

Corrigé Centrale-Supélec, épreuve Physique-Chimie 2 TSI 2019

I Accordeur de guitare

I.A – Le signal

Q1. La valeur moyenne du signal est d'environ 10 mV.

Q2. On relève la période sur le graphe de la figure 2, et on trouve environ 3,2 ms. La fréquence correspondante est $f \approx 315$ Hz.

Q3. La fréquence donnée la plus proche de la fréquence mesurée correspond à la corde de Mi aigu (désaccordée).

Q4. Le signal n'étant pas sinusoïdal, plusieurs harmoniques seront présents dans le spectre.

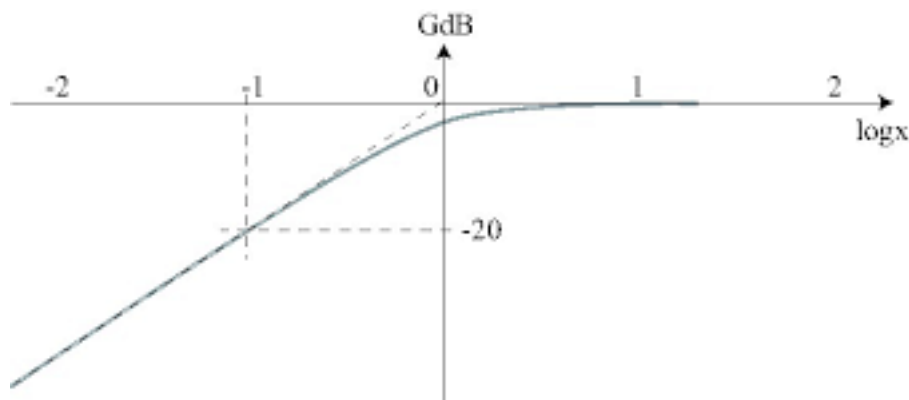
I.B – Premier filtre

Q5. On suppose qu'aucun courant n'est prélevé aux bornes de R_1 , on applique donc le pont diviseur de tension :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{jR_1C_1\omega}{1 + jR_1C_1\omega}$$

Q6. Il s'agit d'un filtre passe-haut (d'ordre 1) de pulsation caractéristique $\omega_1 = \frac{1}{R_1C_1}$, correspondant à sa pulsation de coupure.

Q7. En posant $x = \omega/\omega_1$, on peut tracer le diagramme de Bode suivant :



Q8. La fréquence de coupure à -3 dB vaut donc $f_1 = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$ soit numériquement $f_1 \approx 15,9$ Hz. Le rôle de ce filtre est donc de supprimer la composante continue afin d'obtenir un signal de valeur moyenne nulle.

I.C – Deuxième filtre

I.C.1. Préambule

Q9. Comme l'ALI est idéal, on a $i^- = 0$ et on peut appliquer le pont diviseur de tension à l'entrée inverseuse. Il vient alors :

$\underline{v}^- = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z} + \underline{Z}'} \underline{e}$. Or comme l'ALI idéal est en régime linéaire, on a $\underline{v}^- = \underline{e}$ d'où la fonction de transfert : $\underline{H} = 1 + \frac{\underline{Z}'}{\underline{Z}}$.

Q10. On obtient $\underline{H} = 1 + \frac{R'}{R}$, il s'agit d'un amplificateur non-inverseur.

I.C.2. Amplification (légèrement) sélective

Q11. On a pour une association parallèle : $\frac{1}{\underline{Z}_{eq}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2}$ d'où, ici : $\underline{Z}_{eq} = \frac{R_2}{1 + jR_2C_2\omega}$.

Q12. De ce qui précède, il vient :

$$\underline{H}_2 = \frac{R_3 + \frac{R_2}{1+jR_2C_2\omega}}{R_3} \iff \boxed{\underline{H}_2 = 1 + \frac{R_2/R_3}{1+jR_2C_2\omega}}$$

Q13. On obtient bien la forme demandée en posant $\boxed{G_0 = \frac{R_2}{R_3}}$ et $\boxed{\omega_2 = \frac{1}{R_2C_2}}$.

