 - 0,072 \text{ pH (V)} //$$

J.4. $E_{1,2} = E_{2,3} \Leftrightarrow \text{pH} = \frac{1,18 - 0,65}{0,072} = 7,4 // \rightarrow \text{cohérent}$

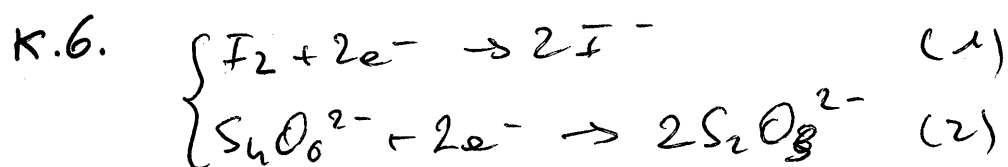
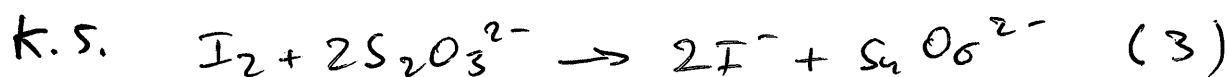
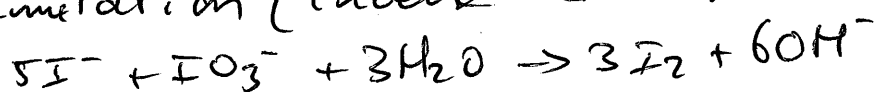
K.1. Dismutation de I_2 en I^- et IO_3^- :



K.2. Dismutation : I_2 est oxydant et réducteur.



K.4. Médianetation (inverse de K.1) :



$$(3) = (1) - (2) \Rightarrow \Delta_r G_3^\circ = \Delta_r G_1^\circ - \Delta_r G_2^\circ$$

$$\Rightarrow -RT \ln K^\circ = -2FE_1^\circ + 2FE_2^\circ$$

$$\Rightarrow K^\circ = \exp\left(\frac{2F(E_1^\circ - E_2^\circ)}{RT}\right) < 6 \cdot 10^{17} \gg 1 \rightarrow \text{réaction totale}$$

L.1. $n_1 = C_1 V_1$ //

L.2. $n(I_2) = \frac{1}{2} n(S_2O_3^{2-}) = \frac{1}{2} C_2 V_2 \Rightarrow n_2 = \frac{1}{2} C_2 V_2$ //

L.3. La quantité de I_2 "disparus" est $n_1 - n_2$

Or $3 I_2$ forment $1 IO_3^-$ (étape 1)

$$\Rightarrow n_3 = \frac{n_1 - n_2}{3} \quad \text{D'après la réaction de dosage (K.3):}$$
$$n_0 = 3n_3 = n_1 - n_2 //$$

L.4. $C_0 = \frac{n_0}{V_0} = \frac{C_1 V_1 - C_2 V_2 / 2}{V_0} = 0,12 \text{ mol.L}^{-1}$ //

L.5. $m = \rho_{\text{glucose}} \times C_0 \times V = 5,2 \text{ g} \rightarrow \text{cohérent}$