Q14. En basses fréquences ($\omega \ll \omega_2$) $|\underline{H}_2| \rightarrow 1 + G_0$, et en hautes fréquences ($\omega \gg \omega_2$) $|\underline{H}_2| \rightarrow 1$.

Q15. On a $\boxed{f_2 = \frac{1}{2\pi R_2 C_2}}$ soit numériquement $\underline{f_2 \approx 498 \text{ Hz}}$, et $\underline{G_0 \approx 113}$. Ce second filtre va donc amplifier fortement les fréquences inférieures à 500 Hz (c'est à dire correspondant au fondamental qui nous intéresse) et ne modifiera pas les harmoniques de rang élevé.

I.D – Filtrage (très) sélectif commandé

I.D.1. Diagramme de Bode

Q16. Ce filtre correspond à un filtre passe-bande (car le gain diminue rapidement en dehors de la bande passante $[f_{c1}; f_{c2}]$) d'ordre 2 (car les pentes des asymptotes sont $\pm 20 \text{ dB/décade}$). La fréquence centrale caractéristique est $\underline{f_0 \approx 330 \text{ Hz}}$ par lecture sur la figure 5b. *Remarque : on peut supposer qu'il s'agit en réalité de 329,6 Hz correspondant à la fréquence du Mi aigu.*

Q17. Les fréquences de coupure sont les fréquences pour lesquelles le gain vaut $G_{\text{dB, max}} - 3 \text{ dB}$; la bande passante l'intervalle où $G_{\text{dB}} > G_{\text{dB, max}} - 3 \text{ dB}$. Graphiquement, on lit :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{c1} \approx 320 \text{ Hz} \\ f_{c2} \approx 340 \text{ Hz} \end{array} \right. \quad \text{La bande passante est donc : } \boxed{[320 \text{ Hz}; 340 \text{ Hz}]}$$

Q18. On lit graphiquement $G(315 \text{ Hz}) = -6 \text{ dB}$. Comme $G = 20 \log |\underline{H}|$, on en déduit que $\boxed{|\underline{H}| = 0,5}$. Si la fréquence est de 315 Hz, l'atténuation est de 50%.

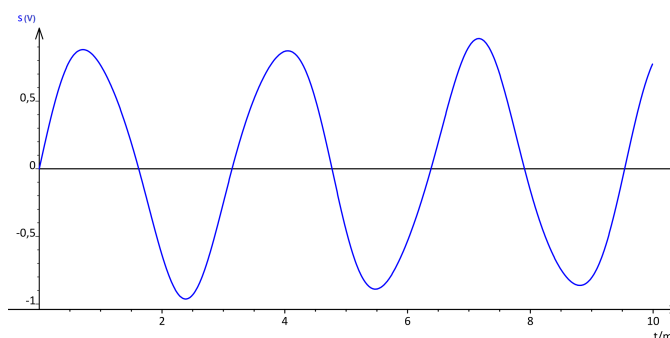
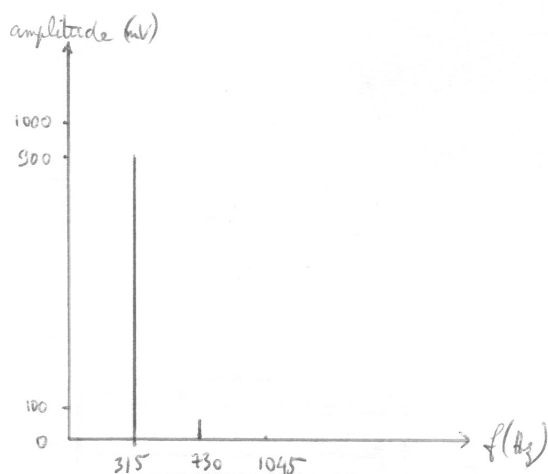
I.D.2. Analyse spectrale

Q19. On trouve un premier pic (à $f = 0$) à 10 mV ce qui correspond bien à la valeur moyenne estimée en début de problème. On remarque que le fondamental est un peu au-dessus de 300 Hz, ce qui est bien compatible avec un signal à 315 Hz. Enfin, le 10e harmonique a une fréquence de 3200 Hz environ. Ceci correspond à un signal à 320 Hz ce qui, compte tenu des incertitudes lors du relevé initial, correspond à la valeur attendue.

Q20. En sortie du premier filtre, seule la composante continue sera supprimée, le reste du spectre n'étant pas modifié. Il s'agit donc du spectre (a).

Q21. À 315 Hz, le filtre B amplifie environ 100 fois le fondamental, un peu moins l'harmonique de rang 2 et quasiment pas les autres harmoniques. On peut donc s'attendre à un signal avec un fondamental d'amplitude environ égale à 1800 mV, ce qui correspond au spectre (d).

Q22. Le spectre du signal en sortie de (Fc) comprendra un fondamental à peu près divisé par 2 (gain à -6 dB) soit environ 900 mV, un harmonique de rang 2 très faible (un calcul montre qu'on obtient environ 63 mV) et des autres harmoniques quasi-absents. Le signal temporel sera quasi-sinusoïdal, d'amplitude 900 mV, et de fréquence 315 Hz.



I.E – Mise en forme

Q23. Comme il n'y a pas de rétroaction sur l'entrée inverseuse, l'ALI est nécessairement en fonctionnement saturé. En régime saturé, pour un ALI idéal, on a :

$$\begin{cases} u_s = \pm U_{SAT} \\ i^+ = 0 \\ i^- = 0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} u_s = +U_{SAT} \text{ si } v^+ > v^- \\ u_s = -U_{SAT} \text{ si } v^+ < v^- \end{cases}$$

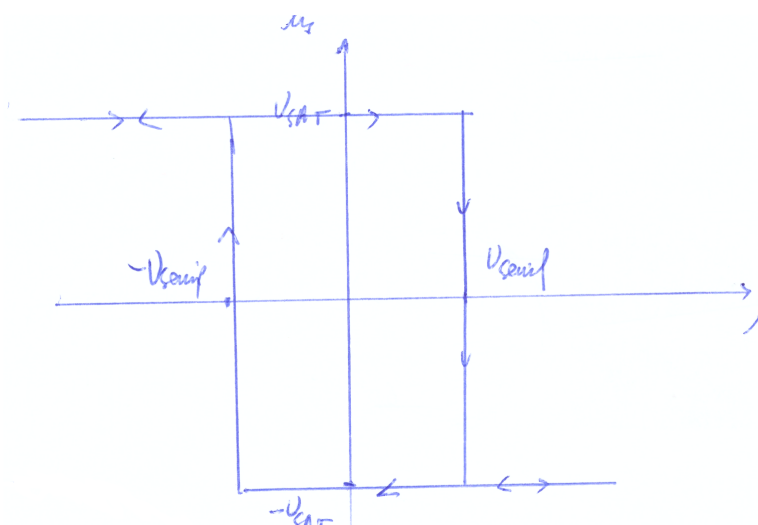
Q24. Comme $i^+ = 0$, on peut appliquer le pont diviseur de tension et il vient $V^+ = \frac{R_4}{R_4 + R_5} u_s$ d'où $\epsilon = \frac{R_4}{R_4 + R_5} u_s - u_3$.

Q25. On a ϵ qui diminue si u_3 augmente.

Q26. Comme $\epsilon > 0$, $u_s = +U_{SAT}$. Tant que $\epsilon > 0$, la situation ne change pas. L'ALI va donc basculer lorsque $\epsilon < 0$ c'est à dire lorsque u_3 atteint $U_{seuil} = \frac{R_4}{R_4 + R_5} U_{SAT}$. u_s devient alors $-U_{SAT}$ et ϵ s'écrit alors $\epsilon = -\frac{R_4}{R_4 + R_5} U_{SAT} - u_3$ et est négatif.

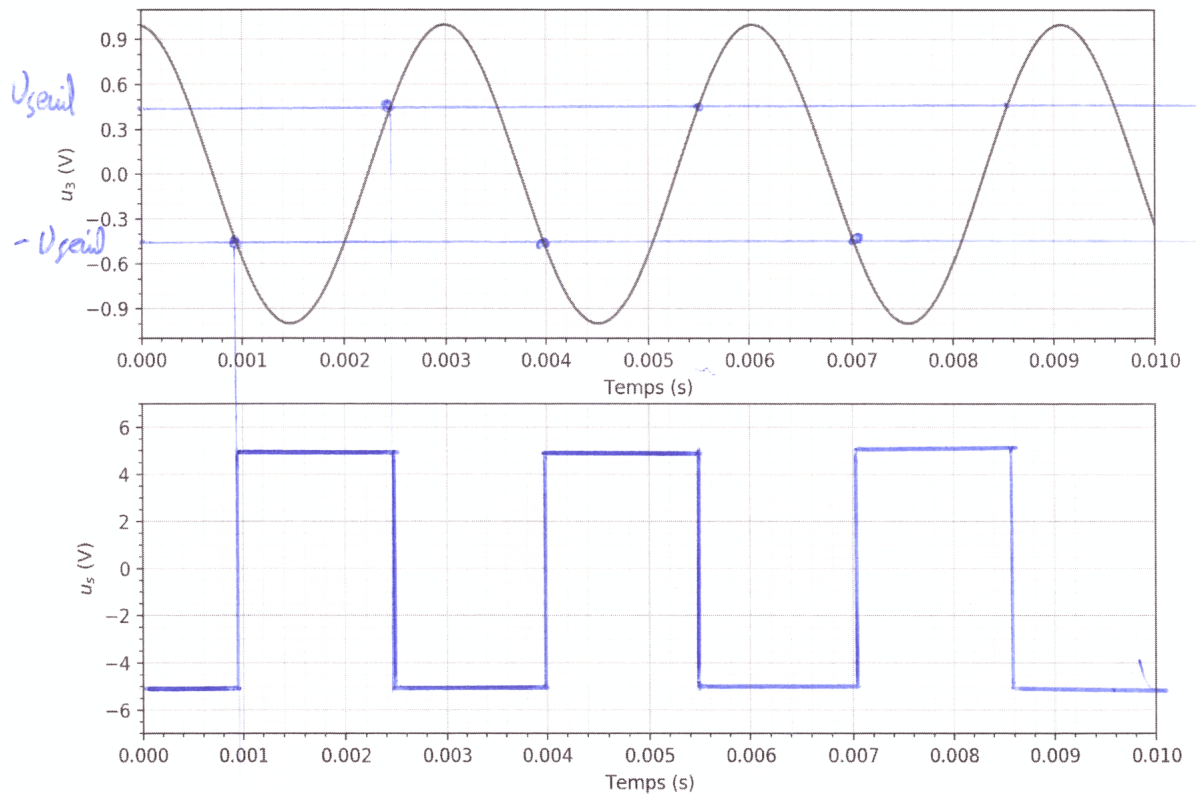
Q27. Par un raisonnement analogue, on trouve que le nouveau basculement a lieu lorsque u_3 atteint $-U_{seuil} = -\frac{R_4}{R_4 + R_5} U_{SAT}$.

Q28. On obtient un cycle d'hystérésis :

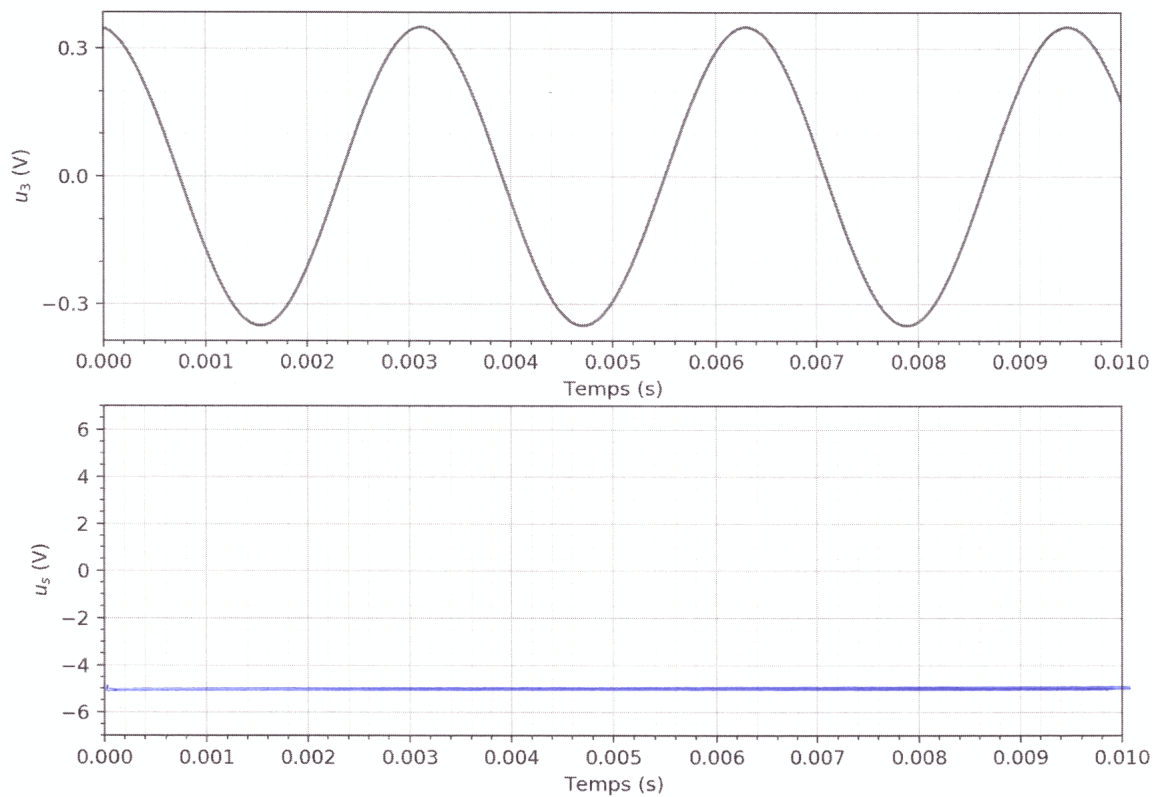


Q29. On calcule la valeur des seuils : $U_{seuil} = 0,45 \text{ V}$. On obtient alors les courbes suivantes :

Premier exemple :



Deuxième exemple



Dans ce dernier cas, on remarque que l'amplitude est trop faible pour que l'ALI bascule, on n'obtient pas un signal carré comme souhaité.

Q30. Si la corde est trop désaccordée, on s'éloignera des 330 Hz et le signal correspondant sera trop atténué par le filtre (F_c) si bien qu'on se retrouvera dans le cas du second exemple. Le signal de sortie ne sera alors pas un signal carré exploitable.

I.F – Retour sur le filtre sélectif commandé

I.F.1. Capacité commutée

Q31. En convention récepteur, $q = Cu_c$.

Q32. Pendant la première demi-période, $t \in [0; T_k/2]$, le schéma équivalent est un condensateur situé entre A et B, on trouve alors $q_1 = C_k(V_B - V_A)$; pendant la seconde demi-période, $t \in [T_k/2; T_k]$, le schéma équivalent est un condensateur court-circuité et on a alors $q_2 = 0$.

Q33. Le courant vaut donc $i = \frac{\delta q}{T_k/2} = \frac{C_k(V_B - V_A)}{T_k/2}$ pendant la première demi-période et 0 ensuite. La charge transférée pendant un temps long vaut donc $Q = \frac{C_k(V_B - V_A)}{T_k} t$.

Q34. On sait que le courant moyen peut alors s'exprimer par $I_m = Q/t$ d'où $I_m = \frac{C_k(V_B - V_A)}{T_k}$ soit $I_m = f_k C_k (V_B - V_A)$.

Q35. On peut définir une grandeur R_k telle que l'on peut écrire $U = V_B - V_A = R_k I_m$. La capacité commutée est alors équivalente à une résistance $R_k = \frac{1}{f_k C_k}$.

Q36. On peut introduire cette capacité commutée dans un filtre actif d'ordre 2, passe-bande, dont la fréquence centrale dépend de R_k (filtre à structure de Rauch p.e.). Ainsi, un réglage de la fréquence f_k permettra de régler la valeur de la fréquence centrale.

II Dimensionnement du chauffage d'une voiture de TGV

II.A – Équation de la diffusion thermique dans une paroi solide

Q37. On a :

$$\delta Q_{in} = \underbrace{j(x, t) \cdot S \cdot dt}_{\text{entrant en } x} - \underbrace{j(x + dx, t) \cdot S \cdot dt}_{\text{sortant en } x+dx} \iff \delta Q_{in} = -\frac{\partial j}{\partial x} S \cdot dx \cdot dt$$

Q38. La variation d'énergie interne s'écrit :

$$dU = \rho(S \cdot dx) c (T(x + dx, t) - T(x, t)) \iff dU = \rho \cdot S \cdot dx \cdot c \frac{\partial T}{\partial t} dt$$

Q39. D'après le premier principe de la thermodynamique : $dU = \delta W + \delta Q_{in}$ et, comme il n'y a pas de déformation du solide $\delta W = 0$ donc finalement :

$$\rho \cdot c \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial j}{\partial x}$$

Q40. La loi de Fourier s'exprime $\vec{j} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad } T}$ soit ici, comme le problème est unidimensionnel : $j(x, t) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$.

Q41. En remplaçant dans le premier principe, il vient alors l'expression demandée :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \text{ avec } D = \frac{\lambda}{\rho \cdot c}$$

II.B – Régime stationnaire

Q42. En régime stationnaire, $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$. On trouve alors que $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$ soit $\frac{\partial T}{\partial x} = a$ ou encore $T(x) = ax + b$. Le profil de température est alors affine. Compte tenu des conditions aux limites, on trouve :

$$T(x) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{e} x$$

Q43. D'après la loi de Fourier, on trouve $\boxed{j(x) = \frac{T_1 - T_2}{e}}$. Comme $\mathcal{P}_{th} = \iint_S \vec{j} \cdot \vec{d^2S}$, on en déduit $\boxed{\mathcal{P}_{th} = \frac{\lambda.S}{e}(T_1 - T_2)}$.

Dans le volume étudié, on peut dire que le champ $\vec{j}(x)$ est uniforme.

Q44. On définit la résistance thermique en écrivant $\Delta T = R_{th}\mathcal{P}_{th}$ par conséquent $\boxed{R_{th} = \frac{e}{\lambda S}}$.

Q45. De la même manière, on trouve $\boxed{\mathcal{P}_{cc} = h.S(T_{2,p} - T_{2,f})}$.

Q46. On définit alors $\boxed{R_{cc} = \frac{1}{h.S}}$.

Q47. L'air est immobile à l'intérieur et isole bien (peu de convection) alors qu'il y a une vitesse importante de l'autre côté (à l'extérieur) et une moins bonne isolation. Le coefficient conducto-convectif est donc plus important à l'extérieur qu'à l'intérieur ($h_i < h_e$).

Q48. Le premier principe industriel s'écrit $D_m(\Delta e_c + \Delta e_p + \Delta h) = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{th}$. Ici, $\Delta e_p = 0$ (il n'y a pas de différence d'altitude entre l'intérieur et l'extérieur) et $\mathcal{P}_i = 0$ car on ne considère qu'un échange thermique. En outre, en l'absence de tuyère, on considère généralement Δe_c comme négligeable. Il reste alors, en utilisant la loi de Joule :

$$\mathcal{P}_{th} = D_m c_p (\underbrace{T_{int}}_{\text{sortie}} - \underbrace{T_{ext}}_{\text{entrée}})$$

Q49. Le cas le plus défavorable est le cas où la voiture est vide, car les passagers se comportent comme une source de chaleur et vont ainsi contribuer à maintenir la température intérieure.

Q50. Il convient de déterminer les pertes thermiques. On va considérer que le flux de chaleur se partage entre les vitres, les parois latérales, le sol et le plafond. On néglige le fait que la chaleur a tendance à monter et que les pertes par le toit risquent ainsi d'être plus importantes. On considérera ainsi que le système est équivalent à l'association parallèle de résistances thermiques :

$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{12}{R_{vitre}} + \frac{1}{R_{sol}} + \frac{1}{R_{toit}} + \frac{2}{R_{p.lat.}}$$

Déterminons les différentes résistances thermiques (associations séries de résistance thermique pour chaque matériau) : Pour une vitre :

$$R_{vitre} = \frac{1}{L_V H_V} \left(\frac{1}{h_e} + \frac{e_{ve}}{\lambda_v} + \frac{e_{air}}{\lambda_{air}} + \frac{e_{vi}}{\lambda_v} + \frac{1}{h_i} \right)$$

On trouve $\boxed{R_{vitre} \approx 3,40 \times 10^{-1} \text{ K W}^{-1}}$.

Pour le sol, on aura la même chose que pour le toit, à savoir :

$$R_{toit} = \frac{1}{Ll} \left(\frac{e_{st}}{\lambda_{st}} + \frac{e_{lv}}{\lambda_{lv}} + \frac{e_{Al}}{\lambda_{Al}} \right)$$

Numériquement : $\boxed{R_{sol} = R_{toit} \approx 7,59 \times 10^{-3} \text{ K W}^{-1}}$.

Enfin pour une paroi latérale, on écrit (en n'oubliant pas de retrancher la surface de 6 fenêtres) :

$$R_{p.lat.} = \frac{1}{Lh - 6L_V H_V} \left(\frac{e_{st}}{\lambda_{st}} + \frac{e_{lv}}{\lambda_{lv}} + \frac{e_{Al}}{\lambda_{Al}} \right)$$

Et on trouve : $\boxed{R_{p.lat.} \approx 1,28 \times 10^{-2} \text{ K W}^{-1}}$.

Finalement, il vient donc pour la résistance équivalente à l'ensemble de la voiture $\boxed{R_{tot} \approx 2,20 \times 10^{-3} \text{ K W}^{-1}}$.

Q51. Pour que la température intérieure reste constante, il faut alors que la puissance de chauffe compense exactement les pertes thermiques. Ceci s'écrit alors : $\boxed{\mathcal{P}_{ch} = \frac{T_{int} - T_{ext}}{R_{tot}}}$ soit numériquement $\underline{\mathcal{P}_{ch} \approx 10,9 \text{ kW}}$.

Q52. 50 passagers représentent une puissance thermique moyenne de 3000 W, la puissance de chauffe nécessaire n'est alors plus que de $\underline{\mathcal{P}'_{ch} = 7,9 \text{ kW}}$.

III Transferts de charges par effet Hall

III.A –

Q53. Par définition, $\boxed{\vec{j} = n.q\vec{v}}$.

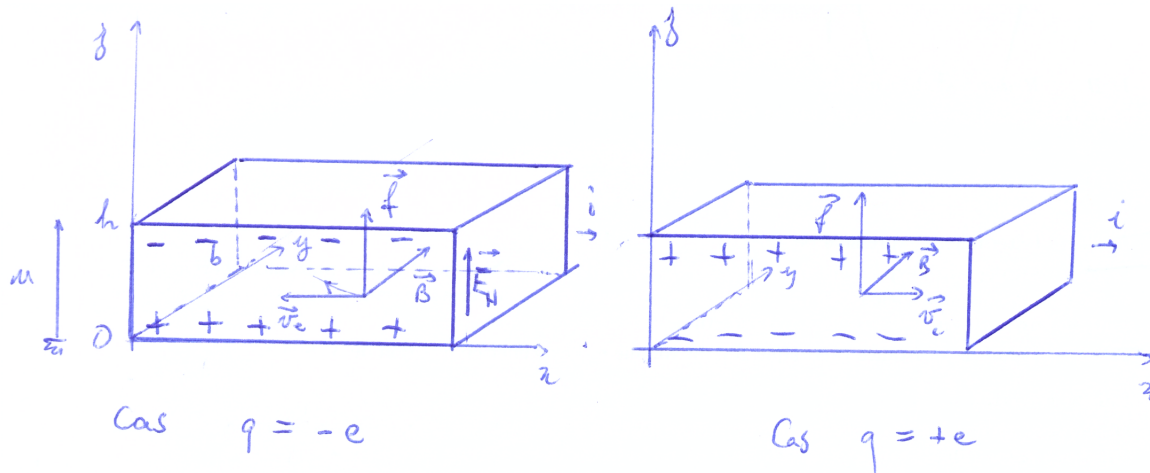
III.B – Approche qualitative de l'effet Hall

Q54. I représente le flux de $\vec{j}$: $I = \iint_S \vec{j} \cdot d^2\vec{S}$. Le sens arbitrairement choisi pour I revient à prendre $d^2\vec{S} = d^2S \vec{u}_x$ et $\vec{j}$ est de même sens que I soit $\vec{j} = j\vec{u}_x$ (avec $j > 0$). Dans le cas d'électrons, $\vec{j} = -ne\vec{v}$ donc $\vec{v}$ est dans le sens contraire à I : $\vec{v} = -v\vec{u}_x$ (avec $v > 0$).

Q55. Si les porteurs de charges sont de signe positif, le sens de $\vec{j}$ n'est pas modifié, mais celui de $\vec{v}$ l'est et $\vec{v}$ est dans le sens de I : $\vec{v} = v\vec{u}_x$ (avec $v > 0$).

Q56. Un porteur de charge va être soumis à $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B} = \frac{1}{n}\vec{j} \wedge \vec{B}$. Par conséquent, il subit une force perpendiculaire à la fois à $\vec{v}$ et à $\vec{B}$, donc dirigée selon (Oz) . Les porteurs de charges –qui ne peuvent pas quitter le conducteur– vont donc s'accumuler sur la face supérieure (ou inférieure) du conducteur. Comme le conducteur reste globalement électriquement neutre, des charges opposées vont apparaître sur la face opposée et il se forme ainsi un champ électrique entre les faces $z = 0$ et $z = h$.

Q57.



Q58. Si on relie la masse du voltmètre à la face $z = 0$ et la borne de mesure à la face $z = h$, on mesure u . Si $u < 0$, alors $q = -e$ et si $u > 0$ alors $q = +e$. On a ainsi accès au signe de la charges des porteurs de charge.

III.C – Approche quantitative de l'effet Hall (cas des électrons porteurs)

Q59. On se place dans le premier cas de la Q57. Le champ électrostatique va des charges $+$ vers les charges $-$ donc $\vec{E}_H = E_H \vec{u}_z$ avec $E_H > 0$.

Q60. En régime permanent, les électrons ne sont pas déviés, donc $\sum \vec{f}_{ext} = \vec{0}$ et donc $-e\vec{v}_e \wedge \vec{B} = -e\vec{E}_H$. On en déduit que $\vec{E}_H = -\vec{v}_e \wedge \vec{B}$. C.Q.F.D.

Q61. On remplace : $\vec{E}_H = -(-v_e \vec{u}_x) \wedge B_0 \vec{u}_y$ d'où, en projection sur $\vec{u}_x$: $E_H = v_e B_0$. Par ailleurs, $v_e = \frac{j}{n_e e}$ et $I = j.h.b$.

En remplaçant, il vient finalement : $E_H = \frac{B_0 I}{n_e e . h . b}$. On retrouve bien que $\vec{E}_H$ est de même sens que $\vec{u}_x$.

Q62. On sait que $U = -\int_0^h \vec{E}_H \cdot d\vec{l}$ d'où $U_H = -\frac{B_0 I}{n_e e . b}$. On a bien une tension négative.

III.D – Cas de porteurs négatifs

Q63. Le raisonnement serait le même à partir du second schéma. On retrouve la même expression $\vec{E}_H = -\vec{v}_e \wedge \vec{B}$, mais la vitesse est dans le sens contraire. On trouve finalement $U_H = \frac{B_0 I}{n_e e . b}$.

III.E – Applications numériques

Q64. Pour le cuivre, on a un électron libre par atome. Déterminons le nombre d'atome de cuivre par unité de volume : $n_e = \frac{\mu_{\text{Cu}}}{M_{\text{Cu}}}$. En remplaçant dans l'expression de $U_J H$, on trouve :

$$U_H = -\frac{B_0 I M_{\text{Cu}}}{\mu_{\text{Cu}} \mathcal{N}_A e b} \quad \text{soit numériquement : } U_H \approx -3,7 \times 10^{-9} \text{ V}$$

Q65. Cette valeur est beaucoup trop faible pour pouvoir être mise en évidence expérimentalement.

Q66. Pour un semi-conducteur, le calcul donne $U_H = 4,5 \text{ mV}$. Cette tension, quoique faible, pourra néanmoins être mesurée expérimentalement, éventuellement après amplification. Les sondes à effet Hall sont donc toujours fabriquées avec des semi-conducteur et non des métaux.

Pour toute remarque et/ou erreur : stephane.lamballe@neuf.fr